

مرورنامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۰۵

دسته تجربی

مرحله دوم

پایه دهم

این مرورنامه، ویژه مباحث جدید آزمون است. مرورنامه مباحثی که در آزمون‌های قبل به آن‌ها پرداخته شده، در پنل کاربری شما قابل دریافت است و در این فایل از تکرار آن پرهیز شده است.

نام درس	مباحث	مؤلف	ویراستار	از صفحه	تا صفحه
زیست‌شناسی	علوم نهم: فصل ۱۴ و ۱۵ صفحه ۱۵۱ تا ۱۷۳ زیست دهم: فصل ۱ صفحه ۱ تا ۱۶	مهرناز صادقی اشکان زرنندی	نازنین محمدی مریم گلی حسنلو احسان بدری مهرناز احمدیان	۲	۱۳
فیزیک	علوم نهم: فصل ۸ و ۹ صفحه ۸۳ تا ۱۰۶ فیزیک دهم: فصل ۱ صفحه ۱ تا ۲۲	مهرناز صادقی نوید شاهی داوود پاشا	مریم گلی حسنلو ماهان فنی‌فر سینا نیک‌نژاد	۱۳	۲۹
شیمی	علوم نهم: فصل ۲ صفحه ۱۳ تا ۲۴ شیمی دهم: فصل ۱ (تا ابتدای شمارش ذره‌ها از روی جرم آن‌ها) صفحه ۱ تا ۱۵	مهرناز صادقی عباس سرمایه سروش عبادی	مهدی محمدی مریم گلی حسنلو مهدی سلطانی ماهان فنی‌فر	۳۰	۳۵
ریاضی	ریاضی نهم: فصل ۵ تا ۷ صفحه ۷۸ تا ۱۲۹ ریاضی دهم: فصل ۱ (درس ۱ تا ۴ ابتدای دنباله هندسی) صفحه ۱ تا ۲۴	پریسا جعفری علی شهرابی	امیررضا رحیمی لیلا سمیعی عارف محسن فراهانی ماهان فنی‌فر محمدامین لطفی	۳۵	۵۶

ویژه دهمی‌های ۱۴۰۴

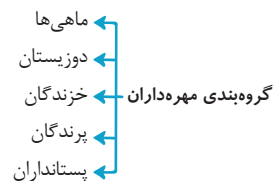


زیست شناسی

علوم نهم: فصل چهاردهم: جانوران مهره دار

جانورانی با ستون مهره

- در بخشی از استخوانگان (اسکلت) داخلی خود ستونی از مهره ها دارند.
- در این جانوران بخش های دیگر استخوانگان به آن متصل اند.
- از لحاظ اندازه و قدرت نسبت به بقیه جانوران متفاوت اند ← به علت وجود اسکلت



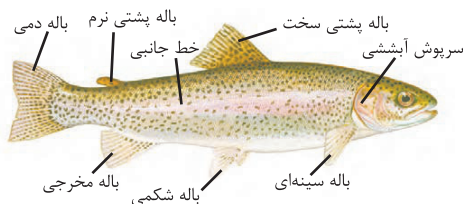
ماهی ها

ویژگی ها:

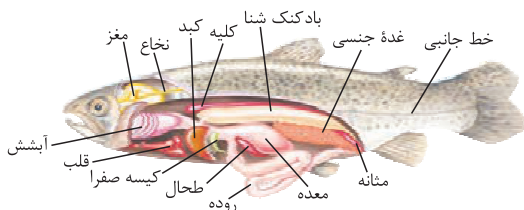
- بیشتر آن ها بدنی کشیده و دوکی شکل دارند. (۲) سطح بدن بیشتر آن ها لغزنده است. (۳) بدنشان از پولک (فلس) پوشیده شده است. (۴) پولک ها روی یکدیگر قرار دارند. (اصطکاک را به حداقل می رسانند). (۵) آبشش و باله دارند.

ساختار آبشش ماهی

- مویرگ های خونی زیادی دارد. (۲) با عبور آب از روی مویرگ های خونی تبادلات گازی انجام می شود.



انواع باله در ماهی ها	نقش آن
باله دم	کنترل حرکت و تغییر سرعت
باله پشتی	توقف و تعادل
باله سینه ای	تغییر جهت حرکت، توقف
باله شکمی	تعادل - چرخش - توقف



ماهی خاویاری

انواع ماهی براساس نوع استخوانگان

- ماهی های غضروفی ← اره ماهی، کوسه، ماهی خاویار
- ماهی های استخوانی ← قزل آلا و شیرماهی

ماهی های خاویاری:

- نوعی ماهی غضروفی هستند.
- در دریای خزر وجود دارند. (زیستگاه اصلی و مهم آن ها است).
- خاویار تولید می کنند.
- خاویار، تخمک (گامت ماده) بارور نشده ماهی های خاویاری است.

دوزیستان

ویژگی های اصلی دوزیستان

- مهره دارند.
- خونسرد هستند.
- دو دوره زندگی دارند. (۱) بخشی در آب (نوزادی) (۲) بخشی در خشکی و در کنار آب (بلوغ)
- انواع دوزیستان:
 - دمدار ← سمندر
 - بدون دم ← قورباغه و وزغ

مقایسه وزغ و قورباغه

- قورباغه ← بدن کشیده ← پوست صاف و لغزنده ← اندازه کوچک تر ← بیشتر در آب





وزن ← بدن پهن ← پوست خشک و زبر ← اندازه بزرگتر ← بیشتر در خشکی

چرخه زندگی قورباغه:



- ۱ یاخته‌های تخم قورباغه در آب تشکیل می‌شود.
- ۲ نوزاد قورباغه آبشش و باله دارد و جلبک‌ها و گیاهان آبی را می‌خورد.
- ۳ در حسن بلوغ، آبشش‌ها به شش تبدیل می‌شوند.
- ۴ قورباغه بالغ دست و پا و شش دارد و غذای آن بیشتر حشرات است.

مقایسه نوزاد قورباغه و قورباغه بالغ

اندام حرکتی	تنفس	تغذیه	محل زندگی
نوزاد قورباغه	باله و دم	آبشش	جلبک‌ها و گیاهان آبی
قورباغه	دست و پا	شش و تنفس	حشرات
			محل زندگی
			آب
			خشکی و آب

نکته

پوست قورباغه بالغ، نازک، مرطوب و بدون پولک است و این جانور می‌تواند تنفس پوستی هم انجام دهد.

خزندگان -

ویژگی‌های اصلی

- ۱ مهره دارند. ۲ بدنشان با پولک‌های ضخیم و سخت یا صفحات استخوانی پوشیده شده است. ۳ اغلب در خشکی زندگی می‌کنند. ۴ بعضی دست و پا دارند، مانند لاک‌پشت و سوسمار. ۵ بعضی دست و پا ندارند، مارها. ۶ بدن (شکم) خود را روی زمین می‌کشند.

انواع خزندگان

- ۱ مارها
- ۲ لاک‌پشت‌ها
- ۳ سوسمارها
- ۴ کروکودیل‌ها

مقایسه خزندگان قدیمی و امروزی

خزندگان امروزی	خزندگان قدیمی
توانع کم‌تری نسبت به گذشته دارند.	بزرگ‌ترین گروه از مهره‌داران بودند.
جثه کوچک‌تری دارند.	جثه بسیار بزرگی داشتند.

مارها

- ۱ دست و پا ندارند.
- ۲ برخی در خشکی، برخی در آب زندگی می‌کنند.
- ۳ بعضی سمی و بعضی غیرسمی‌اند.

فواید مارها

- ۱ تنظیم جمعیت حشرات و موش‌ها با تغذیه آن‌ها ۲ استفاده از سم بعضی از آن‌ها برای تهیه داروهای قلبی، ضد خونریزی و سرطان

لاک‌پشت‌ها:

- ۱ گروهی از خزنده‌ها هستند.
- ۲ انواع خشکی‌زی و آبی‌زی دارند.
- ۳ لاک پهن دارند که بخشی از استخوان‌هاست.
- ۴ حرکت کند از نشانه‌های آن‌هاست.



سوسمارها:

- جزء خزندگان اند.
- از حشرات تغذیه می کنند. (در کنترل جمعیت آن ها نقش دارند).
- نمونه سوسمارها - آفتاب پرست - در محیط های مختلف با تغییر رنگ، خود را استتار می کند.
- مارمولک - در مواقع خطر، دم خود را قطع می کند.

کروکودیل ها:

- جزء خزندگان اند.
- جنه بزرگ و تحرک کمی دارند.
- در آب های کم عمق زندگی می کنند.
- چشم ها روی سر و سوراخ های بینی جانور روی پوزه قرار دارند.
- تمساح نوعی کروکودیل است. (در ایران هم زندگی می کند).

- پرندگان -

ویژگی های اصلی

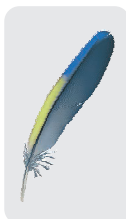
- ۱ بندشان از پر پوشیده شده است.
- ۲ بال دارند.
- ۳ در کنار شش های خود کیسه های هوادار دارند. - کیسه های هوادار سبب افزایش کارایی شش در جذب اکسیژن می شوند.
- ۴ پرندگان را می توان براساس شکل منقار و پاهایشان طبقه بندی کرد.
- ۵ پرندگان دارای توانایی پرواز، ویژگی هایی دارند که کمک می کند بتوانند پرواز کنند. شامل: - بدنشان دوکی شکل است. - مثنه ندارند.

نکته

شکل منقار پرنده نشان دهنده نوع غذا و شکل پای آن نشان دهنده محل زندگی جانور است.

انواع پر در پرندگان

- کرک پر - نقش پوششی و حفاظت در برابر سرما و گرما دارد.
- پوش پر - نقش پوششی در برابر سرما و گرما و فرم دهی به بدن را دارد.
- شاه پر - پرهای اصلی پروازی هستند.
- شاه پر دم - به تغییر جهت و توقف پرنده کمک می کنند.
- شاه پر بال - نقش اصلی را در پرواز دارد.



شاه پر بال



شاه پر دم



پوش پر



کرک پر

نقش مثبت پرندگان در زندگی ما

- ۱ استفاده از تخم و گوشت آن ها به عنوان غذا
- ۲ لذت بردن از صدای آن ها
- ۳ کمک به کشاورزی با خوردن علف های هرز و حشرات

- پستانداران -

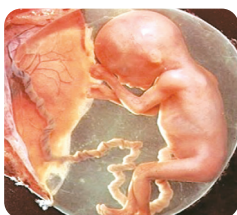
ویژگی های اصلی

- ۱ غدد شیری دارند.
- ۲ در تمام نقاط کره زمین یافت می شوند.
- ۳ بدنشان از مو یا پشم پوشیده شده است.
- ۴ بیشتر آن ها دوره جنینی را در بدن مادر می گذرانند.
- ۵ ساختار کلی دستگاه های بدن آن ها مشابه سایر مهره داران است، ولی پیچیدگی بیشتری دارد.
- ۶ دستگاه عصبی (هوش، حافظه و هماهنگی عضلات) توسعه زیادی دارد.

غدد شیری: اندامی در پستانداران است که پس از تولد نوزاد به منظور تغذیه آن شیر تولید می کند. دسته بندی پستانداران براساس چگونگی پرورش جنین و نوزاد:

مانند پلاتی پوس یا نوک اردکی	۱ نوزاد از تخم خارج می شود. ۲ نوزاد از شیر مادر تغذیه می کند.	۱) پستانداران تخم گذار
مانند کانگورو	۱ نوزاد نارس متولد می شود. ۲ نوزاد نارس درون کیسه ای روی بدن مادر قرار می گیرد. ۳ از غدد شیری درون کیسه تغذیه می کند.	۲) پستانداران کیسه دار
مانند انسان	۱ جنین در رحم و درون بدن مادر رشد و نمو می کند. ۲ نوزاد پس از تولد از شیر مادر تغذیه می کند.	۳) پستانداران جفت دار

سه اندام مهم در پستانداران جفت دار



۱ جفت ← اندامی در رحم است که مواد غذایی و اکسیژن را از خون مادر می گیرد و به جنین می دهد؛ هم چنین مواد زائد جنین را به خون مادر می دهد.

۲ رحم ← اندامی در بدن مادر که جنین در آن رشد می کند.

۳ بند ناف ← دارای رگ های خونی است که مواد غذایی و اکسیژن را از جفت به جنین می رساند.

گروه بندی پستانداران جفت دار (براساس رژیم غذایی)

۱ گیاه خوار ← مانند گوزن

۲ گوشت خوار ← مانند پلنگ

۳ همه چیز خوار ← مانند خرس

فصل پانزدهم: پاهم زیستن

بوم سازگان

به مجموعه عوامل زنده و غیرزنده محیط و تأثیرهایی که بر هم می گذارند، بوم سازگان می گویند.

۱ عوامل زنده ← جانداران

۲ عوامل غیرزنده ← آب، هوا، سنگ، خاک و...

انواع بوم سازگان

۱ خشکی ← جنگل گلستان

۲ آبی ← دریاچه زریوار

۳ خشکی - آبی ← تالاب شادگان

انواع بوم سازگان (از نظر نحوه تشکیل)

۱ طبیعی ← به طور طبیعی ایجاد شده اند و انسان در شکل گیری آن ها نقشی ندارد. مانند دریاچه زریوار و جنگل های هیرکانی.

۲ مصنوعی ← با دخالت انسان ایجاد شده اند، مانند باغچه، آبی دان (آکواریوم) و گلدان.

نکته

۱ دو فرایند مهم در هر بوم سازگان: ۱) انتقال انرژی ۲) چرخه مواد

۲ منبع اصلی انرژی لازم برای زندگی همه جانداران روی زمین، نور خورشید است. تولیدکننده ها با استفاده از نور خورشید فتوسنتز می کنند.

زنجیره غذایی

ویژگی کلی هر زنجیره غذایی

۱ از تعدادی جاندار تشکیل می شود.

۲ با یک تولیدکننده شروع می شود.

۳ حلقه های بعدی مصرف کننده هستند.

جانداران در هر زنجیره غذایی

۱ اولین حلقه (تولیدکننده) از مواد معدنی، مواد آلی می سازد.

مانند: گیاهان، بعضی آغازیان و باکتری ها

۲ دومین حلقه (مصرف کننده ۱) جانور گیاه خوار است.

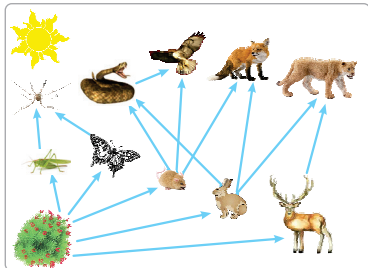
مانند: گوزن، خرگوش، گوسفند و ...

نکته

- (۱) در حلقه دوم ممکن است یک جانور همه چیزخوار داشته باشیم.
- (۲) مصرف کنندگان، ماده و انرژی را از تولیدکننده به دست می آورند و به آنها وابسته اند.

شبکه غذایی

هر شبکه غذایی از چند زنجیره غذایی تشکیل شده است. همه شبکه های غذایی روی زمین با هم در ارتباط اند.



شبکه غذایی از تعداد زنجیره غذایی تشکیل شده است.

هرم ماده و انرژی

- هرم ماده و انرژی ارتباط غذایی میان جانداران را نشان می دهد.
- هر تراز نشان دهنده حلقه ای از زنجیره غذایی است.
- منشأ اصلی انرژی هرم، انرژی خورشید است.
- تولیدکننده ها در قاعده هرم قرار دارند.
- از یک تراز به تراز بعدی حدود ۱۰ درصد ماده و انرژی منتقل می شود.
- (۹۰ درصد آن هدر می رود).

هر چه از قاعده هرم به رأس آن می رویم:

- ۱ تعداد جانداران کم می شود.
- ۲ مقدار ماده و انرژی کم می شود.
- ۳ شکارچیان قوی تر می شوند.

تجزیه کنندگان

- بعضی مصرف کنندگان، نقش تجزیه کنندگی دارند.
- تجزیه کننده ها انرژی مورد نیاز خود را از بقایای جانداران به دست می آورند.
- تجزیه کننده ها می توانند در تمام حلقه های زنجیره های غذایی وجود داشته باشند.
- بعضی قارچ ها و باکتری ها نقش تجزیه کنندگی دارند.

فعالیت تجزیه کنندگان

- ۱ مولکول های آلی را تا حد تشکیل مولکول های ساده ای مانند کربن دی اکسید، آب، گازهای گوگرددار و نیتروژن دار تجزیه می کنند.

توجه

علت بوی بد بقایای در حال فساد جانوران و گیاهان بعضی از همین مولکول ها هستند.

۲

باعث برگشت مواد به خاک، آب و هوا می شوند.

روابط بین جانداران

۱) همزیستی	۱) همسفرگی	یک جانور سود می برد و دیگری نه سود و نه زیان	ماهی های کوچک و کوسه
	۲) همیاری	هر دو جاندار سود می برند.	میگوی تمیزکننده انگل های دهان مارماهی - زنبور و گیاه گلدار - مورچه و شته - قارچ و جلبک در گلسنگ
	۳) انگلی	یک جاندار سود و دیگری زیان	کنه و انسان - مگس مزاحم و اسب
۲) شکار و شکارچی	شکارچی ثابت	به دنبال شکار نمی روند و ثابت اند.	شقایق دریایی (شکارچی) و خرچنگ (شکار)
	شکارچی متحرک	به دنبال شکار می روند.	شیر (شکارچی) و گاو وحشی (شکار)
۳) رقابت	بین افراد یک گونه	افراد یک گونه با هم بر سر طعمه رقابت می کنند.	شیرها و گوزن
	بین افراد گونه های مختلف	افراد گونه های مختلف با هم رقابت می کنند.	روباه و کورمار (شکارچی) بر سر سنجاب (شکار)



(ب) میگوی تمیزکننده در حال خوردن انگل‌های دهان مارماهی



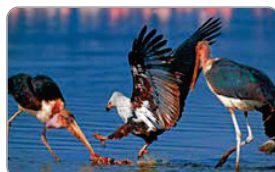
(الف) ماهی کوچک همراه کوسه شنا می‌کنند و از پس مانده شکار کوسه می‌خورند.



(ت) شقایق دریایی در حال شکار نوعی خرچنگ



(پ) کنه در حال مکیدن خون انسان.



(ج) رقابت بین افراد گونه‌های متفاوت



(ث) شیر در حال شکار گاو وحشی



(ج) بین افراد یک گونه

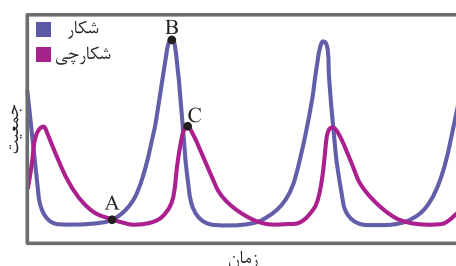
همزیستی قارچ و جلبک

- از همزیستی قارچ و جلبک، جاندارانی به نام **گلستگ** تشکیل می‌شود.
- قارچ مواد معدنی را برای خودش و جلبک فراهم می‌کند.
- جلبک با فتوسنتز، کربوهیدرات مورد نیاز خود و قارچ را فراهم می‌کند.

کاربرد گلستگ‌ها

- تشکیل خاک از سنگ **۲** استخراج مواد رنگی و دارویی **۳** غذای بعضی جانوران مانند گوزن
- گلستگ‌ها به آلودگی هوا حساس‌اند و بر اثر آلودگی از بین می‌روند.

رابطه بین جمعیت شکارچی و شکار



- با افزایش جمعیت شکار، جمعیت شکارچی‌ها افزایش می‌یابد. (البته با گذشت زمان)
- در هر بوم‌سازگان تعداد شکارچی‌ها به تعداد شکار آن‌ها بستگی دارد.
- با توجه به نمودار مقابل، کاهش و یا افزایش جمعیت شکارچی‌ها به دنبال کاهش یا افزایش جمعیت شکار بلافاصله نیست و نیاز به گذشت زمان دارد.

ویژگی جانوران در کاهش احتمال شکار شدن یا افزایش قدرت شکار

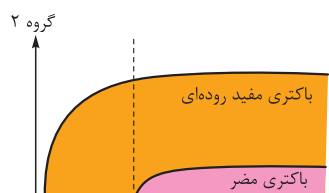
- وجود لکه‌های رنگی چشم‌مانند در انتهای بدن بعضی حشرات (شبه مار می‌شوند) **۲** استتار و مخفی شدن از دید شکار یا شکارچی، مانند استتار حشره برگ‌گی شکل و ماهی

عوامل مؤثر بر افزایش رقابت بین جانداران

- جانداران نیازهای مشابهی دارند. **۲** نیازهای خود را از منبع مشترک تأمین می‌کنند.
- راهی برای کاهش رقابت بین گونه‌ها: تقسیم‌بندی زمان شکار مانند جغد (شکار در شب) و شاهین (شکار در روز)

نقش خوراکی‌های زیست‌پار (پروبیوتیک) بر سلامتی

امروزه با اضافه کردن باکتری‌های مفید به لبنیات، باعث می‌شوند که این باکتری‌ها در رقابت با باکتری‌های مضر روده پیروز شده و کمتر به بیماری‌های روده‌ای مبتلا شویم.



تنوع زیستی

- تنوع زیستی به معنای تنوع گونه‌های جاندار و محیطی است که در آن زندگی می‌کنند.
- هر چه تعداد گونه‌های جانداران بیشتر باشد، تنوع زیستی بیشتر است.
- وجود تنوع در محیط باعث فراهم شدن نیاز انواع جانداران می‌شود.
- تنوع زیستی کره زمین طی میلیون‌ها سال شکل گرفته است.

عوامل مؤثر بر کاهش تنوع زیستی

- ۱ عوامل طبیعی: مانند یخبندان - سقوط شهاب‌سنگ
- ۲ عوامل انسانی:
- ۱) گسترش شهرها و جاده‌ها
- ۲) آلوده کردن محیط طبیعی
- ۳) ورود گونه‌های بیگانه
- ۴) شکار بی‌رویه
- ۵) استفاده بیش از حد از گیاهان

توجه عوامل انسانی مهم‌ترین خطر برای کاهش تنوع زیستی است.

گونه‌های بیگانه و کاهش تنوع زیستی: گاهی گونه‌های بیگانه با رشد سریع و استفاده بیشتر از منابع، مانع رشد گونه‌های بومی شده و باعث کاهش و یا از بین رفتن آن‌ها می‌شوند.

انقراض: وقتی تمام افراد یک گونه از بین می‌روند، می‌گویند آن جاندار منقرض شده است، مانند ببر مازندران.

گونه‌های در خط انقراض در ایران: سمندر لرستانی - خرس سیاه - ماهی کورغار

اهمیت تنوع زیستی

- ۱ استخراج داروها ← تهیه چند صد نوع داروی مختلف از جنگل‌های بارانی
- ۲ حفاظت از گیاهان ← حشراتی مانند کفشدوزک با خوردن آفت‌ها
- ۳ تکثیر گیاهان ← گرده‌افشانی توسط حشرات
- ۴ ابداعات مهندسی ← ایده گرفتن از تار عنکبوت (از نظر استحکام)

راه‌های حفظ تنوع زیستی

- ۱ جلوگیری از ساخت و ساز بی‌رویه و کنترل نشده در محیط‌های طبیعی
- ۲ جلوگیری از ورود گونه‌های بیگانه
- ۳ بیابان‌زدایی و جلوگیری از قطع بی‌رویه درختان
- ۴ جلوگیری و کاهش آلودگی‌های آب، هوا و خاک
- ۵ کاهش شکار و جلوگیری از شکار گونه‌های در معرض انقراض

زیست دهم: فصل اول

گفتار ۳: یاخته و بافت در بدن انسان

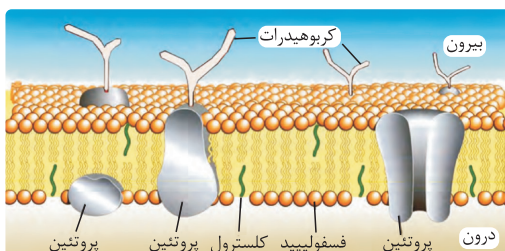
اجزای یاخته یوکاریوتی (از نوع جانوری!)

- یاخته، واحد ساختار و عملکرد در جانداران است.
- یاخته‌های یوکاریوتی به طور کلی از سه بخش هسته، سیتوپلاسم و غشا تشکیل شده است.

غشا

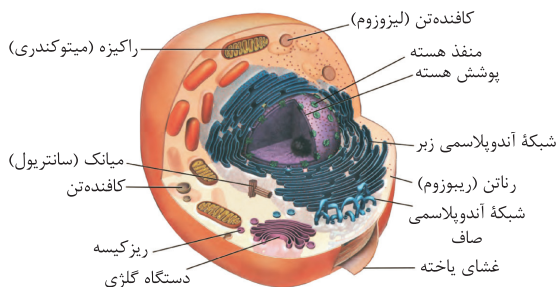
- اطراف یاخته را غشای یاخته‌ای احاطه کرده است. این غشا مرز بین درون و بیرون آن است.
- غشای یاخته، نفوذپذیری انتخابی یا تراوایی نسبی دارد؛ یعنی فقط برخی مواد می‌توانند از آن عبور کنند.
- غشای یاخته از دو لایه مولکول‌های فسفولیپید تشکیل شده است که در آن مولکول‌های پروتئین و کلسترول قرار دارند. همچنین انواعی از کربوهیدرات‌ها به مولکول‌های فسفولیپیدی و پروتئینی متصل‌اند.
- کربوهیدرات‌های غشا:

- ۱ فقط در لایه خارجی غشا قرار دارند.
- ۲ می‌توانند به مولکول‌های فسفولیپیدی غشا و یا پروتئینی (هم پروتئین‌های سراسری و هم غیرسراسری) متصل باشند.
- ۳ حالت منشعب دارند.



۴ در زیست دوازدهم یاد می‌گیرید که یکی از انواع کربوهیدرات‌های غشایی، کربوهیدرات‌های گروه خونی A و کربوهیدرات B است. به طور مثال کسی در غشای گویچه‌های قرمز فقط کربوهیدرات A دارد، دارای گروه خونی A و کسی که در غشای گویچه‌های قرمز فاقد هرگونه کربوهیدرات گروه خونی است، گروه خونی O دارد.

۵ هیچ‌یک از کربوهیدرات‌های غشایی به کلسترول اتصال ندارد.



• پروتئین‌های غشا: مولکول‌های بزرگ غشا محسوب می‌شوند. این مولکول‌ها خود در دو دسته زیر تقسیم‌بندی می‌شوند: پروتئین غیرسراسری سطحی؛ این پروتئین‌ها می‌توانند در سطح داخلی غشا، در سطح خارجی آن غشا باشند.

• پروتئین‌های سراسری در صورت داشتن منفذ به صورت کانال می‌باشند. گروهی از پروتئین‌های سراسری فاقد منفذ می‌باشند.

• پروتئین سرتاسری: این پروتئین‌ها با هر دو لایه فسفولیپیدی غشا تماس دارند و می‌توانند به صورت کانال و پمپ در جابه‌جا کردن مواد نقش داشته باشند.

سیتوپلاسم

• ماده زمینه‌ای سیتوپلاسم فاصله بین غشای باخته و هسته را پر می‌کند.

• در پروکاریوت‌ها تمام فضای درونی احاطه شده توسط غشاء پلاسمایی توسط سیتوپلاسم پر می‌شود؛ برخلاف یوکاریوت‌ها.

• سیتوپلاسم از اندامک‌ها و ماده زمینه‌ای تشکیل شده است.

• ماده زمینه‌ای آن شامل آب و مواد دیگر است.

• هر یک از اندامک‌ها در سیتوپلاسم کار ویژه‌ای دارند.

• *هالا دیگه نوبت کار اندامک‌هاست ...*

• رانتن (ریبوزوم):

• کار آن ساخت پروتئین است. این اندامک تقریباً در هر باخته زنده‌ای وجود دارد و با استفاده از اطلاعات درون دنا که توسط یک مولکول واسطه به نام رنای پیک به ریبوزوم رسیده، پروتئین‌سازی می‌کند.

• محل ریبوزوم در باخته: به صورت آزاد در سیتوپلاسم + روی شبکه آندوپلاسمی زبر + درون راکیزه و سبزدیسه (زیست دوازدهم - فصل دوم)

• رانتن‌ها از دو زیرواحد تشکیل شده‌اند. هر زیرواحد نیز از رنا و پروتئین تشکیل شده است. در باخته، پروتئین‌های رانتنی ساخته شده و رنای مربوط به آن‌ها در کنار هم قرار گرفته و زیرواحد کوچک و بزرگ رانتن را می‌سازد. رانتن در ساختار کامل، سه جایگاه به نام P، A و E دارد. (زیست دوازدهم - فصل دوم)

• شبکه آندوپلاسمی:

• شبکه‌ای از لوله‌ها و کیسه‌ها که در سراسر سیتوپلاسم گسترش دارند و بر دو نوع زبر (دارای رانتن) و صاف (بدون رانتن) است.

• شبکه‌ای از لول‌ها و کیسه‌های مرتبط به هم!

• شبکه آندوپلاسمی زبر در ساختن پروتئین‌ها و شبکه آندوپلاسمی صاف در ساختن لیپیدها نقش دارند.

• از این شبکه ریزکیسه‌هایی جدا می‌شوند و به سمت جسم گلژی می‌روند و در نهایت غشاء آن‌ها با غشاء جسم گلژی ادغام می‌شود.

شبکه آندوپلاسمی زبر	شبکه آندوپلاسمی صاف
جزء اندامک‌های تک‌غشایی باخته هستند؛ در نتیجه دارای دو لایه فسفولیپیدی هستند.	
طبق شکل ۹ کتاب درسی، شبکه‌ای از کیسه‌های غشایی متصل به هم است.	طبق شکل ۹ کتاب درسی، شبکه‌ای از لوله‌های غشایی متصل به هم است.
در تولید پروتئین نقش دارد.	در تولید لیپیدها نقش دارد.
به صورت مستقیم با غشای خارجی هسته اتصال دارد.	به غشاء پلاسمایی نزدیک‌تر است.
بر روی خود دارای اندامک ریبوزوم است.	فاقد اندامک ریبوزوم است.
در زیست یازدهم می‌خوانید که در زمان تقسیم میتوز، در مرحله پرومتافاز تجزیه می‌شود تا رشته‌های دوک تقسیم بتوانند به کروموزوم‌ها متصل شوند.	

• دستگاه گلژی:

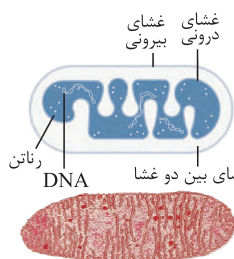
• از کیسه‌هایی تشکیل شده است که بر روی هم قرار گرفته و در بسته‌بندی مواد و ترشح آن‌ها به خارج از باخته نقش دارد.

• کیسه‌های دستگاه گلژی به یکدیگر متصل نیستند!

• بخش‌پذیرنده گلژی (که معمولاً به سمت شبکه آندوپلاسمی است.) به صورت محدب و بخش صادرکننده آن (که معمولاً رو به غشاست.) مقعر است.

• سطحی از دستگاه گلژی که از شبکه آندوپلاسمی پروتئین می‌گیرد، از غشای باخته دورتر است.

• در باخته‌های گیاهی برعکس باخته‌های جانوری، هنگام تقسیم سیتوپلاسم حلقه انقباضی تشکیل نمی‌شود. در این باخته‌ها ابتدا ساختاری به نام صفحه باخته‌ای در محل تشکیل دیواره جدید، ایجاد می‌شود. این صفحه با تجمع ریزکیسه‌های دستگاه گلژی و به هم پیوستن آن‌ها تشکیل می‌شود. این ریزکیسه‌ها، دارای پیش‌سازهای تیغه میانی و دیواره باخته‌ای هستند. با اتصال این صفحه به دیواره باخته مادری دو باخته جدید از هم جدا می‌شوند. (زیست یازدهم - فصل ششم)



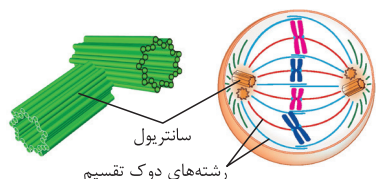
راکیزه (میتوکندری):

- دو غشا دارد و کار آن تامین انرژی برای یاخته است.
- تولید انرژی در یاخته لزوم درون میتوکندری انجام نمی‌شود؛ به طور مثال فرایند قندکافت و یا استفاده از کراتین فسفات در یاخته‌های ماهیچه‌ای خارج از میتوکندری است.
- درون میتوکندری، مولکول دنا، رنا و ریبوزوم وجود دارد. برخی پروتئین‌های لازم برای تنفس یاخته‌ای توسط رناتن درون میتوکندری‌ها ساخته می‌شود. (زیست دوازدهم - فصل پنجم)

کافنده تن (لیزوزوم):

- در گوارش درون یاخته‌ای مواد غذایی نقش دارند! مثل ترکیبات درون واکوئول غذایی پارامسی! (زیست دهم - فصل دوم)
- کیسه‌ای است که انواع آنزیم‌ها برای تجزیه مواد دارد.
- آنزیم‌های درون کافنده تن توسط ریبوزوم‌های شبکه آندوپلاسمی زیر ساخته می‌شود و از دستگاه گلژی هم عبور می‌کنند. (زیست دوازدهم - فصل دوم)
- آنزیم‌های لیزوزومی در فرایندهای مرگ برنامه‌ریزی شده و بافت‌مردگی نقش دارند.

میانک (سانتریول):



- ساختاری استوانه‌ای شکل است که در یاخته‌های جانوری به تعداد دو عدد عمود بر هم دیده می‌شود و نقش آن‌ها در تقسیم یاخته‌ای است. هر سانتریول از ۹ دسته ۳ تایی ریزلوله پروتئینی تشکیل می‌شود.
- در یاخته‌های جانوری، میانک‌ها (سانتریول‌ها) ساخته شدن رشته‌های دوک را سازمان‌دهی می‌کنند. (زیست دوازدهم - فصل ششم)

ریزکیسه (وزیکول):

- این ریزکیسه‌ها می‌توانند چند منشاء داشته باشند: (۱) ریزکیسه‌های جدا شده از شبکه آندوپلاسمی (۲) ریزکیسه‌های جدا شده از جسم گلژی (۳) ریزکیسه‌های جدا شده از غشاء پلاسمایی در طی آندوسیتوز
- کیسه‌ای است که در جابه‌جایی مواد در یاخته نقش دارد.
- و در نهایت هسته یافته که مرکز فرماندهی هستن ایشون!

هسته:

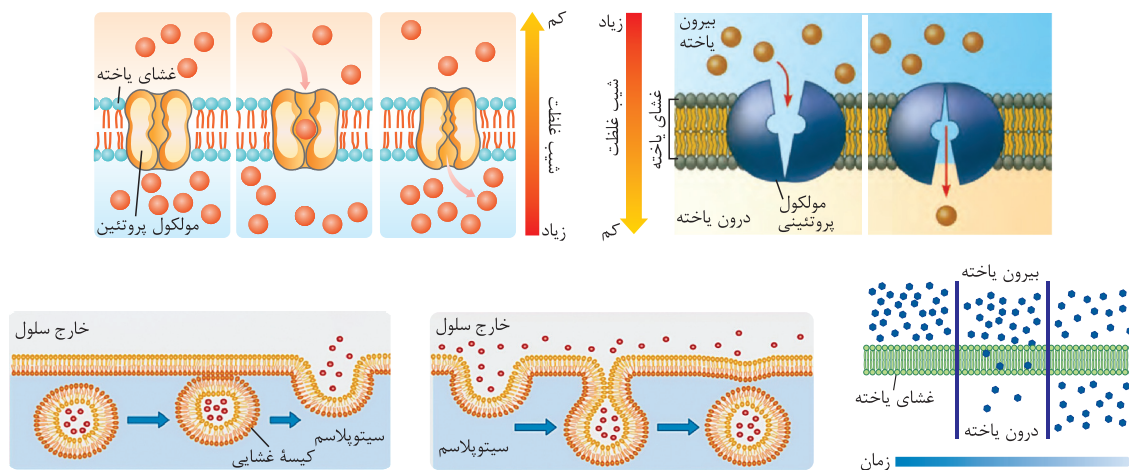
- هسته شکل، اندازه و کار یاخته را مشخص و فعالیت‌های آن را کنترل می‌کند.
- در هسته، دنا قرار دارد. دنا دارای اطلاعات لازم برای تعیین صفات است.
- هسته پوششی دو لایه (غشای داخلی، غشای بیرونی) دارد. این پوشش دارای منافذی است که از طریق آن‌ها ارتباط بین هسته و سیتوپلاسم برقرار می‌شود.

ورود مواد به یاخته و خروج از آن

اول این جدول رو ببینید!

نوع انرژی مصرفی	استفاده از پروتئین غشایی	حرکت در جهت شیب غلظت	حرکت برخلاف شیب غلظت	باعث تعادل در دو سمت غشا ...	وسعت غشا
انتشار ساده	×	✓	×	می‌شود.	ثابت است.
انتشار تسهیل شده	✓	✓	×	می‌شود.	ثابت است.
اسمز	✓ / ×	✓	×	می‌شود.	ثابت است.
انتقال فعال	ATP انرژی الکترون	✓	×	نمی‌شود.	ثابت است.
درون‌بری	ATP	در درون‌بری می‌توان فعالیت پروتئین‌های غشایی را شاهد بود. به این صورت که هم‌زمان با تشکیل ریزکیسه غشایی، گروهی از پروتئین‌های قرار گرفته در غشاء در قسمتی از غشاء قرار می‌گیرند که بعدها به عنوان غشاء ریزکیسه شناخته می‌شوند.	ممکن است در جهت یا خلاف جهت باشد.	ممکن است در جهت یا خلاف جهت باشد.	کاهش می‌یابد.
برون‌رانی	ATP	عکس این مورد قرارگیری پروتئین‌های غشایی تولید شده در سیتوپلاسم، در ساختار غشاء است!	ممکن است در جهت یا خلاف جهت باشد.	ممکن است در جهت یا خلاف جهت باشد.	افزایش می‌یابد.

حالا شکل های مربوط به هر فرایند رو هم ببینید.

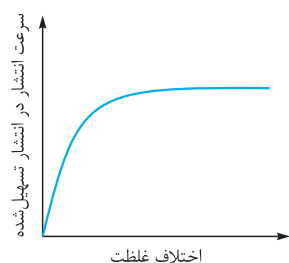


و حالا هند کتفه دریگه ...

در هر انتشار تسهیل شده مواد، پروتئین جابه جاکنده تغییر شکل نمی دهد و لزومن هم هر پروتئین غشایی که در زمان جابه جایی نوعی ماده تغییر شکل می دهد، انتشار تسهیل شده انجام نمی دهد!

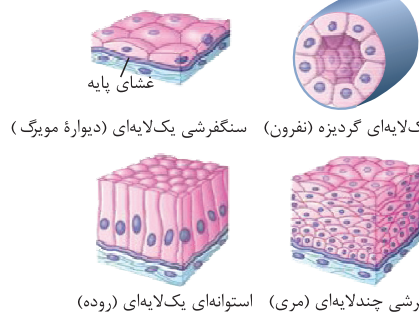
عوامل موثر در انتشار تسهیل شده:

- افزایش دما تا حدی باعث افزایش سرعت انتشار تسهیل شده می شود. دقت کنید که پروتئین ها به تغییرات دما حساس اند و از آن جایی که انتشار تسهیل شده توسط پروتئین های غشا صورت می گیرد، افزایش دما از یک حدی بیشتر شود، پروتئین های غشا داغان می شوند و پدر یاخته درمی آید.
- افزایش اختلاف غلظت مولکول در دو سمت غشا تا زمانی که همه پروتئین های غشایی جابه جاکنده مولکول مشغول فعالیت شوند، باعث افزایش سرعت انتشار تسهیل شده می شود، ولی زمانی که همه پروتئین ها فعال شدند، دیگر سرعت انتشار تسهیل شده ثابت می شود.



بافت های بدن انسان -

- بافت های بدن انسان را می توان به چهار نوع پوششی، پیوندی، ماهیچه ای و عصبی دسته بندی کرد.
- در اندام ها و دستگاه های بدن انواع بافت ها به نسبت های متفاوت وجود دارند.
- بافت پوششی**
- بافت پوششی، سطح بدن و سطح حفره ها و مجاری درون بدن (مانند دهان، معده، روده ها و رگ ها) را می پوشاند.
- یاخته های این بافت، به یکدیگر بسیار نزدیک اند و بین آن ها فضای بین یاخته ای اندکی وجود دارد.
- در زیر یاخته های این بافت، بخشی به نام غشای پایه وجود دارد که این یاخته ها را به یکدیگر و به بافت های زیر آن، متصل نگه می دارد.
- غشای پایه، شبکه ای از رشته های پروتئینی و گلیکوپروتئینی (ترکیب کربوهیدرات و پروتئین) است.
- یاخته های بافت پوششی به شکل های سنگفرشی، مکعبی و استوانه ای در یک یا چند لایه سازمان می یابند.



نکته

- در بافت های پوششی تک لایه همه یاخته ها با غشاء پایه در ارتباط اند ولی در بافت های پوششی چند لایه تنها لایه اول این گونه است.
- بافت های پوششی می توانند مژک دار یا بدون مژک باشند.
- بافت پوششی مجاری تنفسی و لوله های فالوپ در زنان مژک دار است.
- سطحی ترین یاخته ها در بافت های پوششی چند لایه می تواند یاخته های مرده داشته باشد. مثل پوست!
- بافت های پوششی در نواحی از بدن ریز پرز دارند: (۱) یاخته های مکعبی (نفرن) (۲) یاخته های استوانه ای روده باریک
- در بافت پوششی تک لایه نیز الزاماً همه یاخته ها با فضای دور از غشاء پایه در ارتباط نیستند! مثل یاخته های کوچک در قاعده بافت پوششی مخاط تنفسی نای.
- در بافت پوششی سنگفرشی چند لایه یاخته های سطحی تر ظاهری سنگفرشی دارند و هر چه به غشاء پایه نزدیک می شویم شکل یاخته ها مکعبی تر می شود.



● انواعی از یاخته‌های پوششی مطرح شده در کتاب‌های درسی:

● هسته یاخته‌ها دوکی شکل دیده می‌شود. ● در لایه داخلی قلب، دیواره حبابک‌ها، لایه داخلی رگ‌ها و لایه خارجی کیسول بومن مشاهده می‌شود.	بافت سنگفرشی تک‌لایه (ساده)
● روی غشای پایه، یک ردیف یاخته منظم قرار دارد که بر روی آن، چند طبقه یاخته با هسته گرد در وسط وجود دارند. ● یاخته‌ها در طبقات سطحی به شکل سنگفرشی و پهن دیده می‌شوند. ● در دهان، حلق، مری و پوست مشاهده می‌شود.	بافت سنگفرشی چندلایه
● در مجاری تنفسی (بینی، نای، نایزه و نایزک) مشاهده می‌شود. ● مژک‌ها ماده مخاطی را به سمت حلق حرکت می‌دهند.	بافت پوششی استوانه‌ای مژک‌دار
● در لایه مخاط روده باریک دیده می‌شود و سطح جذب مواد مغذی را افزایش می‌دهد.	بافت پوششی استوانه‌ای ریزپرزدار
● هسته تقریباً در وسط سیتوپلاسم قرار دارد. ● در نفرون (لوله پیچ‌خورده نزدیک) مشاهده می‌شود. یاخته‌های مکعبی نفرون می‌توانند ریزپرز داشته باشند.	بافت پوششی مکعبی
● نوعی از یاخته‌های پوششی هستند که سورفاکتانت را ترشح می‌کنند.	یاخته‌های نوع ۲ دیواره حبابک
● نوع خاصی از یاخته‌های پوششی هستند که در دیواره داخلی کیسول بومن قرار دارند. این یاخته‌ها در اطراف گلومرول قرار می‌گیرند و با داشتن زوائد سیتوپلاسمی شکاف‌های تراوشی ایجاد می‌کنند.	یاخته‌های پودوسیت

بافت پیوندی

- بافت پیوندی از انواع یاخته‌ها، رشته‌های پروتئینی مانند رشته‌های کلاژن و رشته‌های کشسان (ارتجاعی) و ماده زمینه‌ای تشکیل شده است.
- ماده زمینه‌ای بافت پیوندی ممکن است مایع، جامد و نیمه‌جامد باشد.

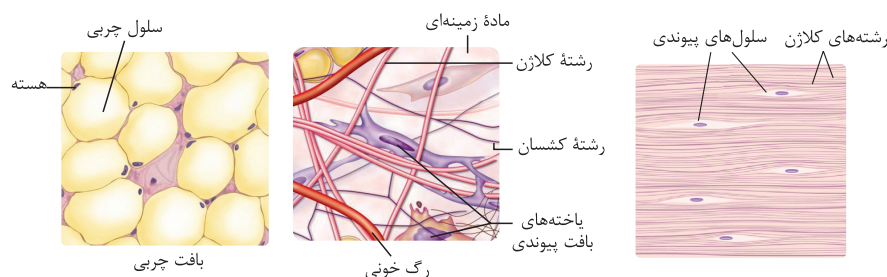
نکته

بافت پیوندی معمولاً فضای بین یاخته‌های زیادی دارد! حتی در مورد بافت چربی نیز این موضوع صادق است! ولی طبق نکته کنکور، بافت پیوندی پوشاننده سطح خارجی استخوان یاخته‌هایی دارد که فضای بین یاخته‌ای اندک دارند!

● مقایسه بافت پیوندی سست و متراکم:

نوع بافت پیوندی	مقاومت	انعطاف‌پذیری	ترکیب ماده زمینه‌ای		میزان ماده زمینه‌ای	تعداد سلول‌ها	فاصله بین سلول‌ها	وظایف
			میزان رشته‌های کشسان	میزان کلاژن				
سست	کم‌تر	بیشتر	بیشتر	کم‌تر	بیشتر	بیشتر	زیاد	معمولاً پشتیبانی از بافت پوششی
متراکم	بیشتر	کم‌تر	کم‌تر	بیشتر	کم‌تر	کم‌تر	زیاد	● افزایش مقاومت اندام ● متصل کردن ماهیچه به استخوان (زردپی) ● وصل کردن دو استخوان به هم (رباط) ● و ...

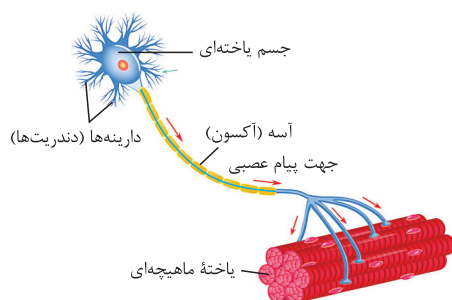
- یاخته‌های بافت پیوندی متراکم، دوکی شکل هستند.
- یاخته‌های بافت پیوندی سست، زوائد سیتوپلاسمی دارند.
- بافت چربی:
- ۱ نوعی بافت پیوندی است که در آن یاخته‌های سرشار از چربی فراوان است. (منظور از چربی همان تری‌گلیسرید است).
- ۲ بزرگ‌ترین ذخیره انرژی در بدن است.
- ۳ نقش ضربه‌گیری دارد و به عنوان عایق حرارتی نیز عمل می‌کند.
- خون، استخوان و غضروف، انواع دیگر بافت پیوندی هستند.



بافت ماهیچه‌ای:

ماهیچه	شکل یاخته	خطوط تیره و روشن	انشعاب	تعداد هسته	محل هسته	اعصاب کنترل کننده	نوع انقباض	محرك انقباض
صاف	دوکی	ندارد.	ندارد.	۱	مرکز یاخته	خودمختار	غیرارادی	نورون / هورمون
قلبی	رشته‌ای	دارد.	دارد.	بیشتر یاخته‌ها یک و بعضی دوتا	دور از غشا	خودمختار	غیرارادی	شروع انقباض بدون نیاز دستور عصبی و هورمونی است.
اسکلتی	رشته‌ای	دارد.	ندارد.	چند	نزدیک غشا	پیکری	ارادی / غیرارادی	نورون

بافت عصبی



۱. یاخته‌های عصبی (نورون‌ها)، یاخته‌های اصلی بافت عصبی هستند.
۲. یاخته‌های عصبی با یاخته‌های بافت‌های دیگر مانند یاخته‌های ماهیچه ارتباط دارند.
۳. یاخته‌های عصبی یاخته‌های ماهیچه‌ای را به منظور انقباض تحریک می‌کنند تا منقبض شوند.
۴. یک نورون می‌تواند به طور همزمان با چند یاخته ارتباط داشته باشد.
۵. یاخته‌های عصبی سه عملکرد دارند: این یاخته‌ها تحریک‌پذیرند و پیام عصبی تولید می‌کنند؛ آن‌ها این پیام را هدایت و به یاخته‌های دیگر منتقل می‌کنند.
۶. دارینه (دندریت) رشته‌ای است که پیام‌ها را دریافت و به جسم یاخته عصبی وارد می‌کند. آسه (آکسون) رشته‌ای است که پیام عصبی را از جسم یاخته عصبی تا انتهای خود که پایانه آسه نام دارد، هدایت می‌کند. پیام عصبی از محل پایانه آسه یک یاخته عصبی به یاخته دیگر منتقل می‌شود. جسم یاخته‌ای محل قرارگرفتن هسته و انجام سوخت‌وساز یاخته‌های عصبی است و می‌تواند پیام نیز دریافت کند.

فیزیک

علوم نهم

فصل هشتم: فشار و آثار آن

– فشار –

تعریف: فشار مقدار نیرویی است که به طور عمود بر واحد سطح وارد می‌شود.

توجه: منظور از واحد سطح یعنی یک سانتی‌متر مربع یا یک متر مربع یا ...

عوامل مؤثر در مقدار فشار

(۱) اندازه نیروی عمودی (F)

(۲) مساحت سطحی که نیرو به آن وارد می‌شود. (A)

نکته

فشار وارد بر یک سطح، رابطه مستقیم با نیرو و رابطه عکس با مساحتی دارد که نیرو به آن وارد شده است.

$$\text{فرمول} \quad P = \frac{F}{A} \quad \text{فشار} = \frac{\text{نیرو}}{\text{سطح}}$$

در فرمول بالا

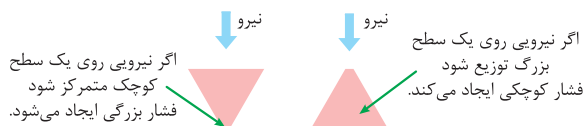
- یکای اندازه‌گیری نیرو (F)، نیوتون (N) است.
- یکای اندازه‌گیری سطح (A)، مترمربع (m^۲) است.
- یکای اندازه‌گیری فشار (P)، نیوتون بر متر مربع (N / m^۲) است.

توجه: یک نیوتون بر متر مربع معادل با یک پاسکال (Pa) است.



$$1 \text{ N} / \text{m}^2 = 1 \text{ Pa}$$

$$1 \text{ N} / \text{cm}^2 = 10000 \text{ Pa}$$



مثال قطعه فلز مکعبی شکل به ابعاد $5 \times 10 \times 20$ سانتی متر و به جرم 12 کیلوگرم روی سطح زمین قرار گرفته است. مجموع بیشترین و کمترین فشاری که این مکعب

به سطح زیرین خود وارد می کند چه قدر است؟ ($g = 10 \text{ N} / \text{g}$)

$$30000 \text{ N} / \text{cm}^2 \quad (4)$$

$$24000 \text{ N} / \text{cm}^2 \quad (3)$$

$$2/4 \text{ N} / \text{cm}^2 \quad (2)$$

$$3 \text{ N} / \text{cm}^2 \quad (1)$$

پاسخ گزینه (۱)

وقتی جسم بر روی بزرگترین سطح خود قرار دارد؛ کمترین فشار را وارد می کند و زمانی که بر روی کوچکترین سطح قرار دارد، بیشترین فشار را وارد می کند.

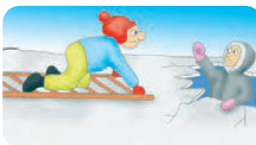
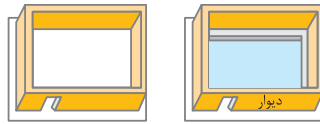
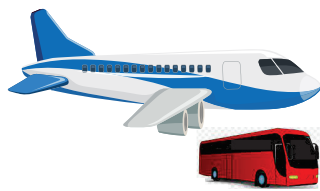
$$P = \frac{F}{A} \Rightarrow F = mg = 12 \times 10 = 120 \text{ N}$$

$$P (\text{کمترین فشار}) = \frac{120}{10 \times 20} = \frac{120}{200} = 0/6 \text{ N} / \text{cm}^2$$

$$P (\text{بیشترین فشار}) = \frac{120}{5 \times 10} = \frac{120}{50} = 2/4 \text{ N} / \text{cm}^2$$

$$2/4 + 0/6 = 3 \text{ N} / \text{cm}^2$$

– نمونه‌هایی از پدیده‌های مرتبط با فشار –

پدیده	علت
 چوب اسکی باعث می‌شود کم‌تر در برف فرو روید.	هنگام استفاده از چوب اسکی، نیروی وزن اسکی‌باز روی سطح بزرگ‌تری توزیع می‌شود و فشار کم‌تری به برف وارد می‌شود.
 گرفتن پونز بین دو انگشت سبب آسیب‌رساندن به یکی از انگشت‌ها می‌شود.	به دو سر پونز نیروی یکسانی وارد می‌شود، ولی در سر نازک پونز که مساحت کم‌تری دارد، فشار بیشتر است.
 امدادگر برای حرکت روی دریاچه یخ زده از نردبان استفاده می‌کند.	نردبان سبب می‌شود که نیروی وزن امدادگر روی سطح بزرگ‌تری توزیع شود و فشار کم‌تری به یخ وارد شود.
 پونز با کمی تلاش در چوب فرو می‌رود.	نوک پونز سطح کمی دارد و در نتیجه فشار در نقطه تماس پونز با چوب زیاد می‌شود.
 برای اتصال قطعه‌های چوبی از واشر استفاده می‌شود.	نیرویی که مهره وارد می‌کند روی سطح بزرگ‌تری (سطح واشر) توزیع می‌شود و فشار کم‌تری به چوب وارد می‌شود.
 در ته کفش فوتبالیست‌ها گل میخ وجود دارد.	گل میخ‌ها باعث می‌شوند نیروی وزن بازیکن روی سطح کوچک‌تری توزیع شود و با افزایش فشار وارد شده به چمن، دویدن برای بازیکن ساده‌تر می‌شود.
 پایه نوازی پایه یک پارچه برای ساختن ساختمان روی زمین نرم، پایه یک پارچه بهتر از پایه نوازی است.	مساحت پایه یک پارچه بیشتر از پایه نوازی است و نیروی وزن دیوار روی سطح بزرگ‌تری توزیع می‌شود و فشار کم‌تری به زمین نرم وارد می‌شود.
 ابعاد پنجره هواپیما کوچک‌تر از پنجره اتوبوس است.	فشار هوای درون هواپیما بیشتر از فشار هوای بیرون است که می‌تواند باعث شکستن شیشه شود و به همین دلیل پنجره هواپیما کوچک ساخته می‌شود تا اندازه نیروی وارد بر شیشه کم‌تر شود.



– فشار مایعات –

فشار مایعات همانند فشار جامدات ناشی از نیروی وزن است.

سطح آزاد مایع

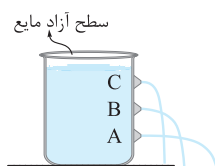
سطح آزاد مایع، سطحی از مایع است که با هوا در ارتباط است و فشار روی آن، فقط فشار هوا است.

نکته

هر چه نسبت به سطح آزاد مایع پایین تر برویم، فشار مایع افزایش می یابد.

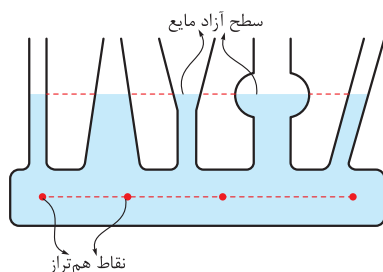
مثال

آب در نقطه A بیشترین فشار و در نقطه C کمترین فشار را دارد.



– نقاط هم فشار (هم تراز) –

در نقاط هم عمق از یک مایع، فشار یکسان است. به این نقاط، نقاط هم فشار یا هم تراز گفته می شود.

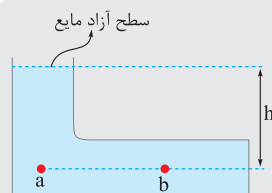


توجه

لوله ها شکل و حجم متفاوتی دارند ولی فشار مایع در نقاط هم تراز یکسان است و شکل ظرف، مقدار مایع در هر ظرف و سطح قاعده ظرف تاثیری در مقدار فشار یک مایع ندارد.

مثال

فشار مایع در نقطه a بیشتر است یا b؟ به چه دلیل؟



پاسخ

فشار در نقاط a و b یکسان است، زیرا عمق این دو نقطه از سطح آزاد مایع (h) یکسان است و نقاط هم عمق از یک مایع، هم فشار هستند.

– محاسبه فشار مایع –

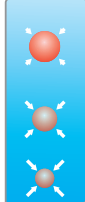
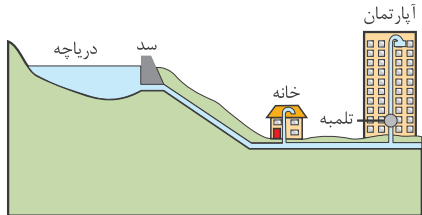
ارتفاع مایع × شتاب گرانش × چگالی مایع = فشار مایع

$$P = \rho gh$$

در فرمول بالا:

- یکای ارتفاع مایع (h)، متر (m) است.
- یکای شتاب گرانش (g)، نیوتون بر کیلوگرم (N/kg) است.
- یکای چگالی مایع (ρ)، کیلوگرم بر متر مکعب (kg/m³) است.
- یکای فشار مایع (P)، پاسکال (Pa) است.

– نمونه‌هایی از پدیده‌های مرتبط با فشار مایعات –

پدیده	علت
 اندازه بادنک، وقتی از ته استخر به بالا می‌آید، بزرگ‌تر می‌شود.	در ته استخر، فشار آب بیشتر است و هرچه بادنک بالاتر می‌آید، فشار آب کم‌تر می‌شود و بادنک بزرگ‌تر می‌شود.
 هرچه از تاج سد به پایه آن نزدیک می‌شویم، ضخامت دیواره آن افزایش می‌یابد.	هرچه به پایه‌های سد نزدیک‌تر می‌شویم، ارتفاع آب و در نتیجه فشار بیشتر می‌شود و باید دیواره سد را ضخیم‌تر ساخت.
 در ساختمان چندین طبقه نیاز به تلمبه (پمپ) است.	برای آن‌که آب به ارتفاع بالاتری نسبت به سطح آزاد خود در دریاچه منتقل شود باید یک نیروی بالابرنده توسط یک تلمبه ایجاد شود.

– اصل پاسکال –

مفهوم: اگر بر بخشی از مایع که درون ظرفی محصور است، فشار وارد کنیم، این فشار، بدون کم و زیاد شدن به بخش‌های دیگر مایع و دیواره‌های ظرف منتقل می‌شود. به این ویژگی مایع اصل پاسکال گفته می‌شود.

کاربردهای اصل پاسکال

۱ ترمز هیدرولیکی

۲ بالابر هیدرولیکی

– طرز کار ترمز هیدرولیکی –

۱ فشار به پدال ترمز

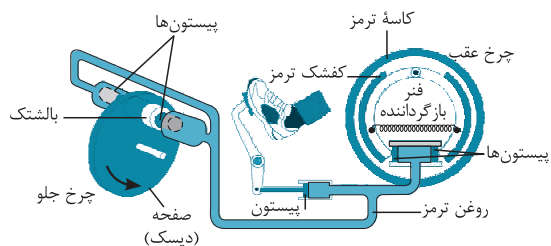
۲ انتقال فشار از پدال به روغن ترمز

۳ انتقال فشار توسط روغن ترمز به کفشک‌ها
 پيستون‌ها
 بالشتک‌ها

۴ کفشک‌ها به کاسه ترمز عقب نیرو وارد می‌کنند.

۵ بالشتک‌ها به صفحه متصل به چرخ جلو نیرو وارد می‌کنند.

کاهش سرعت خودرو



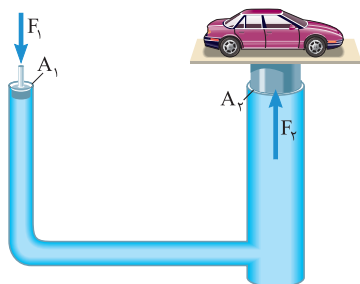
– طرز کار بالابر هیدرولیکی –

۱ نیروی F_1 به سطح کوچک‌تر (A_1) وارد می‌شود. ← (فشار P_1)

۲ فشار P_1 بدون ضعیف شدن به سطح بزرگ‌تر (A_2) منتقل می‌شود.



۳ چون $A_2 > A_1$ است و فشارها مساوی است، نیرویی که به سطح بزرگتر وارد می‌شود (F_2) بزرگتر از F_1 است.



توجه نیرو چند برابر شده است. $P_1 = P_2 \Rightarrow \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$

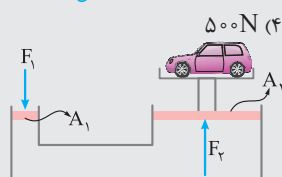
نکته

هرچه نسبت مساحت A_2 به A_1 بیشتر باشد، به همان نسبت نیرو زیاد می‌شود. مثلاً اگر سطح A_2 ، ۳ برابر سطح A_1 باشد، نیروی F_2 نیز ۳ برابر نیروی F_1 خواهد بود.

مثال

در جک (بالابر) هیدرولیکی زیر، جرم اتومبیل برابر ۱۰۰۰ کیلوگرم است. حداقل نیرویی که به پیستون A_1 وارد می‌شود چه قدر باشد تا دستگاه در حالت تعادل قرار گیرد؟ ($g = 10 \text{ N/g}$, $A_2 = 2000 \text{ cm}^2$, $A_1 = 50 \text{ cm}^2$)

«نمونه دولتی - سمنان»



۵۰۰۰ N (۳)

۲۵ N (۲)

۲۵۰ N (۱)

$$P_1 = P_2$$

$$F_2 = mg = 1000 \times 10 = 10000 \text{ N}$$

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \Rightarrow \frac{F_1}{50} = \frac{10000}{2000} \Rightarrow F_1 = 250 \text{ N}$$

پاسخ گزینه (۱)

فشار در گازها -

هوای در سطح زمین متراکم‌تر از ارتفاع‌های بالاتر است.



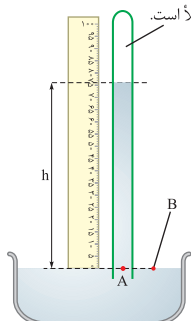
- ۱) تعداد مولکول‌های گاز: با افزایش تعداد مولکول‌ها فشار گاز بیشتر می‌شود.
- ۲) دمای گاز: با افزایش دمای گاز فشار گاز بیشتر می‌شود.
- ۳) حجم محفظه: با افزایش حجم محفظه، فشار گاز کمتر می‌شود.

فشار هوا: علت فشار هوای اطراف زمین، نیروی وزن مولکول‌های هوا است.

نکته

فشار هوا در مناطق کوهستانی کمتر از فشار هوا در مناطق ساحلی است.

این قسمت تقریباً چیزی وجود ندارد و خلأ است.

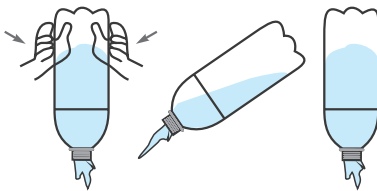
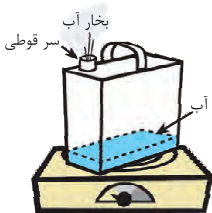


- در این وسیله، لوله‌ای که کاملاً از جیوه پر شده در یک ظرف جیوه وارونه می‌شود.
- سطح جیوه در لوله تا آن‌جا پایین می‌آید که فشار در نقطه A برابر فشار هوا در نقطه B شود.
- ارتفاع ستون جیوه معیاری از فشار هوا در محل آزمایش است.

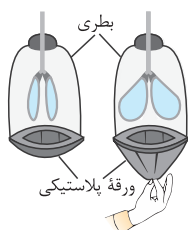
نکته

ارتفاع جیوه در سطح دریا حدود ۷۶ سانتی متر است.

– نمونه‌هایی از پدیده‌های مرتبط با فشار گاز –

پدیده	علت
 اگر دهانه بطری را با لب‌های خود به طور کامل بگیرید و درون آن بدمید، آب فوران می‌کند.	هنگام دمیدن، به سطح آب داخل بطری فشار وارد می‌شود و مایع از طریق نی خارج شده و فوران می‌کند.
 برای ریختن آب به درون بطری با کمک یک قیف، در پوش دو سوراخ بهتر از درپوش تک سوراخه است.	برای وارد شدن آب به داخل بطری ابتدا هوای داخل آن باید خارج شود. اگر از درپوش تک سوراخه استفاده شود هوا راهی برای خروج ندارد و آب به سختی وارد بطری می‌شود.
 سریع‌ترین راه برای خالی کردن آب بطری، فشردن آن است.	با فشردن بالای بطری، حجم آن کاهش یافته و فشار هوای بالای بطری افزایش می‌یابد و آب سریع‌تر خارج می‌شود.
 یک قوطی فلزی که مقداری آب درون آن است را حرارت داده و بعد خیلی سریع آن را سرد می‌کنیم، قوطی می‌چاله می‌شود.	بر اثر گرما آب بخار شده و هوای درون قوطی را خارج می‌کند و هنگام سرد شدن، بخار آب مجدداً به آب تبدیل شده و خلأ نسبی داخل قوطی ایجاد می‌شود و چون فشار هوای بیرون بیشتر از فشار داخل قوطی است، قوطی می‌چاله می‌شود.

– نحوه کار شش‌ها (دم و بازدم) –



بازدم	دم
وقتی ورقه لاستیکی را رها می‌کنیم. ↓ فشار درون بطری بیشتر از فشار هوا می‌شود. ↓ هوا به بیرون رانده می‌شود. (بادکنک‌ها خالی می‌شود).	وقتی ورقه لاستیکی را پایین می‌کشیم. ↓ فشار درون بطری کم‌تر از فشار هوا می‌شود. ↓ هوا وارد بادکنک می‌شود.



نکته

ورقة لاستیکی نقش دیافراگم را دارد.

فصل نهم: ماشین‌ها

ماشین



ورودی: نیرویی که به پدال وارد می‌کنیم.
خروجی: حرکتی که دوچرخه انجام می‌دهد.

تعریف: هر وسیله‌ای که انجام کار با آن آسان می‌شود، ماشین نامیده می‌شود.

ورودی و خروجی ماشین شامل همه آن چیزهایی است که انجام می‌دهیم تا ماشین کار کند.
خروجی: چیزی است که ماشین برای ما انجام می‌دهد.

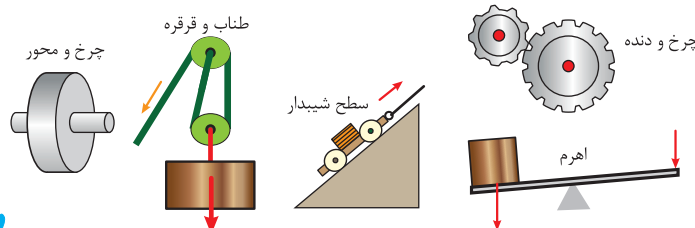
مثال

نکته

ورودی یا خروجی ماشین‌ها براساس نیرو، گشتاور نیرو، توان یا انرژی بررسی می‌شود.

تعریف: ماشینی که ساختار بسیار ساده‌ای دارد.

ماشین ساده (۱) مثال: اهرم - قرقره - سطح شیبدار - چرخ و محور - چرخ‌دنده - پیچ و مهره



انواع ماشین

ماشینی که از ترکیب کردن دو یا چند ماشین ساده ساخته می‌شود.
ماشین مرکب (۲) مثال: قیچی - ناخن‌گیر



قیچی از ترکیب اهرم و گوه تشکیل شده است.

تعریف: ماشینی که اجزای زیادی دارد.
ماشین پیچیده (۳) مثال: دوچرخه



دوچرخه از اهرم، پیچ و مهره، چرخ و محور، چرخ‌دنده و ... تشکیل شده است.

افزایش مقدار نیرو مثل قیچی فلز بری

طریقه‌های کمک ماشین‌ها (۱) افزایش مسافت اثر نیرو (افزایش سرعت) مثل جاروی دسته بلند
(۲) تغییر جهت نیرو مثل الکلنگ
(۳)

نکته

بعضی ماشین‌ها با بیش از یک روش به ما کمک می‌کنند. مثلاً دیلم هم با افزایش نیرو و هم با تغییر جهت نیرو به ما کمک می‌کند.





نمونه‌هایی از ورودی و خروجی ماشین‌ها و تبدیل انرژی‌ای که در آن‌ها صورت می‌گیرد.

ماشین	ورودی	خروجی	تبدیل انرژی
	انرژی شیمیایی سوخت	حرکت اتوبوس	انرژی شیمیایی سوخت → انرژی حرکتی (جنبشی)
	انرژی الکتریکی	حرکت پره‌های پنکه	انرژی الکتریکی → انرژی حرکتی (جنبشی)
	نیروی که شخص با دست یا پا به چرخ خیاطی وارد می‌کند.	حرکت سوزن چرخ خیاطی	کار انجام‌شده توسط نیروی دست یا پا به انرژی جنبشی تبدیل می‌شود.

توجه اگر اتوبوس یا چرخ خیاطی برقی باشد، ورودی ماشین انرژی الکتریکی است که به انرژی جنبشی تبدیل می‌شود.

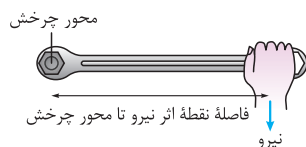
گشتاور نیرو-

تعریف: اثر چرخاندگی یک نیرو را گشتاور نیرو می‌گوییم.

عوامل مؤثر بر گشتاور نیرو:

۱) اندازه نیرو

۲) فاصله نقطه اثر نیرو تا محور چرخش



فرمول: $\text{فاصله نیرو تا محور چرخش} \times \text{اندازه نیرو} = \text{اندازه گشتاور نیرو}$

یکای نیرو، نیوتون (N) است.
 در فرمول بالا یکای فاصله، متر (m) است.
 یکای گشتاور نیرو، نیوتون متر (Nm) است.

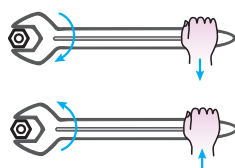
توجه از یکای ژول برای گشتاور نیرو استفاده نکنید.

نکته

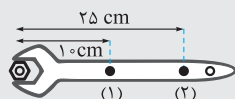
هر چه فاصله نقطه اثر نیرو تا محور چرخش بیشتر باشد، اندازه گشتاور نیرو بزرگ‌تر است و چرخش آسان‌تر است:

• با آچار بلندتر، مهره محکم را می‌توان آسان‌تر باز کرد.

• بازکردن در از نقطه‌ای نزدیک به محور چرخش (لولای در) به نیروی بیشتری نیاز دارد.



انواع گشتاور نیرو-
 گشتاور نیرو از نوع ساعتگرد: وقتی گشتاور یک نیرو باعث می‌شود تا ماشین در جهت عقربه‌های ساعت بچرخد.
 گشتاور نیرو از نوع پادساعتگرد: وقتی گشتاور یک نیرو باعث می‌شود تا ماشین در خلاف جهت عقربه‌های ساعت بچرخد.



مثال با توجه به شکل، گشتاور نیرو را در حالت‌های زیر به دست آورید:

الف) نیروی ۳۰ نیوتون به نقطه (۱) وارد شود.

ب) نیروی ۲۰ نیوتون به نقطه (۲) وارد شود.

پاسخ

الف)

$$10 \text{ cm} \div 100 = 0.1 \text{ m} \Rightarrow \text{فاصله تا محور چرخش}$$

$$\text{فاصله تا محور چرخش} \times \text{نیرو} = \text{گشتاور نیرو}$$

$$\text{گشتاور نیرو} = 30 \text{ N} \times 0.1 \text{ m} = 3 \text{ Nm}$$

$$25 \text{ cm} \div 100 = 0.25 \text{ m} \Rightarrow \text{فاصله تا محور چرخش}$$

$$\text{فاصله تا محور چرخش} \times \text{نیرو} = \text{گشتاور نیرو}$$

$$\text{گشتاور نیرو} = 20 \text{ N} \times 0.25 = 5 \text{ Nm}$$

ب)

— اهرم —

تعریف: میله‌ای است که حول یک نقطه از خود که به آن تکیه‌گاه می‌گویند، می‌تواند دوران کند و بچرخد.

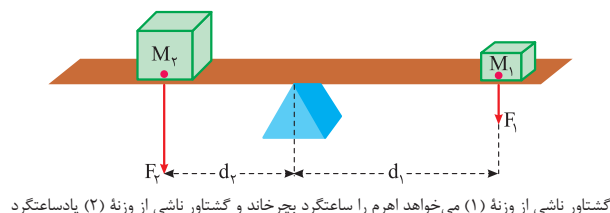
مثال دیلم - الاکلنگ - قیچی - جارو - راکت - فرغون - فندق شکن و ...



- نیروی محرک (F_1): نیرویی که ما به ماشین وارد می‌کنیم.
- نیروی مقاوم (F_2): نیرویی که ماشین بر آن غلبه می‌کند. (معمولاً نیروی وزن است).
- کمیت‌های مرتبط با ماشین‌ها:
 - بازوی محرک (d_1): فاصله نقطه اثر نیروی محرک تا تکیه‌گاه
 - بازوی مقاوم (d_2): فاصله نقطه اثر نیروی مقاوم تا تکیه‌گاه

— تعادل در اهرم —

در شکل زیر اگر گشتاور نیروی F_1 بخواهد اهرم را به صورت ساعتگرد و گشتاور نیروی F_2 بخواهد اهرم را به صورت پادساعتگرد بچرخاند و اثر چرخشی این نیروها، یکدیگر را خنثی کنند، اهرم نمی‌چرخد و در حالت تعادل می‌ماند.

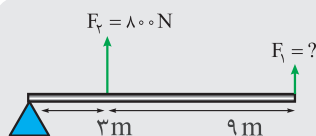


گشتاور نیروی پاد ساعتگرد = گشتاور نیروی ساعتگرد

$$F_1 \times d_1 = F_2 \times d_2$$

گشتاور ناشی از وزنه (۱) می‌خواهد اهرم را ساعتگرد بچرخاند و گشتاور ناشی از وزنه (۲) پادساعتگرد

مثال اهرم مقابل در حالت تعادل است. مقدار F_1 چند نیوتون است؟



$$d_1 = 3 \text{ m} + 9 \text{ m} = 12 \text{ m}$$

$$d_2 = 3 \text{ m}$$

$$F_2 = 800 \text{ N}$$

$$F_1 = ?$$

$$F_1 \times d_1 = F_2 \times d_2$$

$$F_1 \times 12 = 800 \times 3$$

$$F_1 = \frac{800 \times 3}{12} = 200 \text{ N}$$

پاسخ

— مزیت مکانیکی —

تعریف: نسبت اندازه نیروی مقاوم به اندازه نیروی محرک (البته در حالت تعادل) را مزیت مکانیکی می‌گویند.

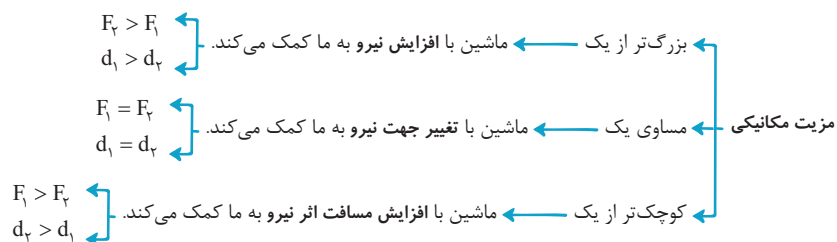
مفهوم: مزیت مکانیکی نشان می‌دهد، ماشین نیروی ما را چند برابر کرده است. مثلاً وقتی مزیت مکانیکی ماشینی ۵ است؛ یعنی این ماشین نیروی ما را ۵ برابر کرده است.

$$A = \frac{F_2}{F_1} \quad \text{یا} \quad \text{مزیت مکانیکی} = \frac{\text{نیروی مقاوم}}{\text{نیروی محرک}}$$

فرمول‌ها:

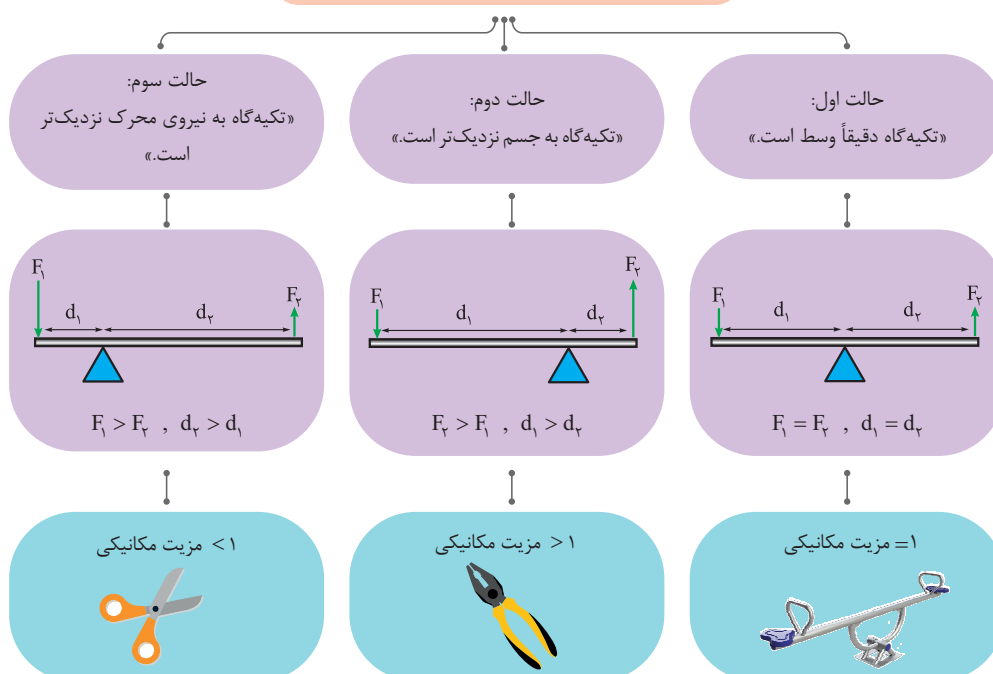
$$A = \frac{d_1}{d_2} \quad \text{یا} \quad \text{مزیت مکانیکی} = \frac{\text{بازوی محرک}}{\text{بازوی مقاوم}}$$

توجه مزیت مکانیکی عددی بدون یکا است. (یکا ندارد).



اهرم نوع اول

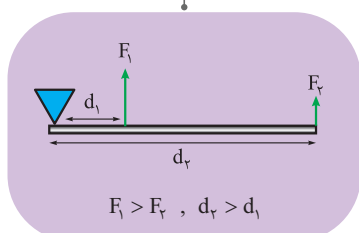
تکیه‌گاه بین جسم و نیروی محرک قرار دارد.





اهرم نوع سوم

نیروی محرک بین جسم و تکیه‌گاه قرار دارد.

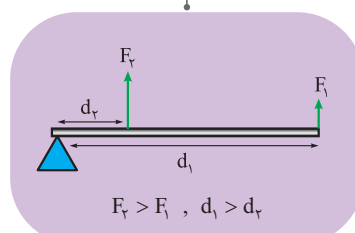


مزیت مکانیکی < 1



اهرم نوع دوم

جسم بین تکیه‌گاه و نیروی محرک قرار دارد.

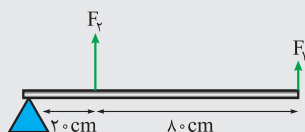


مزیت مکانیکی > 1



مثال مزیت مکانیکی اهرم زیر را محاسبه کنید.

پاسخ



$$\begin{aligned} \text{بازوی مقاوم} &= d_2 = 2 \text{ cm} \\ \text{بازوی محرک} &= d_1 = 2 \text{ cm} + 8 \text{ cm} = 10 \text{ cm} \\ A &= \frac{d_1}{d_2} = \frac{10}{2} = 5 \end{aligned}$$

مثال در اهرم زیر چنانچه فاصله دو نیرو 0.5 متر باشد، طول اهرم چه قدر است؟

(۱) $1/5$ متر

(۲) $1/25$ متر

(۴) 0.75 متر

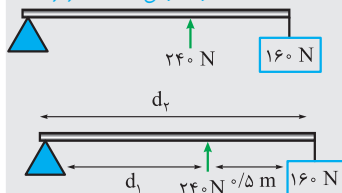
(۳) 1 متر

پاسخ

گزینه (۱)

طول اهرم همان d_2 (بازوی مقاوم) است.

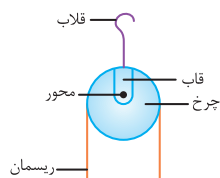
«نمونه دولتی - استان هرمزگان»



$$\begin{aligned} A &= \frac{F_2}{F_1} = \frac{160}{240} = \frac{2}{3} & d_1 &= d_2 - 0.5 \\ A &= \frac{d_1}{d_2} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{d_2 - 0.5}{d_2} \Rightarrow 2d_2 = 3d_2 - 1.5 \\ 1/5 &= 3d_2 - 2d_2 \Rightarrow d_2 &= 1/5 \text{ m} \end{aligned}$$

قرقره‌ها

گروهی از ماشین‌ها هستند که در وسایلی مانند بالابرها (آسانسورها)، جرثقیل‌ها، ریل‌های پرده و ... کاربرد دارند. تعریف: قرقره چرخشی است که حول محور خود می‌تواند آزادانه بچرخد.

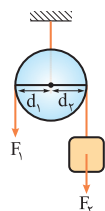


اجزای قرقره

- چرخ
- محور
- قاب
- قلاب
- ریسمان

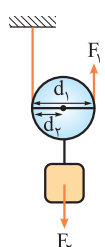
انواع قرقره

- ثابت: قرقره‌ای است که قاب آن به جایی وصل شده است و هنگام حرکت جسم، قرقره جابه‌جا نمی‌شود و فقط چرخ می‌چرخد.
- متحرک: قرقره‌ای است که هنگام حرکت جسم، خودش نیز جابه‌جا می‌شود.
- مركب: به مجموعه‌ای از قرقره‌های ثابت و متحرک، قرقره مرکب گفته می‌شود.



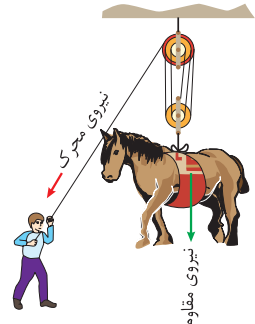
ثابت

- $d_1 = \text{شعاع چرخ}$
- $d_2 = \text{شعاع چرخ}$
- $A = \frac{d_1}{d_2} = 1 \quad F_1 = F_2$



متحرک

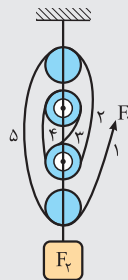
- $d_1 = \text{قطر چرخ}$
- $d_2 = \text{شعاع چرخ}$
- $A = \frac{d_1}{d_2} = \frac{\text{قطر چرخ}}{\text{شعاع چرخ}} = 2 \quad F_2 = 2F_1$



مركب

مزیت مکانیکی قرقره مرکب در صورتی که فقط از یک ریسمان برای اتصال قرقره‌ها استفاده شده باشد، برابر است با تعداد ریسمان‌هایی که به قرقره‌های متحرک متصل است.

(نمونه دولتی یزد)



مثال

در شکل زیر برای بالا بردن وزنه ۴۰۰ نیوتونی به چند نیوتون نیرو نیاز است؟

پاسخ

گزینه (۲)

مزیت مکانیکی قرقره مرکب برابر با تعداد ریسمان‌های متصل به قرقره‌های متحرک یعنی ۵ است.

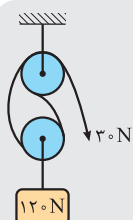
$A = 5$

$A = \frac{F_2}{F_1} \quad 5 = \frac{400}{F_1} \Rightarrow F_1 = \frac{400}{5} = 80 \text{ N}$

● با توجه به قانون پایستگی انرژی و با صرف نظر کردن از اصطکاک می‌توانیم بنویسیم:

کار نیروی مقاوم = کار نیروی محرک

جابه‌جایی نیروی مقاوم $\times$ نیروی مقاوم = نیروی محرک $\times$ جابه‌جایی نیروی محرک



مثال با توجه به شکل اگر طناب توسط شخصی به اندازه ۲m جابه‌جا شود:

الف) کار نیروی محرک چند ژول است؟

ب) جابه‌جایی وزنه چند متر است؟

پاسخ

الف)

ب)

جابه‌جایی نیروی محرک $\times$ نیروی محرک = کار نیروی محرک

ژول $60 = 30N \times 2m$ = کار نیروی محرک

ژول $60 =$ کار نیروی مقاوم = کار نیروی محرک

جابه‌جایی نیروی مقاوم $\times$ نیروی مقاوم = کار نیروی مقاوم

جابه‌جایی نیروی مقاوم $60 = 120 \times$

متر $0.5 = \frac{60}{120} =$ جابه‌جایی نیروی مقاوم (وزنه)



چرخ‌دنده‌ها

- چرخ‌دنده‌ها در بسیاری از وسایل مکانیکی مانند دریل، جعبه‌دنده خودرو و ... استفاده می‌شوند.
- تعریف: چرخ‌های دندانه‌داری هستند که با یکدیگر درگیر شده و برای انتقال حرکت چرخشی از آن‌ها استفاده می‌شود.
- چگونگی کارکرد چرخ‌دنده‌ها به تعداد دندانه‌های آن‌ها بستگی دارد.

(۱) تغییر سرعت چرخش

(۲) تغییر گشتاور نیرو

(۳) تغییر جهت نیرو

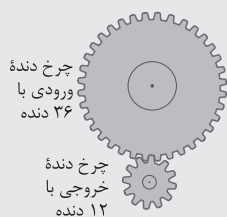
نکته

در خودروها چرخ‌دنده‌ها با تغییر سرعت چرخش سبب تغییر سرعت خودرو می‌شوند.

- رابطه بین تعداد دنده‌ها، تعداد دور و اندازه سرعت چرخش در چرخ‌دنده‌ها:

$$\frac{\text{اندازه سرعت چرخش چرخ دنده خروجی}}{\text{اندازه سرعت چرخش چرخ دنده ورودی}} = \frac{\text{تعداد دور چرخ دنده خروجی}}{\text{تعداد دور چرخ دنده ورودی}} = \frac{\text{تعداد دنده‌های چرخ دنده ورودی}}{\text{تعداد دنده‌های چرخ دنده خروجی}}$$

توجه در چرخ‌دنده‌ها به چرخ‌دنده‌ای که نیروی محرک (نیروی ورودی) به آن وارد شود، چرخ‌دنده ورودی (چرخ‌دنده محرک) گفته می‌شود و به چرخ‌دنده‌ای که نیروی مقاوم (جسم) به آن متصل است و حرکت به آن منتقل می‌شود، چرخ‌دنده خروجی (چرخ‌دنده مقاوم) می‌گویند.



مثال الف) در شکل مقابل وقتی چرخ‌دنده بزرگ ۸ دور کامل می‌زند، چرخ‌دنده کوچک چند دور می‌زند؟

ب) اگر حرکت چرخ‌دنده بزرگ ساعتگرد باشد، جهت چرخش چرخ‌دنده کوچک به چه صورت است؟

پاسخ الف)

$$\frac{\text{تعداد دور چرخ دنده خروجی}}{\text{تعداد دور چرخ دنده ورودی}} = \frac{\text{تعداد دنده‌های چرخ دنده ورودی}}{\text{تعداد دنده‌های چرخ دنده خروجی}}$$

$$\frac{\text{تعداد دور چرخ دنده خروجی}}{12} = \frac{36}{8}$$

$$\text{دور } 24 = \frac{8 \times 36}{12} = \text{تعداد دور چرخ دنده خروجی (کوچک)}$$

ب) پادساعتگرد (تغییر جهت نیرو وجود دارد).

توجه سرعت چرخش چرخ‌دنده کوچک همیشه بیشتر از سرعت چرخش چرخ‌دنده بزرگ است. یعنی به ازای هر بار چرخش چرخ‌دنده بزرگ، چرخ‌دنده کوچک بیش از یک بار می‌چرخد.



مزیت مکانیکی چرخ‌دنده‌ها:

۱) از طریق تعداد دنده‌ها:

$$A = \frac{\text{تعداد دنده‌های چرخ دنده‌مقاوم}}{\text{تعداد دنده‌های چرخ دنده‌محرك}}$$

۲) از طریق شعاع چرخ‌دنده‌ها:

$$A = \frac{\text{شعاع چرخ دنده‌مقاوم}}{\text{شعاع چرخ دنده‌محرك}}$$

توجه

به جای نسبت شعاع‌ها می‌توان از نسبت قطر‌ها یا محیط‌ها نیز استفاده کرد.

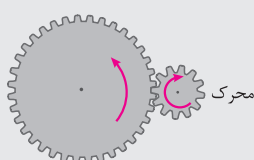
۳) از طریق سرعت چرخ‌دنده‌ها:

$$A = \frac{\text{سرعت چرخ دنده‌محرك}}{\text{سرعت چرخ دنده‌مقاوم}}$$

مثال

هرگاه دو چرخ‌دنده طبق شکل زیر به هم متصل شده باشند، اگر قطر چرخ‌دنده بزرگ‌تر ۴ برابر قطر چرخ‌دنده کوچک‌تر باشد، مزیت مکانیکی چرخ‌دنده‌ها چه قدر خواهد بود؟ اگر چرخ‌دنده کوچک یک دور بزند، چرخ‌دنده بزرگ‌تر چند دور می‌زند؟

(نمونه دولتی زنتان)



۱) مزیت مکانیکی ۴، ۴ دور

۲) مزیت مکانیکی $\frac{1}{4}$ ، ۴ دور

۳) مزیت مکانیکی ۴، $\frac{1}{4}$ دور

۴) مزیت مکانیکی $\frac{1}{4}$ ، $\frac{1}{4}$ دور

پاسخ

گزینه (۳)

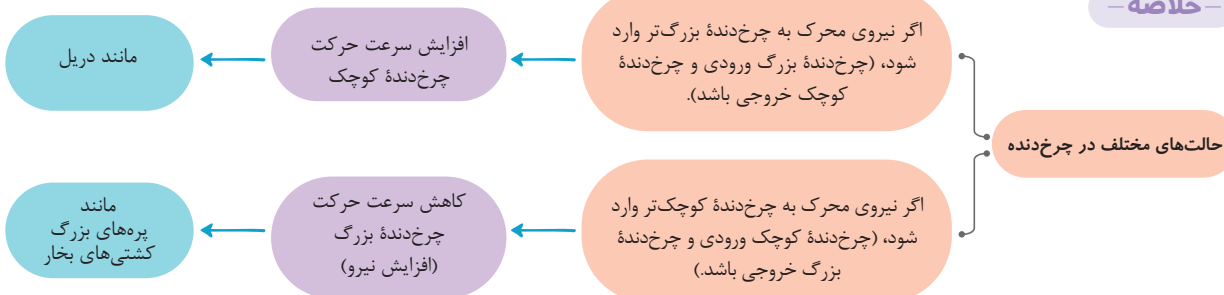
$$A = \frac{\text{قطر چرخ دنده‌مقاوم}}{\text{قطر چرخ دنده‌محرك}} = \frac{4}{1} = 4 \quad (\text{مزیت مکانیکی})$$

اگر چرخ‌دنده کوچک یک دور بزند، چرخ‌دنده بزرگ حتماً کمتر از یک دور می‌زند و چون نسبت قطر‌ها ۱ به ۴ است، چرخ‌دنده بزرگ $\frac{1}{4}$ دور می‌زند.

نکته

هنگامی که دو چرخ‌دنده به طور مستقیم با هم درگیر هستند، جهت چرخش آن‌ها مخالف هم است. برای آن که جهت چرخش تغییر نکند، می‌توان از زنجیر یا یک چرخ‌دنده دیگر بین آن‌ها استفاده کرد.

خلاصه -



سطح شیب‌دار -

تعریف: نوعی ماشین ساده است که به ما کمک می‌کند تا با نیروی کم‌تر، اما در مسافتی طولانی‌تر، جسم سنگینی را به سمت بالا حرکت دهیم.

طریقه‌های کمک: افزایش نیرو - تغییر جهت نیرو
مزیت مکانیکی:

$$\text{طول سطح شیب‌دار} = \text{ارتفاع سطح شیب‌دار}$$

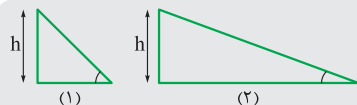
$$\text{مزیت مکانیکی سطح شیب‌دار} = \frac{\text{نیروی مقاوم}}{\text{نیروی محرك}}$$

توجه مزیت مکانیکی سطح شیب‌دار همواره از یک بیشتر است. $A > 1$



نکته

برای یک ارتفاع مشخص و ثابت، هر چه طول سطح شیبدار بزرگتر شده و شیب آن کمتر باشد، یعنی زاویه سطح شیبدار با زمین کوچکتر باشد، مزیت مکانیکی سطح شیبدار بیشتر است.



مثال مزیت مکانیکی کدام سطح شیبدار بیشتر است؟

پاسخ

مزیت مکانیکی سطح شیبدار (۲) بیشتر است.



مثال چرا در مناطق کوهستانی جاده‌ها را به صورت شیبدار می‌سازند؟

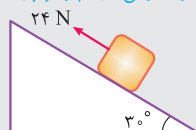
پاسخ

برای آن که ماشین‌ها با نیروی کمتر، اما در مسافتی طولانی‌تر بالا بروند.

مثال

برای بالا بردن جسمی از روی سطح شیبدار بدون اصطکاک، در شکل زیر، ۲۴ نیوتون نیرو لازم است. وزن نیروی مقاوم چند نیوتون است؟

(نمونه دولتی - ایلام و مرکزی)



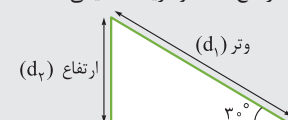
(۱) ۴۸ نیوتون

(۲) ۳۶ نیوتون

(۳) ۵۴ نیوتون

پاسخ گزینه (۱)

در یک مثلث قائم‌الزاویه، ضلع مقابل به زاویه 30° نصف وتر است؛ بنابراین در یک سطح شیبدار با زاویه 30° d_1 (وتر) دو برابر d_2 (ارتفاع) است و مزیت مکانیکی ۲ است.



$$A = \frac{d_1}{d_2} \Rightarrow A = \frac{\text{وتر}}{\text{ارتفاع}} = \frac{2}{1} = 2$$

$$A = \frac{F_r}{F_t} \Rightarrow 2 = \frac{F_r}{24} \Rightarrow F_r = 2 \times 24 = 48 \text{ N}$$

فیزیک دهم

– اندازه‌گیری و دقت وسیله‌های اندازه‌گیری –

قطعی در اندازه‌گیری‌ها نداریم و همواره مقداری خطا وجود دارد.

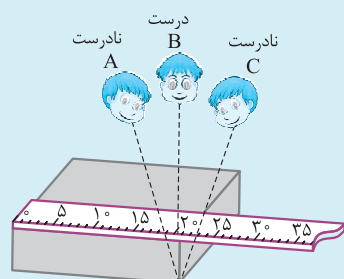
نکته

عوامل مؤثر در دقت اندازه‌گیری:

۱) دقت وسیله اندازه‌گیری

۲) مهارت شخص آزمایشگر

باید به سطح وسیله اندازه‌گیری به طور عمود نگاه کنیم.



اندازه واقعی کمیت مورد نظر این جاست. این نتیجه را در میانگین‌گیری کمیتی که اندازه‌گیری می‌شود. در نظر نمی‌گیریم.

۳) تعداد دفعات اندازه‌گیری: چند بار اندازه‌گیری کرده و میانگین می‌گیریم. در میانگین‌گیری داده پرت (داده‌ای که با بقیه اختلاف زیاد دارد) را حذف می‌کنیم.

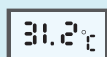


نکته

کمینه درجه بندی این خطکش، 1 mm است.



دقت این خطکش 1 mm است.



دقت این وسیله 0.1 °C است.

ابزارهای مدرج

کمینه درجه بندی

دقت اندازه گیری

ابزارهای دیجیتالی

یک واحد از آخرین رقم نشان داده شده

چگالی

مقدار جرم در حجم معینی از ماده که از رابطه روبهرو حساب می شود:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)$$

نکته

$$1 \text{ g/cm}^3 = 1000 \text{ kg/m}^3$$

نکته

اگر درون جسم حفره (فضای خالی) وجود داشته باشد، از رابطه زیر کمک می گیریم:

$$\rho = \frac{m}{V - V'}$$

جرم بعد از ایجاد حفره

چگالی ماده سازنده

حجم حفره

حجم ظاهری

نکته

اگر چند ماده را با هم مخلوط کنیم، برای محاسبه چگالی از رابطه زیر کمک می گیریم:

$$\rho = \frac{m_{\text{کل}}}{V_{\text{کل}}} = \frac{m_1 + m_2 + \dots}{V_1 + V_2 + \dots}$$

نکته

اگر در مسئله فقط حجم و چگالی بیان شود.

$$\rho = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2 + \dots}{V_1 + V_2 + \dots}$$

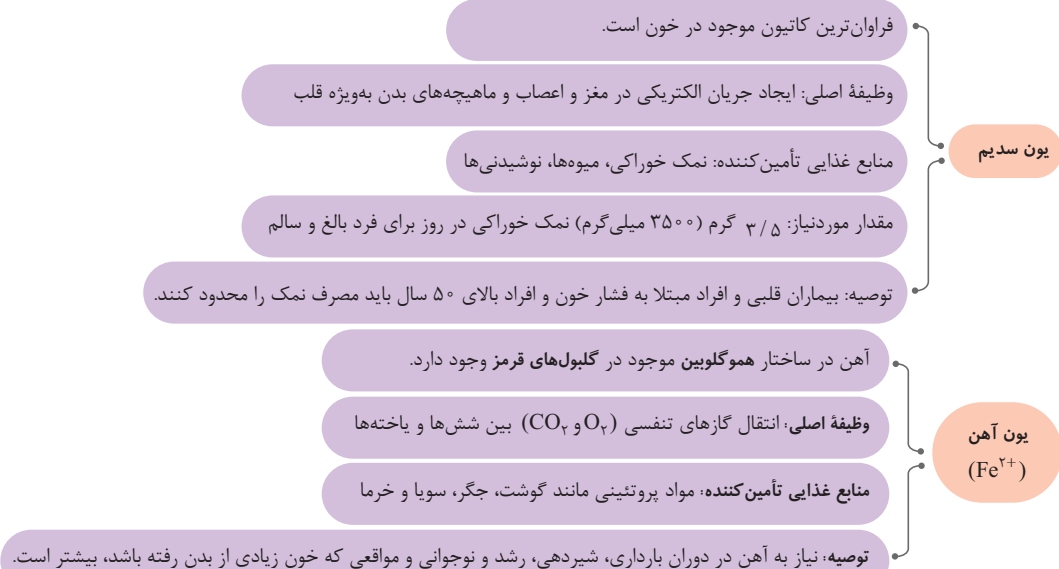
اگر در مسئله فقط جرم و چگالی بیان شود.

$$\rho = \frac{m_1 + m_2 + \dots}{\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2} + \dots}$$

علوم نهم

فصل دوم: رفتار اتم‌ها با یکدیگر (از ابتدای یون‌ها در بدن ما تا ابتدای اشتراک الکترون‌ها و پیوند اشتراکی)

– نقش یون‌ها در بدن انسان –

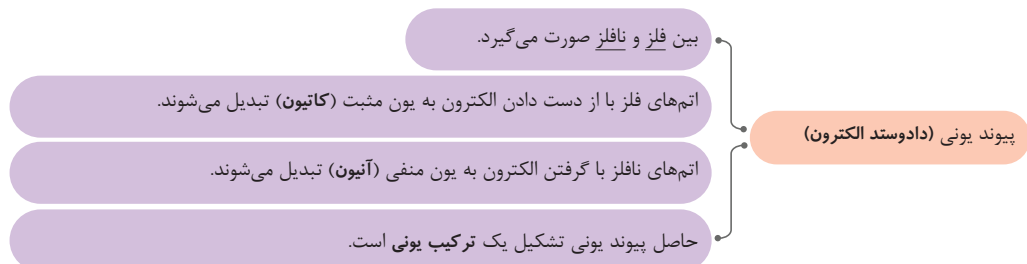


نکته

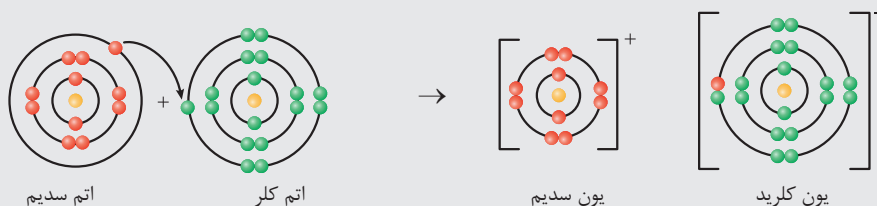
برای درمان کم‌خونی، پزشکان مصرف قرص آهن (فروس سولفات) را تجویز می‌کنند.

– پیوندهای شیمیایی –

دو نوع مهم پیوندهای شیمیایی عبارت‌اند از: (۱) پیوند یونی (۲) پیوند اشتراکی



مثال واکنش فلز سدیم (Na) و گاز کلر (Cl)



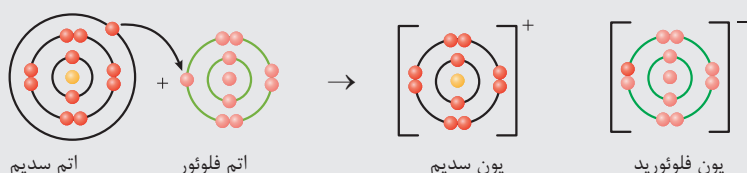


- اتم سدیم با از دست دادن یک الکترون مدار آخر خود به یون سدیم (Na^+) تبدیل می‌شود.
- اتم کلر با گرفتن یک الکترون به یون کلرید (Cl^-) تبدیل می‌شود.

نکته

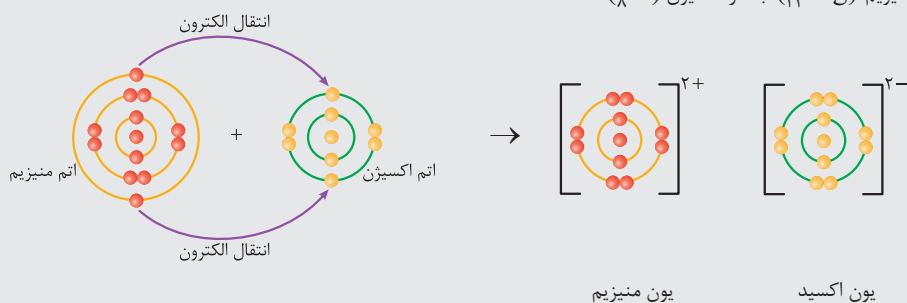
اتم‌ها تمایل دارند با انجام واکنش شیمیایی به ذره‌هایی تبدیل شوند که در مدار آخر، ۸ الکترون دارند.

مثال واکنش فلز سدیم (Na) و گاز فلوئور (F)



- اتم سدیم با از دست دادن یک الکترون مدار آخر خود به ذره‌ای با ۸ الکترون در مدار آخر خود (Na^+) تبدیل می‌شود.
- اتم فلوئور با گرفتن یک الکترون به ذره‌ای با ۸ الکترون در مدار آخر خود (F^-) تبدیل می‌شود.
- ترکیب یونی سدیم فلوئورید در مجموع خنثی است.

مثال واکنش فلز منیزیم (Mg) با گاز اکسیژن (O)



- منیزیم با از دست دادن دو الکترون مدار آخر خود به ذره‌ای با ۸ الکترون در مدار آخر خود (Mg^{2+}) تبدیل می‌شود.
- اکسیژن در مدار آخر خود ۶ الکترون دارد و با گرفتن دو الکترون به ذره‌ای با ۸ الکترون در مدار آخر خود (O^{2-}) تبدیل می‌شود.

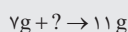
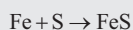
نکته

مروارید و پوشش صدفی حلزون از یک ترکیب یونی به نام کلسیم کربنات (CaCO_3) تشکیل شده است.

قانون پایستگی جرم

در یک واکنش شیمیایی، مجموع جرم واکنش‌دهنده‌ها برابر است با مجموع جرم فراورده‌ها.

مثال در واکنش زیر از ترکیب ۷ گرم آهن با مقداری گوگرد، ۱۱ گرم آهن سولفید تشکیل می‌شود. مقدار گوگرد چند گرم است؟



$$\text{مقدار گوگرد } 11 - 7 = 4\text{g}$$

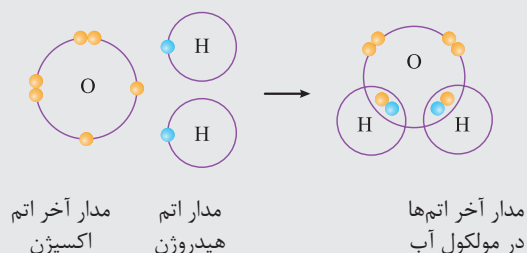
پاسخ



فصل دوم: رفتار اتم‌ها با یکدیگر (از ابتدای اشتراک الکترون‌ها و پیوند اشتراکی تا آخر)

- پیوند اشتراکی (اشتراک الکترون)**
- بین نافلزها صورت می‌گیرد.
 - هیچ‌یک از اتم‌ها الکترونی از دست نمی‌دهند یا به دست نمی‌آورند.
 - اتم‌ها برای تکمیل آخرین مدار خود، الکترون‌های خود را به اشتراک می‌گذارند.
 - باعث تشکیل مولکول‌ها و در نتیجه ترکیب مولکولی می‌شود.

مثال تشکیل مولکول آب (H_2O)



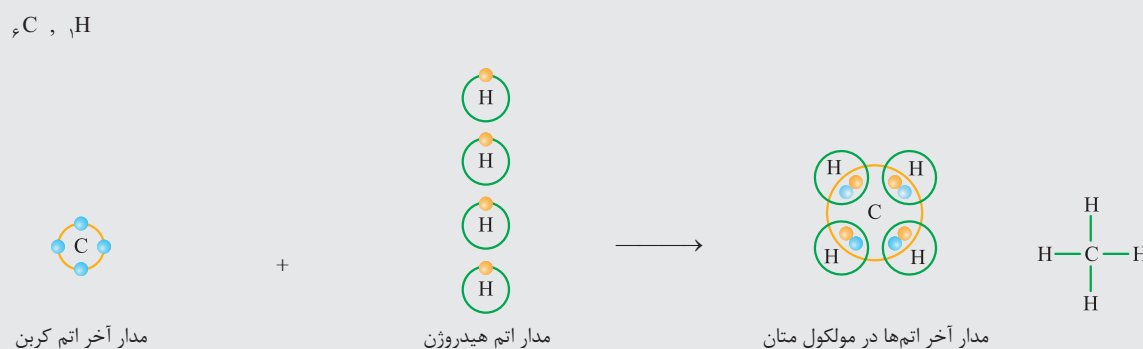
- برای تشکیل یک مولکول آب
- هر اتم هیدروژن یک الکترون به اشتراک می‌گذارد.
 - هر اتم اکسیژن دو الکترون به اشتراک می‌گذارد.

- در مدار آخر اتم هیدروژن در مولکول آب ۲ الکترون وجود دارد.
- در مدار آخر اتم اکسیژن در مولکول آب ۸ الکترون وجود دارد.

نکته

هر پیوند اشتراکی شامل دو الکترون است.

مثال تشکیل مولکول متان (CH_4)



- هر اتم کربن ۴ پیوند اشتراکی می‌دهد.
- هر اتم هیدروژن ۱ پیوند اشتراکی می‌دهد.



مرورنامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

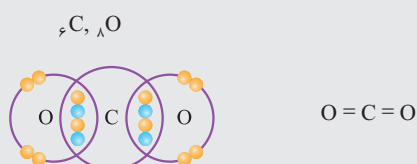
مثال تشکیل مولکول اکسیژن (O_2)



نکته

در مولکول اکسیژن، اتم‌های اکسیژن با دو پیوند به هم متصل شده‌اند.

مثال تشکیل مولکول کربن دی‌اکسید (CO_2)



اتم هیدروژن ($1H$) ← ۱

اتم اکسیژن ($8O$) ← ۲

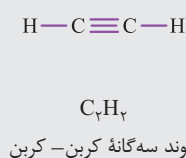
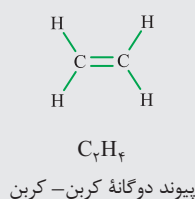
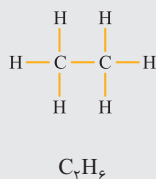
اتم نیتروژن ($7N$) ← ۳

اتم کربن ($6C$) ← ۴

تعداد پیوندهای اشتراکی که معمولاً اتم‌ها تشکیل می‌دهند

مثال

با داشتن دو اتم کربن و تعداد کافی اتم هیدروژن، سه ترکیب مولکولی ۲ کربنه رسم کنید.



پاسخ

شیمی دهم

طبقه‌بندی عناصر

- در جدول دوره‌ای (تناوبی) امروزی، عناصرها، براساس افزایش عدد اتمی سازماندهی شده‌اند؛ به طوری که از عنصر هیدروژن با عدد اتمی یک ($1H$) آغاز و به عنصر شماره ۱۱۸ (اوغانسون، $118Og$) ختم می‌شود.
- در هر ردیف افقی جدول، چیدمان عناصرها برحسب افزایش عدد اتمی است و دوره نام دارد. جدول تناوبی ۷ دوره دارد.
- هر ستون جدول، شامل عناصرها با خواص شیمیایی مشابه است و گروه نام دارد، به عنوان مثال همه عناصر گروه ۱۸ جدول، تمایل به انجام واکنش شیمیایی ندارند. جدول تناوبی ۱۸ گروه دارد.
- با پیمایش هر دوره از چپ به راست، خواص عناصرها به طور مشابه تکرار می‌شود.
- هر خانه از جدول به یک عنصر معین (و ایزوتوپ‌هایش) تعلق دارد و عدد اتمی عنصر، نماد شیمیایی، نام آن و جرم اتمی میانگین عنصر را مشخص می‌کند.
- نماد شیمیایی عناصرها یک یا دو حرفی است. حرف اول نام لاتین عنصر به صورت بزرگ و حرف دوم (در صورت دوحرفی بودن نماد) به صورت کوچک نوشته می‌شود.



عدد اتمی	۷
نماد شیمیایی	N
نام	نیترژن
جرم اتمی میانگین	۱۴/۰۱

● برای تعیین تعداد عنصرهای موجود میان دو عنصر در جدول از رابطه زیر استفاده می‌شود:

۱ - (اختلاف عدد اتمی دو عنصر) = تعداد عنصرهای موجود میان دو عنصر در جدول

جرم اتمی عنصرها

● جرم اجسام گوناگون را بسته به اندازه و نوع آن‌ها، با ترازوهای متفاوتی که دقت اندازه‌گیری متفاوت دارند، اندازه می‌گیرند. برای نمونه، دقت باسکول‌های تنی تا ۰/۰۱ تن و دقت ترازوهای زرگری تا ۰/۰۱ گرم است.

● با یک ترازوی مشخص می‌توان جرم اجسامی را اندازه‌گیری کرد که:

۱ جرم آن‌ها مقادیر صحیحی از دقت اندازه‌گیری ترازو باشد.

۲ جرم جسم از دقت ترازو کمتر نباشد.

مثلاً با استفاده از یک باسکول چندتنی که دقت اندازه‌گیری آن تا ۰/۰۱ تن (۱۰ kg) است، نمی‌توان جرم یک هندوانه که به طور متوسط ۶ کیلوگرم جرم دارد را اندازه‌گیری کرد؛ زیرا جرم هندوانه از دقت اندازه‌گیری این ترازو کمتر است. در واقع کم‌ترین جرمی که این ترازو نسبت به آن حساسیت دارد و می‌تواند آن را اندازه‌گیری کند ۱۰ کیلوگرم است؛ پس ۶ کیلوگرم را نشان نمی‌دهد. یا اگر دقت ترازویی برابر ۰/۱ میلی‌گرم باشد، می‌توان با آن جسمی به جرم ۰/۳ میلی‌گرم را اندازه‌گیری کرد ولی نمی‌توان جسمی به جرم ۰/۳۵ میلی‌گرم را اندازه‌گیری کرد، ترازو ۰/۵ میلی‌گرم جرم جسم دوم را نشان نمی‌دهد.

● اتم‌ها بسیار ریزند و نمی‌توان آن‌ها را به طور مستقیم مشاهده کرد؛ بنابراین نمی‌توان جرم آن‌ها را با یکاهایی مانند گرم و ... و با ابزارهایی مانند ترازوی معمولی و ... اندازه‌گیری کرد. از این‌رو دانشمندان از یک مقیاس نسبی (مقایسه‌ای) برای تعیین جرم اتم‌ها استفاده کردند.

● شیمی‌دان‌ها جرم یک اتم کربن - ۱۲ (۱۲C) را به عنوان مقیاسی (سنجه‌ای) برای جرم دیگر اتم‌ها انتخاب کردند و جرم این اتم را برابر با عدد ۱۲ در نظر گرفتند. سپس آن را به ۱۲ بخش یکسان تقسیم کرده و هر بخش را ۱ amu نامیدند.

● یکای جرم اتمی را amu می‌نامند و آن را با نماد u نیز نشان می‌دهند. یک amu برابر ۱/۱۲ جرم اتم کربن - ۱۲ است.

● هر یک از ذرات زیراتمی (الکترون، پروتون و نوترون) را با یک نماد نشان می‌دهند:

1_0n : نوترون، 1_1p : پروتون، ${}^{-1}_1e$: الکترون $\Rightarrow$ نماد شیمیایی ذره زیراتمی ${}_b^aX \rightarrow$ جرم نسبی a بار الکتریکی نسبی b

● در مقیاس جرم اتمی، جرم پروتون و نوترون به تقریب با هم برابر و در حدود ۱ amu است. (جرم نوترون اندکی از جرم پروتون بیشتر است)، در حالی که جرم الکترون ناچیز و در حدود $\frac{1}{1836}$ amu = ۰/۰۰۰۵۵ amu است.

● از آن‌جا که جرم پروتون و نوترون به تقریب با هم برابر و حدوداً ۱ amu است، عدد جرمی را می‌توان برابر با جرم اتمی در نظر گرفت. عدد جرمی یکا ندارد (مجموع تعداد پروتون‌ها و نوترون‌های هسته را نشان می‌دهد)، در حالی که یکای جرم اتمی amu است:

$${}_Z^A\text{Li} \Rightarrow \begin{cases} \text{عدد جرمی} = n + p = A \\ \text{جرم اتمی} = A \text{ amu} \end{cases}$$

جرم اتمی میانگین

● در جدول تناوبی، جرم اتمی بیشتر عنصرها به صورت اعداد غیرصحیح و اعشاری بیان شده است. دلیل این امر این است که بیشتر عناصر در طبیعت به صورت مخلوطی از ایزوتوپ‌ها با جرم‌ها و فراوانی‌های متفاوت وجود دارند. در واقع جرم اتمی میانگین عنصرها در جدول تناوبی نوشته شده است.

● اگر فراوانی هر ایزوتوپ را با $F_1, F_2, \dots$ و جرم اتمی هر یک از آن‌ها را با $M_1, M_2, \dots$ و ... نشان دهیم، جرم اتمی میانگین ($\bar{M}$) از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\bar{M} = \frac{M_1F_1 + M_2F_2 + \dots}{F_1 + F_2 + \dots}$$



نکته

اگر $F_1, F_2, \dots$ به جای فراوانی، درصد فراوانی هر یک از ایزوتوپها باشد، $F_1 + F_2 + \dots = 100$ خواهد بود؛ بنابراین در مخرج رابطه بالا به جای $F_1 + F_2 + \dots$ عدد ۱۰۰ قرار می‌گیرد.

$$\bar{M} = \frac{M_1 F_1 + M_2 F_2 + \dots}{100}, F_1, F_2, \dots = \text{درصد فراوانی ایزوتوپها}$$

نکته

برای ساده‌تر شدن محاسبات، می‌توان از فرمول زیر نیز برای محاسبه جرم اتمی میانگین استفاده کرد:

$$\bar{M} = M_1 + \frac{F_2}{100} (M_2 - M_1) + \frac{F_3}{100} (M_3 - M_1) + \dots$$

درصد فراوانی ایزوتوپ ۲
درصد فراوانی ایزوتوپ ۳

جرم ایزوتوپ سبک‌تر
اختلاف جرم ایزوتوپ ۲ با ایزوتوپ سبک‌تر
اختلاف جرم ایزوتوپ ۳ با ایزوتوپ سبک‌تر

مثال

عنصر A دارای چهار ایزوتوپ با عدد جرمی ۴۹، ۵۱، ۵۳، ۵۴ است. اگر مجموع فراوانی دو ایزوتوپ اول ۶۵ و فراوانی ایزوتوپ سوم ۱۵ درصد باشد، درصد فراوانی دو ایزوتوپ اول، به ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟ (عدد جرمی ایزوتوپها، برابر جرم اتمی آنها و جرم اتمی میانگین برای عنصر A، برابر ۵۰/۹۵ amu فرض شود).

(سراسری دائل تهرانی ۹۹)

$$14/5, 50/5 (4)$$

$$15, 50 (3)$$

$$17/5, 47/5 (2)$$

$$29/5, 35/5 (1)$$

پاسخ گزینه (۲)

$$\bar{M} = M_1 + \frac{F_2}{100} (M_2 - M_1) + \frac{F_3}{100} (M_3 - M_1) + \frac{F_4}{100} (M_4 - M_1)$$

$$\Rightarrow 50/95 = 49 + \frac{F_2}{100} (51 - 49) + \frac{15}{100} (53 - 49) + \frac{F_4}{100} (54 - 49) \Rightarrow 50/95 = 49 + 0.02F_2 + 0.06 + 0.05F_4$$

$$\Rightarrow F_2 = 17/5 \Rightarrow F_4 = 65 - F_2 = 65 - 17/5 = 47/5$$

ریاضی

ریاضی نهم

فصل پنجم: عبارتهای جبری

۱) تعریف یک جمله‌ای جبری: حاصل ضرب یک عدد حقیقی در یک یا چند متغیر که توان‌هایشان صحیح و نامنفی هستند را یک جمله‌ای جبری می‌گویند. مثلاً x ، $5a^2$ ، $-\sqrt{3}m$ ، pq^2 و ... همگی یک جمله‌ای جبری هستند.

- ۱) جمع و تفریق در آن عبارت وجود نداشته باشد.
- ۲) توان تمام متغیرها نامنفی باشد.
- ۳) هیچ یک از متغیرها زیر رادیکال نباشند.
- ۴) هیچ یک از متغیرها داخل قدرمطلق نباشند.
- ۵) هیچ یک از متغیرها در مخرج نباشند.
- ۶) هیچ یک از متغیرها در توان نباشند.

در واقع یک عبارت یک جمله‌ای جبری خواهد بود به شرط آن که

مثال

کدام یک از عبارتهای زیر یک جمله‌ای هستند؟

(ج) $x + 5y$

(ث) 3^{-m}

(ت) $|x + y|$

(پ) $2\sqrt{xy}$

(ب) $\frac{4}{a+b}$

(الف) $-\frac{3}{\sqrt{2}}x^2y$

(الف) یک جمله‌ای است.

(ب) یک جمله‌ای نیست، زیرا متغیر a و b در مخرج هستند.

(پ) یک جمله‌ای نیست، زیرا متغیر x زیر رادیکال است.

(ت) یک جمله‌ای نیست، زیرا متغیر x و y داخل قدرمطلق هستند. (همچنین به دلیل وجود علامت جمع)

(ث) یک جمله‌ای نیست، زیرا متغیر در توان قرار دارد.

(ج) یک جمله‌ای نیست، زیرا در این عبارت دو جمله داریم.



۲ قانون ضرب و جمع و تفریق یکجمله‌ای

عملیات	شرط لازم برای انجام عملیات	روش	مثال
ضرب	هر دو جمله‌ای دلخواه را می‌توان در هم ضرب کرد و شرط لازمی برای آن وجود ندارد.	قسمت‌های عددی را در هم و قسمت‌های حرفی را نیز در هم ضرب می‌کنیم.	$2x^2y^3 \times 5xy^2z = (2 \times 5)(x^2y^3 \times xy^2z)$ $= 10(x^2 \times x^1)(y^3 \times y^2)z = 10x^{2+1}y^{3+2}z$
جمع و تفریق	شرط لازم برای جمع و تفریق تکجمله‌ای‌ها این است که با هم متشابه باشند.	قسمت‌های عددی را با هم جمع یا تفریق می‌کنیم و یکی از قسمت‌های حرفی جلوی حاصل عددی می‌نویسیم.	$5a^2bc^3 - 2bc^3a^2 = (5-2)(a^2bc^3) = 3a^2bc^3$ یکی را می‌نویسیم یکسان اند. $4mn^2 - 3m^2n =$ به همان صورت باقی می‌ماند قابل جمع و تفریق نیستند یکسان نیستند.

۳ تعریف چندجمله‌ای: حاصل جمع یا تفریق دو یا چند، تکجمله‌ای، تشکیل چندجمله‌ای می‌دهد. مثلاً عبارت‌های زیر چندجمله‌ای هستند:

$$\underbrace{7xy^2z^3w^2}_{\text{جمله اول}} + \underbrace{4x}_{\text{جمله دوم}} - \underbrace{\frac{5}{3}ab^2}_{\text{جمله سوم}}$$

$$\underbrace{\sqrt{a^2bn^2}}_{\text{جمله اول}} - \underbrace{\frac{5}{3}ab^2c^3}_{\text{جمله دوم}}$$

۴ ضرب چندجمله‌ای‌ها: برای ضرب دو چندجمله‌ای باید تک تک جملات چندجمله‌ای اول را در تک تک جملات چندجمله‌ای دوم ضرب کنیم و حاصل ضرب‌ها را با علامت‌های خودشان کنار هم بنویسیم.

۵ درجه یکجمله‌ای و چندجمله‌ای:

درجه یکجمله‌ای نسبت به یک متغیر	درجه یکجمله‌ای نسبت به چند متغیر
برابر است با توان آن متغیر	برابر است با مجموع توان آن متغیرها
مثلاً در یکجمله‌ای $-14x^3yz^2$:	مثلاً در یکجمله‌ای $-14x^3yz^2$:
درجه نسبت به x ، ۳ است. $\rightarrow$ توان x ، ۳ است.	درجه نسبت به x ، ۳ است. $\rightarrow$ توان x ، ۳ است.
درجه نسبت به y ، ۱ است. $\rightarrow$ توان y ، ۱ است.	درجه نسبت به y ، ۱ است. $\rightarrow$ توان y ، ۱ است.
درجه نسبت به z ، ۲ است. $\rightarrow$ توان z ، ۲ است.	درجه نسبت به z ، ۲ است. $\rightarrow$ توان z ، ۲ است.

درجه چندجمله‌ای نسبت به یک متغیر	درجه چندجمله‌ای نسبت به چند متغیر
برابر است با بزرگ‌ترین توان آن متغیر در بین جملات	درجه هر جمله را نسبت به آن متغیرها پیدا کرده و بزرگ‌ترین آن‌ها را انتخاب می‌کنیم.
مثلاً در چندجمله‌ای $3x^2y + \frac{1}{3}y^3xz$:	مثلاً در چندجمله‌ای $3x^2y + \frac{1}{3}y^3xz$:
بزرگ‌تر $\rightarrow$ جمله اول $\rightarrow 2$ توان x $\rightarrow$ جمله دوم $\rightarrow 1$	بزرگ‌تر $\rightarrow$ جمله اول $\rightarrow 2+1=3$ درجه نسبت به x و y $\rightarrow$ جمله دوم $\rightarrow 1+3=4$ ✓
درجه نسبت به x ، ۲ است. $\Rightarrow$	درجه نسبت به x و y ، ۴ است.
بزرگ‌تر $\rightarrow$ جمله اول $\rightarrow 1$ توان y $\rightarrow$ جمله دوم $\rightarrow 3$	بزرگ‌تر $\rightarrow$ جمله اول $\rightarrow 2+0=2$ درجه نسبت به x و z $\rightarrow$ جمله دوم $\rightarrow 1+1=2$
درجه نسبت به y ، ۳ است.	درجه نسبت به x و z ، ۲ است.



(نمونه دولتی - لرستان - مرکزی - همدان - ۱۴۰۲ - ۱۴۰۱)

مثال اگر درجه یک جمله‌ای $15x^m y^7 + 4x^m y^n$ نسبت به x برابر با ۵ باشد، حاصل $3m - n$ کدام است؟

۶ (۴)

۹ (۳)

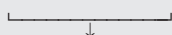
۱۶ (۲)

۸ (۱)

پاسخ گزینه (۱)

با توجه به این که در صورت سؤال گفته شده $15x^m y^7 + 4x^m y^n$ یک جمله‌ای است، پس باید جملات $15x^m y^7$ و $4x^m y^n$ متشابه باشند، یعنی قسمت‌های حرفی کاملاً یکسان باشد. بنابراین:

$$15x^m y^7, 4x^m y^n$$



$n=7 \Rightarrow$ کاملاً یکسان

$$3m - n = 3(5) - 7 = 8$$

از طرفی دیگر درجه نسبت به x برابر ۵ است، پس $m = 5$. در نتیجه:

نکته

درجه یک چندجمله‌ای نسبت به تمام متغیرهایش را درجه چندجمله‌ای می‌نامیم.

درجه نسبت به تمام متغیرها ۷ است، می‌توانیم بگوییم این چندجمله‌ای از درجه ۷ است.

$$-\frac{2}{9}x^2 n^3 z - \sqrt{3}b^2 y^5 + 6z^4$$

نسبت به تمام متغیرها نسبت به تمام متغیرها درجه نسبت به تمام متغیرها

$$2+3+1=6$$

$$2+5=7$$

$$4$$

از همه بزرگ‌تر

۶ مرتب کردن جملات نسبت به توان‌های نزولی یک متغیر؛ برای این منظور جملات را برحسب درجه هر جمله نسبت به آن متغیر از بزرگ به کوچک می‌نویسیم. مثلاً اگر بخواهیم چندجمله‌ای $(x^2 - 3x^3 + 5)(x - 3x^2 - 1)$ را برحسب توان‌های نزولی x مرتب کنیم، داریم:

$$(x^2 - 3x^3 + 5)(x - 3x^2 - 1) = (x^2 - 3x^3 + 5)(x - 3x^2 - 1) = x^3 - 9x^4 - 17x^2 + 9x^5 + 5x - 5$$

$$= 5x^5 - 9x^4 - 17x^2 + 9x^3 + 5x - 5$$

$$\xrightarrow{\text{مرتّب کردن برحسب توان‌های نزولی } x} 9x^5 - 9x^4 + 5x^3 - 17x^2 + 5x - 5$$

۷ تعریف اتحاد جبری: اگر دو عبارت جبری به گونه‌ای باشند که به ازای هر مقدار برای متغیرهایشان حاصل یکسانی داشته باشند، برابری جبری حاصل از آن‌ها را اتحاد جبری می‌نامیم. مثلاً تساوی $x^2 + 2x + 1 = (x+1)^2$ یک اتحاد جبری است؛ زیرا به ازای هر مقدار دلخواه برای x ، عددی که در سمت چپ تساوی به دست می‌آید با عدد سمت راست تساوی برابر است. اما تساوی $2x - 1 = 3x$ یک اتحاد جبری نیست. زیرا به ازای $x = 1$ داریم:

$$\begin{array}{l} 2x - 1 = 3x \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 2(1) - 1 = 3(1) \\ 1 = 2 \end{array}$$

اتحاد جبری نیست. $\Rightarrow$ حاصل سمت راست تساوی $\neq$ حاصل سمت چپ تساوی $\Rightarrow 1 \neq 2$

(نمونه دولتی - چهارمقال بختیاری - ۱۴۰۰ - ۱۴۰۱)

مثال چندتا از تساوی‌های جبری زیر اتحاد است؟

$$2(x+3) = 2x+6 \quad \text{و} \quad (x+3)^2 = x^2+9 \quad \text{و} \quad (x-3)(x+3) = x^2+9$$

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

پاسخ گزینه (۲)

تساوی $(x-3)(x+3) = x^2+9$ به ازای $x=0$ به صورت $-9=9$ در می‌آید که غیرممکن است. تساوی $(x+3)^2 = x^2+9$ به ازای $x=1$ به صورت $16=10$ در می‌آید که غیرممکن است. پس هیچ کدام از این دو تساوی اتحاد نیست. اما تساوی $2(x+3) = 2x+6$ به ازای تمام مقادیر x برقرار است. پس یک اتحاد است.

۸ اتحاد مربع دو جمله‌ای:

هرگاه درون پرانتز دو جمله داشته باشیم و بیرون پرانتز توان ۲ باشد، با اتحاد مربع دو جمله‌ای روبه‌رو هستیم.	ویژگی
$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	فرمول به زبان ریاضی
$(\text{جمله دوم}) + \text{جمله اول} \times \text{جمله دوم} + (\text{جمله اول})^2 = (\text{جمله اول} + \text{جمله دوم})^2$	فرمول به زبان فارسی



مثال

حاصل عبارت‌های زیر را به کمک اتحاد مربع دو جمله‌ای پیدا کنید؟

«امتحان هماهنگ - البرز - شهریور ۱۴۰۱»

الف) $(x+3)^2$

ب) $(3x-1)^2$

پاسخ

$$\begin{aligned} \text{الف) } (x+3)^2 &= x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2 = x^2 + 6x + 9 \\ &\quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ &\quad \text{جمله دوم} \quad \text{جمله اول} \quad \text{جمله اول} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ب) } (3x-1)^2 &= (3x+(-1))^2 = (3x)^2 + 2 \times 3x \times (-1) + (-1)^2 = 9x^2 - 6x + 1 \\ &\quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ &\quad \text{جمله دوم} \quad \text{جمله اول} \quad \text{جمله اول} \end{aligned}$$

مثال

اگر $x - \frac{1}{x} = -2$ باشد، حاصل $x^2 + \frac{1}{x^2}$ برابر کدام گزینه است؟

«نمونه دولتی - هماهنگ کشوری - ۱۴۰۳ - ۱۴۰۲»

۶ (۴)

۱ (۳)

-۴ (۲)

۴ (۱)

پاسخ

گزینه (۴)

طرفین تساوی داده شده را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = (-2)^2 \Rightarrow x^2 + 2 \times x \times \left(-\frac{1}{x}\right) + \left(-\frac{1}{x}\right)^2 = 4 \Rightarrow x^2 - 2 + \frac{1}{x^2} = 4 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 6$$

اتحاد مربع دو جمله‌ای

مثال

اگر $(x-y)^2 = 6$ و $x^2 + y^2 = 24$ باشد، حاصل $-5xy$ را محاسبه کنید.

«نمونه دولتی - شهرستان‌های تهران - ۱۴۰۳ - ۱۴۰۲»

-۷۵ (۴)

۷۵ (۳)

۴۵ (۲)

-۴۵ (۱)

پاسخ

گزینه (۱)

$$(x-y)^2 = 6 \Rightarrow x^2 - 2xy + y^2 = 6 \xrightarrow{x^2 + y^2 = 24} \underbrace{x^2 + y^2}_{24} - 2xy = 6$$

اتحاد مربع دو جمله‌ای

$$\Rightarrow -2xy = 6 - 24 \Rightarrow -2xy = -18 \Rightarrow xy = 9 \Rightarrow -5xy = -5 \times 9 = -45$$

۹ تجزیه عبارت‌های جبری: تجزیه یک عبارت جبری به این معنا است که آن عبارت جبری را به صورت ضرب عوامل سازنده آن بنویسیم. مثلاً عبارت $2x + 4y$ را می‌توانیم با خاصیت توزیع پذیری به صورت $2(x + 2y)$ بنویسیم. یعنی عبارت را تجزیه کرده‌ایم. (در این حالت می‌گوییم از ۲ فاکتور گرفته‌ایم)

۱۰ یادآوری ب.م.م: برای محاسبه ب.م.م اعداد ابتدا آن‌ها را به عوامل اول تجزیه می‌کنیم، سپس در صورت امکان آن‌ها را به صورت اعداد توان دار می‌نویسیم. در آخر عامل‌های مشترک را با توان کوچک‌تر انتخاب می‌کنیم. برای پیدا کردن ب.م.م حروف هم، از بین مشترک‌ها آن که توان کوچک‌تری دارد را می‌نویسیم. مثلاً ب.م.م $18x^3y^2z^2, 12x^2y^3z$ $6x^2y^2z$ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$18 = 2 \times 3^2, 12 = 2^2 \times 3 \Rightarrow (18, 12) = 2 \times 3 = 6$$

$$(x^3y^2z^2, x^2y^3z) = x^2y^2z \Rightarrow (18x^3y^2z^2, 12x^2y^3z) = 6x^2y^2z$$



۱۱ با استفاده از اطلاعاتی که تاکنون به دست آورده‌ایم، می‌توانیم به روش‌های زیر عبارت‌های جبری را در صورت امکان تجزیه کنیم:

نوع تجزیه	شرایط لازم	روش کار	مثال
تجزیه به کمک فاکتورگیری	بین جملات عامل مشترک وجود داشته باشد.	ابتدا ب.م.م همه جملات را به دست می‌آوریم و آن را بیرون پرانتز نوشته، سپس تک تک جملات را بر ب.م.م تقسیم کرده و حاصل را داخل پرانتز می‌نویسیم.	$6x^2y - 3xy^2z = 3xy(2x - y^2z)$ $\frac{6x^2y}{3xy} = 2x, \frac{-3xy^2z}{3xy} = -y^2z$
تجزیه به کمک اتحاد مربع دو جمله‌ای	سه جمله داشته باشیم که یکی از آن‌ها (بدون در نظر گرفتن علامت)، دو برابر حاصل ضرب جذر دو جمله دیگر باشد.	در این حالت حاصل یک اتحاد مربع دو جمله‌ای داده شده و ما باید خود اتحاد مربع دو جمله‌ای را بنویسیم. برای این منظور یک جفت پرانتز می‌کشیم و بیرون پرانتز توان ۲ می‌گذاریم. گفتیم یکی از جملات، دو برابر حاصل ضرب جذر دو جمله دیگر است، علامت آن را به عنوان علامت بین دو جمله داخل پرانتز انتخاب می‌کنیم و جذر آن دوتای دیگر را به عنوان جمله اول و دوم پرانتز می‌نویسیم.	$x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2$ $4x^2 + 12xy + 9y^2 = (2x + 3y)^2$

۱۲

مثال عبارت $\sqrt{9-4\sqrt{5}}$ با کدام گزینه مساوی است؟

«نمونه دولتی - پوشهر - ۱۴۰۰-۱۳۰۰»

۳ + ۲√۵ (۴)

√۵ - ۲ (۳)

۲ - √۵ (۲)

۳ - ۲√۵ (۱)

پاسخ گزینه (۳)

در سؤالات این چینی باید سعی کنیم عبارت زیر رادیکال را به اتحاد مربع دو جمله‌ای تجزیه کنیم.

$$\sqrt{9-4\sqrt{5}} = \sqrt{4 - 4\sqrt{5} + 5} = \sqrt{(2-\sqrt{5})^2} = |2-\sqrt{5}| = -(2-\sqrt{5}) = \sqrt{5}-2$$

اتحاد مربع دو جمله‌ای

جذر

علامت -

مثال اگر $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 13 = 0$ باشد، مقدار $x + y$ کدام است؟

«نمونه دولتی - قم - ۱۴۰۰-۱۳۰۰»

۳ (۴)

۱ (۳)

-۱ (۲)

-۳ (۱)

پاسخ گزینه (۲)

چندجمله‌ای داده شده را طوری دسته‌بندی می‌کنیم که تبدیل به دو اتحاد مربع دو جمله‌ای شود. برای این منظور کافی است به جای ۱۳ بنویسیم ۴ + ۹. در این صورت داریم:

$$x^2 - 4x + 4 + y^2 + 6y + 9 = 0 \Rightarrow (x-2)^2 + (y+3)^2 = 0$$

جذر

جذر

جذر

۲

۳

۴

۹

می‌دانیم $(x-2)^2$ و $(y+3)^2$ همواره نامنفی هستند و جمع دو عبارت نامنفی هنگامی صفر می‌شود که هر دوی آن‌ها صفر باشند، پس:

$$\begin{cases} (x-2)^2 = 0 \Rightarrow x-2=0 \Rightarrow x=2 \\ (y+3)^2 = 0 \Rightarrow y+3=0 \Rightarrow y=-3 \end{cases} \Rightarrow x+y=2-3=-1$$



۱۳ اتحاد مربع سه جمله‌ای:

ویژگی	هرگاه داخل پرانتز سه جمله داشته باشیم و بیرون پرانتز توان ۲ باشد، با اتحاد مربع سه جمله‌ای روبه‌رو هستیم.
به زبان ریاضی	$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$
به زبان فارسی	$(\text{جمله دوم}) \times (\text{جمله اول}) + 2 \times (\text{جمله سوم}) + (\text{جمله دوم})^2 + (\text{جمله اول})^2 = (\text{جمله سوم} + \text{جمله دوم} + \text{جمله اول})^2$ $(\text{جمله سوم}) \times (\text{جمله دوم}) + 2 \times (\text{جمله سوم}) + (\text{جمله اول})^2 \times (\text{جمله اول}) + 2 \times (\text{جمله سوم})$

«نمونه دولتی - قم - ۱۴۰۰»

مثال اگر $a + b + c = 17$ و $a^2 + b^2 + c^2 = 221$ باشد، حاصل $ab + ac + bc$ کدام است؟

۸۶ (۴)

۶۸ (۳)

۴۳ (۲)

۳۴ (۱)

پاسخ گزینه (۱)

$$a + b + c = 17 \xrightarrow{\text{بفوتان}} (a + b + c)^2 = 17^2 \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + ac + bc) = 289$$

اتحاد مربع سه جمله‌ای

$$\xrightarrow{a^2 + b^2 + c^2 = 221} 221 + 2(ab + ac + bc) = 289 \Rightarrow (ab + ac + bc) = \frac{289 - 221}{2} = 34$$

درس ۲: چند اتحاد دیگر، تجزیه و کاربردها

۱ اتحاد مزدوج:

ویژگی	هرگاه دو جفت پرانتز داشته باشیم که جمله اول دو پرانتز کاملاً یکسان و جمله دوم آن‌ها قرینه باشد، اتحاد مزدوج داریم.
به زبان ریاضی	$\begin{array}{c} \text{قرینه هم} \\ (a+b)(a-b) = a^2 - b^2 \\ \text{کاملاً یکسان} \end{array}$
به زبان فارسی	$(\text{جمله اول} - \text{جمله دوم})(\text{جمله اول} + \text{جمله دوم}) = (\text{جمله اول})^2 - (\text{جمله دوم})^2$ کاملاً یکسان

«امتحان هماهنگ کشوری - فردار - ۱۴۰۳»

مثال حاصل عبارت‌های زیر را به کمک اتحادها به دست آورید.

الف) $(x-4)(x+4)$ ب) $(x-4t+2)(x+4t-2)$

پاسخ

الف) دو جفت پرانتز داریم که جملات اول دقیقاً یکسان و جملات دوم قرینه هم هستند. پس از فرمول اتحاد مزدوج جواب را به دست می‌آوریم:

$$\begin{array}{c} \text{قرینه هم} \\ (x-4)(x+4) = x^2 - 4^2 = x^2 - 16 \\ \text{کاملاً یکسان} \end{array}$$

ب) در این جا اگر عبارت $4t-2$ را در دو پرانتز در یک بسته در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$\begin{array}{c} \text{قرینه هم} \\ (x-(4t-2))(x+(4t-2)) = x^2 - (4t-2)^2 = x^2 - ((4t)^2 + 2 \times 4t \times (-2) + (-2)^2) \\ \text{کاملاً یکسان} \quad \text{اتحاد مربع دوجمله‌ای} \end{array}$$

$$= x^2 - (16t^2 - 16t + 4) = x^2 - 16t^2 + 16t - 4$$



مرورنامه آزمون آزمایشی خیالی سبز

ریاضی

۲ تجزیه به کمک اتحاد مزدوج:

شرایط لازم	روش کار	مثال
دو جمله داشته باشیم که اولی مثبت و دومی منفی باشد.	از دو جمله بدون در نظر گرفتن علامت منفی، جذر گرفته و حاصل را در دو جفت پرانتز می نویسیم. سپس بین آن‌ها در یک پرانتز علامت + و در دیگری علامت - می گذاریم.	$x^2 - 4 = (x-2)(x+2)$ جذر جذر $a^2 - 3 = (a-\sqrt{3})(a+\sqrt{3})$ جذر جذر

«نمونه دولتی - قم - ۱۳۰۰-۱۳۰۱»

مثال در تجزیه عبارت $x^5 - x^4 - 4x + 4$ کدام عبارت وجود ندارد؟

$x^5 - x^4 - 4x + 4 = x^4(x-1) - 4(x-1) = (x-1)(x^4 - 4) = (x-1)(x^2-2)(x^2+2)$

بنابراین عبارت $x+1$ در تجزیه به دست آمده وجود ندارد.

پاسخ گزینه (۳)

۳ بعضی از ضرب‌های عددی (معمولاً عددهای بزرگ) را به کمک اتحادهای مربع دوجمله‌ای و مزدوج می‌توان به سادگی محاسبه کرد. مثلاً:

$$1003 \times 997 = (1000+3)(1000-3) = 1000^2 - 3^2 = 1000000 - 9 = 999991$$

$$(501)^2 = (500+1)^2 = 500^2 + 2 \times 500 \times 1 + 1^2 = 250000 + 1000 + 1 = 251001$$

«نمونه دولتی - اصفهان - ۱۳۰۱-۱۳۰۲»

مثال حاصل $(39/9999)^2 - (40/10001)^2$ برابر است با:

$(39/9999)^2 - (40/10001)^2 = (39/9999 - 40/10001)(39/9999 + 40/10001) = 0/100000016$

پاسخ گزینه (۳)

به کمک اتحاد مزدوج تجزیه انجام می‌دهیم:

$$(39/9999)^2 - (40/10001)^2 = (39/9999 - 40/10001)(39/9999 + 40/10001) = 0/100000016$$

۴ اتحاد جمله مشترک:

ویژگی	هرگاه دو جفت پرانتز داشته باشیم که یکی از جملات دو پرانتز کاملاً یکسان و جمله دیگر آن‌ها متفاوت باشد، اتحاد جمله مشترک داریم.
به زبان ریاضی	$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$
به زبان فارسی	(مجموع جملات غیرمشترک) + (جمله مشترک) = (جمله غیرمشترک + جمله مشترک) + (جمله غیرمشترک + جمله مشترک) × ضرب جملات غیرمشترک + جمله مشترک ×
مثال	$(x-2)(x+5) = x^2 + (-2+5)x + (-2 \times 5) = x^2 + 3x - 10$ جمله مشترک جملات غیرمشترک



«نمونه دولتی - آذربایجان غربی - ۱۴۰۰»

مثال حاصل عبارت $(2x^2 - \sqrt{7})(2x^2 + \sqrt{7})(4x^4 + 5)$ برابر با کدام گزینه است؟

$$16x^6 + 3x^4 - 12 \quad (2)$$

$$16x^8 - 8x^4 - 35 \quad (4)$$

$$x^6 + 3x^4 + 12 \quad (1)$$

$$4x^4 - 2x^2 - 35 \quad (3)$$

پاسخ گزینه (۴)

$$\begin{aligned} \overbrace{(2x^2 - \sqrt{7})(2x^2 + \sqrt{7})}^{\text{اتحاد مزدوج}} \overbrace{(4x^4 + 5)}^{\text{اتحاد جمله مشترک}} &= \underbrace{(2x^2)^2}_{4x^4} - \underbrace{(\sqrt{7})^2}_7 (4x^4 + 5) = (4x^4 - 7)(4x^4 + 5) \\ &= (4x^4)^2 + (-7 + 5) \times 4x^4 + (-7 \times 5) = 16x^8 - 8x^4 - 35 \end{aligned}$$

تجزیه به کمک اتحاد جمله مشترک:

شرایط لازم	هرگاه سه جمله‌ای مانند $x^2 + Ax + B$ داشته باشیم، اگر بتوانیم دو عدد یا متغیر مانند a و b پیدا کنیم که به ازای آن $A = a + b$ و $B = ab$ می‌توانیم با کمک اتحاد جمله مشترک آن را تجزیه کنیم.
روش کار	بعد از پیدا کردن دو عدد یا متغیر a و b ، دو جفت پرانتز می‌کشیم، از جمله اول جذر گرفته و در دو پرانتز می‌نویسیم، سپس در یک پرانتز a و در دیگری b را می‌نویسیم. $x^2 + Ax + B = (x + a)(x + b)$
مثال	$\left. \begin{array}{l} x^2 + 13x + 36 \\ \downarrow \text{جذر} \quad \downarrow \text{جذر} \\ x \quad \times \quad 6 \\ \downarrow \times 2 \\ \times 12x \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{دو عدد که ضرب آنها ۳۶} \\ \text{و جمع آنها ۱۳ شود} \end{array} \Rightarrow +4, +9 \Rightarrow x^2 + 13x + 36 = (x + 4)(x + 9)$

«نمونه دولتی - یزد - ۱۴۰۰»

مثال در تجزیه عبارت $(x^2 + 3x + 2) + (x^2 + 4x + 3)$ کدام یک از جمله‌های زیر می‌تواند ظاهر شود؟

$$(2x + 5) \quad (4)$$

$$(\Delta x + 2) \quad (3)$$

$$(x + 2) \quad (2)$$

$$(2x + 1) \quad (1)$$

پاسخ گزینه (۴)

$$\begin{aligned} \overbrace{(x^2 + 3x + 2) + (x^2 + 4x + 3)}^{\text{اتحاد جمله مشترک}} &= (x + 1)(x + 2) + (x + 1)(x + 3) \\ &\xrightarrow{\text{عبارت } x+1 \text{ در هر دو جمله مشترک است از آن فاکتور می‌گیریم}} (x + 1)(x + 2 + x + 3) = (x + 1)(2x + 5) \end{aligned}$$

درس ۳: فاکتورگیری‌ها و نامعادله‌ها

۱ هرگاه a و b دو عدد حقیقی باشد، به طوری که $a > b$ ، در این صورت عدد حقیقی مثبتی مانند p هست؛ به طوری که $a = b + p$.

مثال درستی یا نادرستی عبارت «اگر $x = y + 4$ ، آن‌گاه $x > y$ » را مشخص کنید.

«امتحان هماهنگ - ایلام - فروردین ۱۴۰۲»

پاسخ درست است.

۲ برای هر دو عدد حقیقی دلخواه a و b فقط یکی از حالت‌های زیر را خواهیم داشت:

حالت اول: a از b کوچک‌تر باشد، به زبان ریاضی: $a < b$

حالت دوم: a با b برابر باشد، به زبان ریاضی: $a = b$

حالت سوم: a از b بزرگ‌تر باشد، به زبان ریاضی: $a > b$



۳ برای دو عدد حقیقی دلخواه a و b ، اگر a از b بزرگتر نباشد، در این صورت داریم:

a مساوی b است.
 یا
 a کوچکتر از b است.

← a کوچکتر یا مساوی b است و به زبان ریاضی $a \leq b$.

به همین ترتیب برای d و c دو عدد حقیقی دلخواه، اگر c از d کوچکتر نباشد، در این صورت داریم:

c مساوی d است.
 یا
 c بزرگتر از d است.

← c بزرگتر یا مساوی d است و به زبان ریاضی $c \geq d$.

۴ اگر a عدد حقیقی و نامنفی باشد، می‌نویسیم $a \geq 0$ و اگر b عددی حقیقی و نامثبت باشد، می‌نویسیم $b \leq 0$.

۵ استفاده از نامساوی‌ها در تعیین علامت اعداد را با مثال زیر توضیح می‌دهیم.

مثال درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.

(الف) اگر $ab > 0$ باشد، آن‌گاه a و b هم‌علامت هستند. (امتحان هماهنگ - تهران - فرورداد ۱۴۰۲)

(ب) اگر $x^2 y < 0$ باشد، آن‌گاه $y < 0$. (امتحان هماهنگ - بوشهر - فرورداد ۱۴۰۲)

(پ) اگر $\frac{mn}{p} > 0$ ، آن‌گاه p, n, m مثبت هستند.

پاسخ

(الف) درست است. وقتی حاصل ضرب a و b مثبت شده است یعنی یا هر دو مثبت یا هر دو منفی بوده‌اند. پس در هر صورت هم‌علامت هستند.

(ب) درست است. می‌دانیم x^2 همواره نامنفی است، پس برای آن‌که حاصل ضرب $x^2 \times y$ منفی شود، باید y عددی منفی باشد.

(پ) نادرست است. ممکن است دوتا از اعداد p, n, m منفی و سومی مثبت باشد.

حالت‌های ممکن $\frac{mn}{p} > 0$:

- حالت اول: $m, n, p > 0$
- حالت دوم: $m < 0, n < 0, p > 0$
- حالت سوم: $m < 0, p < 0, n > 0$
- حالت چهارم: $m > 0, n < 0, p < 0$

۶ خواص نابرابری‌ها:

مثال	خاصیت	
	ریاضی	کلامی
$-2 > -3 \xrightarrow{+1} -2+1 > -3+1 \Rightarrow -1 > -2$ $3 > 2 \xrightarrow{-1} 3-1 > 2-1 \Rightarrow 2 > 1$	اگر $a > b$ و آن‌گاه $a + c > b + c$ اگر $a > b$ و آن‌گاه $a - c > b - c$	اگر دو طرف یک نابرابری را با عدد مانند c جمع یا تفریق کنیم، نابرابری همچنان برقرار است.
$7 > 4 \xrightarrow{\times 2} 7 \times 2 > 4 \times 2 \Rightarrow 14 > 8$ $-5 > -10 \xrightarrow{\div 5} \frac{-5}{5} > \frac{-10}{5} \Rightarrow -1 > -2$	اگر $a > b$ و $c > 0$ آن‌گاه $ac > bc$ اگر $a > b$ و $c < 0$ آن‌گاه $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$	اگر دو طرف یک نابرابری را در عدد مثبتی مانند c ضرب کنیم یا بر آن تقسیم کنیم، نابرابری همچنان برقرار خواهد بود.
$4 > 1 \xrightarrow{\times (-3)} 4 \times (-3) < 1 \times (-3) \Rightarrow -12 < -3$ $-3 > -6 \xrightarrow{\div (-3)} \frac{-3}{-3} < \frac{-6}{-3} \Rightarrow 1 < 2$	اگر $a > b$ و $c < 0$ آن‌گاه $ac < bc$ اگر $a > b$ و $c < 0$ آن‌گاه $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$	اگر دو طرف یک نابرابری را در عددی منفی مانند c ضرب کنیم یا بر آن تقسیم کنیم، جهت نابرابری عوض می‌شود.

۷ نامعادله و مجموعه جواب:

نامعادله‌های یک‌مجهولی درجه‌اول: نابرابری مانند $2x - 5 < 6x - 1$ که شامل متغیر x است و درجه نسبت به x برابر با ۱ است، را یک نامعادله یک‌مجهولی درجه‌اول نامیده می‌شود.

۸ مجموعه مقادیری که به ازای آن‌ها، نامعادله به نابرابری درست تبدیل شود، مجموعه جواب نامعادله است.

۹ برای حل نامعادله‌های یک‌مجهولی مانند روش حل معادله‌های یک‌مجهولی، ابتدا همه مجهول‌ها را در یک طرف نامساوی و همه اعداد ثابت را در طرف دیگر نامساوی

جمع می‌کنیم و سپس طرفین نامساوی را بر ضریب عددی مجهول، تقسیم می‌کنیم تا حدود تغییرات به دست آید.



مثال

کدام یک از اعداد زیر به مجموعه جواب نامعادله $(x+4) - 2(x-1)^2 \geq -3x(x-2) + 5$ تعلق ندارد؟

(۱) ۴

(۲) $2 + \sqrt{10}$ (۳) $6 - \sqrt{5}$ (۴) $\sqrt{20}$

پاسخ گزینه (۳)

اتحاد مربع دوجمله‌ای

$$(x+4) - 2(x-1)^2 \geq -3x(x-2) + 5 \Rightarrow x+4 - 2(x^2 - 2x + 1) \geq -3x(x-2) + 5$$

$$x+4 - 2x^2 + 4x - 2 \geq -3x^2 + 6x + 5 \Rightarrow 7x+1 \geq 6x+5 \xrightarrow{\text{طرفین } (-6x)} x+1 \geq 5$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین } (-1)} x \geq 4 \Rightarrow D = \{x \in \mathbb{R} | x \geq 4\}$$

$$4 \in D, 2 + \sqrt{10} \approx 5.1 \in D, 6 - \sqrt{5} \approx 3.7 \notin D, \sqrt{20} \approx 4.4 \in D$$

پس گزینه (۳) به مجموعه جواب تعلق ندارد.

فصل ششم

درس ۱: معادله خط

- معادله خط -

۱) هر معادله به صورت $y = ax + b$ ، معادله یک خط راست است و می‌گوییم x و y با هم رابطه خطی دارند. مثلاً رابطه‌های $y = 3x - 4$ و $y = -\frac{1}{4}x + 3$ معادله یک خط راست هستند. اما $y = x^2 + 1$ ، $y = \frac{1}{x} - 1$ و $y = x^{-3} + 3$ معادله‌های خط راست نیستند.

۲) به دست آوردن جواب‌های یک معادله: برای به دست آوردن جواب‌های یک معادله به صورت $y = ax + b$ (به دست آوردن یک نقطه روی خط) کافی است برای x یک عدد دلخواه در نظر بگیریم و آن عدد را در معادله به جای x قرار دهیم تا y به دست آید.

مثال

نقطه روی خط

$$y = 2x + 1 \Rightarrow y = 2 \times (-3) + 1 \Rightarrow y = -6 + 1 \Rightarrow y = -5 \Rightarrow \begin{matrix} -3 \\ -5 \end{matrix}$$

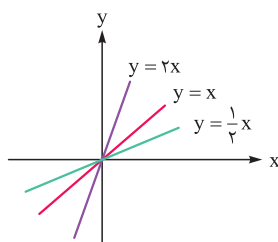
دلیخواه $x = -3$

۳) هر معادله خطی به صورت $y = ax + b$ بی‌شمار جواب دارد، اما اتحاد نیست.

۴) رسم یک خط: برای رسم یک خط در دستگاه مختصات ابتدا مختصات دو نقطه دلیخواه را به دست می‌آوریم، سپس آن دو نقطه را در دستگاه مختصات پیدا کرده و به هم وصل می‌کنیم و از دو طرف امتداد می‌دهیم.

۵) معادله خط‌هایی که به صورت $y = ax$ هستند از مبدأ مختصات عبور می‌کنند.

(هر خط به صورت $y = ax + b$ که $b \neq 0$ از مبدأ مختصات عبور نمی‌کند.)



۶) تشخیص قراردادن یک نقطه روی خط: برای تشخیص این که نقطه‌ای روی خط $y = ax + b$ قرار دارد یا نه، کافی است طول و عرض نقطه داده‌شده را در معادله به جای x و y قرار دهیم. اگر تساوی برقرار بود، یعنی نقطه روی خط قرار دارد. در غیر این صورت نقطه روی خط نیست.

به دست آوردن مختصات نقطه‌ای با طول یا عرض مشخص روی یک خط:

۷) به دست آوردن مختصات نقطه‌ای با طول مشخص روی یک خط: برای این منظور مقدار طول داده‌شده را در معادله به جای x قرار می‌دهیم تا y (عرض نقطه) به دست آید، حال با داشتن طول و عرض نقطه، مختصات را می‌نویسیم.

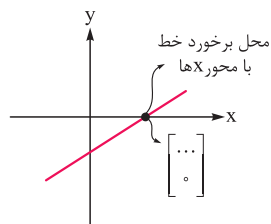


۸ به دست آوردن مختصات نقطه‌ای با عرض مشخص روی یک خط: برای این منظور مقدار عرض داده شده را در معادله به جای y قرار می‌دهیم و با حل معادله حاصل، مقدار x (طول نقطه) را به دست می‌آوریم. سپس مختصات نقطه را می‌نویسیم.

مثال

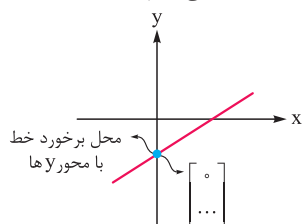
$$y = 2x - 1 \begin{cases} \text{طول} \rightarrow y = 2x - 1 \Rightarrow y = 2 \times 3 - 1 \Rightarrow y = 5 \Rightarrow \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix} \\ \text{عرض} \rightarrow y = 2x - 1 \Rightarrow -1 = 2x - 1 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} \end{cases}$$

به دست آوردن مختصات نقطه برخورد خط با محور x ها و y ها:



۹ به دست آوردن مختصات نقطه برخورد خط با محور x ها: برای این منظور کافی است در معادله داده شده به جای y ، صفر گذاشته و معادله حاصل را حل کرده و مقدار x را به دست آوریم. سپس مختصات را بنویسیم.

۱۰ به دست آوردن مختصات نقطه برخورد خط با محور y ها: برای این منظور در معادله داده شده به جای x ، صفر گذاشته و مقدار y را به دست می‌آوریم.



$$y = ax + b \begin{cases} \text{محل برخورد با محور } x \text{ها} \rightarrow y = 0 \Rightarrow 0 = ax + b \Rightarrow x = -\frac{b}{a} \Rightarrow \begin{bmatrix} -\frac{b}{a} \\ 0 \end{bmatrix} \\ \text{محل برخورد با محور } y \text{ها} \rightarrow y = a \times 0 + b \Rightarrow y = b \Rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix} \end{cases}$$

مثال خط $y = \frac{2}{3}x + 4$ محورهای مختصات را در نقاط A و B قطع کرده‌اند. محیط و مساحت مثلث OAB کدام است؟

«نمونه دولتی - گیلان - ۱۴۰۲ - ۱۴۰۱»

$$\begin{aligned} (2) \text{ محیط} &= 12 \text{ و مساحت} = 12 \\ (4) \text{ محیط} &= 10 + 2\sqrt{13} \text{ و مساحت} = 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (1) \text{ محیط} &= 10 + 2\sqrt{13} \text{ و مساحت} = 12 \\ (3) \text{ محیط} &= 6 + 2\sqrt{13} \text{ و مساحت} = 6 \end{aligned}$$

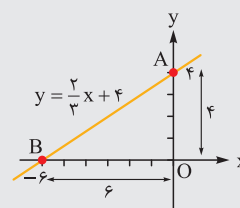
پاسخ گزینه (۱)

ابتدا نقاط A و B یعنی محل برخورد خط با محورهای مختصات را پیدا می‌کنیم:

$$\text{محل برخورد با محور } y \text{ها} \rightarrow y = \frac{2}{3}(0) + 4 \Rightarrow y = 4 \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\text{محل برخورد با محور } x \text{ها} \rightarrow 0 = \frac{2}{3}x + 4 \Rightarrow \frac{2}{3}x = -4 \Rightarrow x = -6 \Rightarrow B = \begin{bmatrix} -6 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$S_{OAB} = \frac{1}{2} OA \times OB = \frac{1}{2} \times 4 \times 6 = 12$$



برای به دست آوردن محیط مثلث باید اندازه AB را با استفاده از قضیه فیثاغورس به دست آوریم:

$$AB^2 = OA^2 + OB^2 \Rightarrow AB = \sqrt{4^2 + 6^2} = \sqrt{16 + 36} = \sqrt{52} = \sqrt{4 \times 13} = 2\sqrt{13}$$

$$\Delta \text{ محیط } OAB = OA + OB + AB = 4 + 6 + 2\sqrt{13} = 10 + 2\sqrt{13}$$



درس ۲: شیب خط و عرض از مبدأ

۱) پیدا کردن شیب خط از روی معادله: در معادله $y = ax + b$ ، عدد a (ضریب x) شیب خط نامیده می‌شود.

۲) رابطه شیب خط یا زاویه خط با جهت محور x ها در معادله $y = ax + b$:

اگر $a < 0$	اگر $a > 0$
زاویه خط با جهت مثبت محور x ها، باز است.	زاویه خط با جهت مثبت محور x ها، تند است.
مثال: $y = -3x$ $y = -\frac{1}{3}x$ $-\frac{1}{3} > -3 \Rightarrow \theta > \gamma$	مثال: $y = 3x$ $y = 2x$ $3 > 2 \Rightarrow \beta > \alpha$
هر چه a ($a < 0$) بزرگ‌تر باشد، زاویه باز ایجاد شده با جهت مثبت محور x ها، بزرگ‌تر خواهد بود.	هر چه a ($a > 0$) بزرگ‌تر باشد، زاویه تند ایجاد شده با جهت مثبت محور x ها بزرگ‌تر است.

مثال کدام یک از گزینه‌های زیر هر معادله خط را به نمودارش نظیر کرده است؟

معادله خط	نمودار خط
۱) $y = 2x + 1$	a)
۲) $y = 5x + 1$	b)
۳) $y = -3x + 1$	c)
۴) $y = -x + 1$	d)

$$\begin{cases} 3 \rightarrow a \\ 2 \rightarrow b \\ 4 \rightarrow c \\ 1 \rightarrow d \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} 2 \rightarrow a \\ 3 \rightarrow b \\ 1 \rightarrow c \\ 4 \rightarrow d \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} 1 \rightarrow a \\ 4 \rightarrow b \\ 2 \rightarrow c \\ 3 \rightarrow d \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} 2 \rightarrow a \\ 4 \rightarrow b \\ 1 \rightarrow c \\ 3 \rightarrow d \end{cases} \quad (1)$$

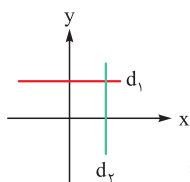
پاسخ گزینه (۱)

$\begin{cases} 9^\circ < \alpha, \beta < 90^\circ \Rightarrow \text{شیب خطوط } a, c \text{ مثبت است} \\ \beta > \alpha \xrightarrow{-5} a = \text{شیب خط } 5, c = \text{شیب خط } -2 \end{cases}$	$\begin{cases} 9^\circ < \gamma, \theta < 180^\circ \Rightarrow \text{شیب خطوط } d, b \text{ منفی است} \\ \gamma > \theta \xrightarrow{-12-3} b = \text{شیب خط } -1, d = \text{شیب خط } -3 \end{cases}$



مرورنامه آزمون آزمایشی خیالی سبز

ریاضی



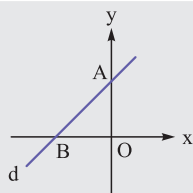
۳ خطهای موازی دارای شیبهای یکسان هستند. (زیرا زاویه‌ای که این خطوط با جهت مثبت محور x می‌سازند، با هم برابر است).

۴ خطهای موازی محور x ها (خطهای افقی) شیب صفر و خطهای موازی محور y ها (خطهای قائم) شیب تعریف نشده دارند.

مثلاً در دستگاه مختصات مقابل شیب خط d_1 ، صفر و شیب خط d_2 ، تعریف نشده است.

۵ به دست آوردن شیب خط، با داشتن دو نقطه از خط: اگر $\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix}$ دو نقطه از یک خط باشند، شیب آن خط از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\text{شیب خط} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$



«نمونه دولتی - گلستان - ۱۳۹۰»

مثال اگر شیب خط d برابر ۳ باشد و $\overline{OA} = m + 4$ و $\overline{OB} = m + 1$ ، مقدار m کدام گزینه است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{11}{2}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $-\frac{3}{2}$

پاسخ گزینه (۱)

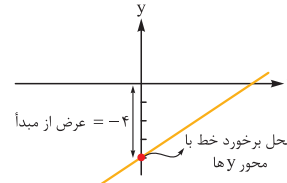
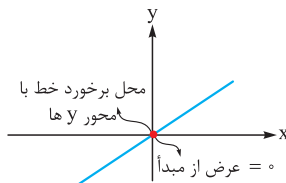
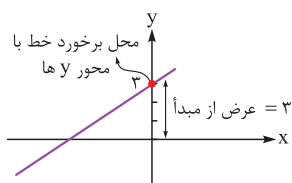
طول نقطه A صفر است. $\Rightarrow$ $\left. \begin{array}{l} \text{طول نقطه } A \text{ صفر است.} \\ \text{همان عرض نقطه } A \text{ است، } OA = m + 4 \end{array} \right\} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 0 \\ m + 4 \end{bmatrix}$

عرض نقطه B صفر است. $\Rightarrow$ $\left. \begin{array}{l} \text{عرض نقطه } B \text{ صفر است.} \\ \text{همان مقدار طول نقطه } B \text{ است. } OB = m + 1 \end{array} \right\} \Rightarrow B = \begin{bmatrix} -(m + 1) \\ 0 \end{bmatrix}$

$$\text{شیب خط } d = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = 3 \Rightarrow \frac{m + 4 - 0}{0 - (m + 1)} = 3 \Rightarrow m + 4 = 3(m + 1)$$

$$\Rightarrow m + 4 = 3m + 3 \Rightarrow 2m = 1 \Rightarrow m = \frac{1}{2}$$

۶ عرض از مبدأ: عرض از مبدأ یک خط یعنی آن خط در محل برخورد با محور y ها، دارای چه عرضی است.



۷ در معادله $y = ax + b$ ، عدد b نشان دهنده عرض از مبدأ است.

۸ به طور کلی در معادله $y = ax + b$ ، علامت a و b را می‌توان به صورت زیر از شکل نمودار تشخیص داد:

نمودار خط $y = ax + b$	علامت a	علامت b
	+	+
	+	-
	-	+
	-	-



مثال

زاویه بین یک خط با جهت مثبت محور طول‌ها زاویه تند و عرض از مبدأ این خط منفی است. چنین خطی از کدام یک از نقاط زیر اصلاً عبور نمی‌کند؟

«نمونه دولتی - تهران - ۱۴۰۰»

$$\begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix} \quad (4)$$

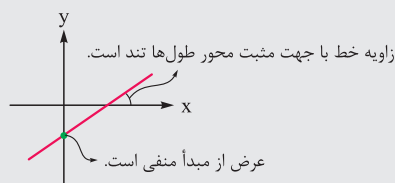
$$\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} -2 \\ -3 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} \quad (1)$$

پاسخ گزینه (۳)

شکل کلی این خط به صورت مقابل است:



همین‌طور که می‌بینیم این خط از ناحیه دوم عبور نمی‌کند. پس نقاطی که طول آن‌ها منفی و عرض مثبت دارند را شامل نمی‌شود. در نتیجه نقطه $\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ روی این خط قرار ندارد.

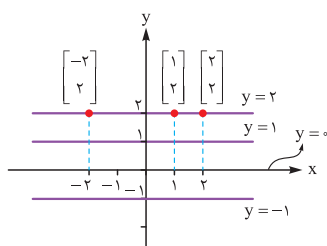
۹ نوشتن معادله خط:

الف) اگر شیب خط و عرض از مبدأ داشته باشیم، آن‌ها را در معادله $y = ax + b$ جای‌گذاری می‌کنیم. مثلاً معادله خطی با شیب -2 و عرض از مبدأ 5 به صورت زیر است:

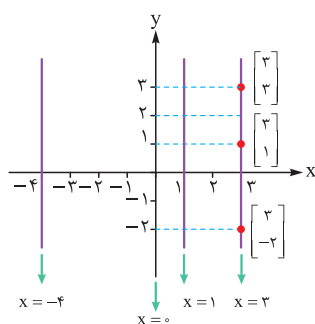
$$y = ax + b$$

عرض از مبدأ 5 شیب -2

$$y = -2x + 5$$



ب) اگر یک خط موازی محور x ها رسم شده باشد، معادله آن را به صورت $y = m$ می‌نویسیم که در آن عدد m ، عرض تمام نقاطی است که روی این خط قرار دارند. توجه کنید معادله خط منطبق بر محور x ها به صورت $y = 0$ است.



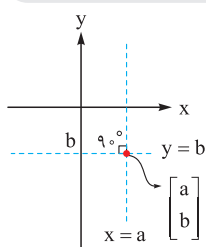
ب) اگر یک خط موازی محور y ها رسم شده باشد، معادله آن را به صورت $x = n$ می‌نویسیم که در آن n ، طول تمام نقاطی است که روی این خط قرار دارند. توجه کنید معادله خط منطبق بر محور y ها به صورت $x = 0$ است.

مثال معادله خطی را بنویسید که موازی محور y ها باشد و از نقطه $\begin{bmatrix} -1 \\ -2 \end{bmatrix}$ بگذرد.

پاسخ

$$x = n \xrightarrow[\text{طول نقطه ۱ است}]{\text{از نقطه } \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \end{bmatrix} \text{ بگذرد}} x = -1$$

خط موازی محور y ها



۱۰ محل برخورد خط‌های به معادله $x = a$, $y = b$ ، به صورت $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ است و زاویه بین این دو خط 90° است.



۱) صورت کلی معادله خط: صورت کلی معادله خط به شکل $ax + by = c$ است. برای به دست آوردن مقدار شیب و عرض از مبدأ در این حالت کلی باید با استفاده از قواعد جبری حل معادله، y را برحسب x به دست آوریم (y را تنها کنیم):

$$ax + by = c \xrightarrow[\text{تساوی می‌بریم}]{\text{از هر دو طرف دیگر}} by = -ax + c \xrightarrow[\text{طرفین را بر } b \text{ تقسیم می‌کنیم}]{\text{طرفین را بر } b \text{ تقسیم می‌کنیم}} y = \frac{-ax + c}{b}$$

$$\Rightarrow y = \left[\frac{-a}{b} \right] x + \left[\frac{c}{b} \right]$$

↓ ↓
شیب خط عرض از مبدأ

«نمونه دولتی - قلم - ۱۴۰۲»

مثال به ازای چه مقدار m خط $mx - 5x - 2y = x - my + 1$ موازی محور طول‌ها است؟

۳ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ گزینه (۳)

$$2mx - 5x - 2y = x - my + 1 \Rightarrow my - 2y = -2mx + 5x + x + 1 \Rightarrow (m - 2)y = (6 - 2m)x + 1$$

شیب خط

$$\Rightarrow y = \left[\frac{6 - 2m}{m - 2} \right] x + \frac{1}{m - 2}$$

چون خط موازی محور طول‌ها است، شیب خط صفر است. پس:

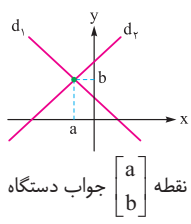
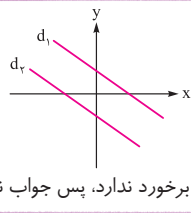
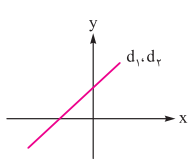
$$\frac{6 - 2m}{m - 2} = 0 \Rightarrow 6 - 2m = 0 \Rightarrow m = 3$$

۲) دستگاه دو معادله دو مجهولی: اگر دو خط $Ax + By = C$ ، $A'x + B'y = C'$ را داشته باشیم، به عبارت $\begin{cases} Ax + By = C \\ A'x + B'y = C' \end{cases}$ دستگاه دو معادله دو مجهولی یا دستگاه معادله خطی می‌گویند. جواب این دستگاه، در واقع محل برخورد دو خط است که جواب مشترک دو معادله محسوب می‌شود.

۳) روش‌های حل دستگاه معادله خطی:

نام روش	طریقه حل
۱ روش رسم	نمودار خط‌های دستگاه داده‌شده را رسم می‌کنیم. محل برخورد دو خط، جواب این دستگاه است.
۲ روش حذفی	یکی از متغیرهای x یا y را از دستگاه معادله حذف می‌کنیم و معادله یک مجهولی ایجاد شده را حل می‌کنیم و مقدار متغیر دیگر را به دست می‌آوریم. سپس مقدار به دست آمده را در یکی از معادله‌های دستگاه، جای‌گذاری می‌کنیم تا مقدار متغیر حذف‌شده نیز به دست آید.
۳ روش جایگزینی	در یکی از معادله‌ها، یکی از متغیرها را برحسب دیگری به دست می‌آوریم. سپس عبارت به دست آمده برای آن متغیر را در معادله دوم، جای‌گذاری می‌کنیم تا به یک معادله یک مجهولی تبدیل شود. پس از حل آن، مقدار متغیر به دست آمده را در یکی از دو معادله جای‌گذاری می‌کنیم تا متغیر دیگر نیز به دست آید.

۴) تعداد جواب‌های یک دستگاه معادله خطی:

حالت اول	اگر دو خط متقاطع باشند، دستگاه یک جواب دارد. نقطه برخورد دو خط تنها جواب دستگاه است.		در این حالت در دستگاه داریم: $\begin{cases} Ax + By = C \\ A'x + B'y = C' \end{cases}$ $\frac{A}{A'} \neq \frac{B}{B'}$
حالت دوم	اگر دو خط متمایز و موازی باشند، دستگاه جواب ندارد.		در این حالت در دستگاه داریم: $\begin{cases} Ax + By = C \\ A'x + B'y = C' \end{cases}$ $\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} \neq \frac{C}{C'}$
حالت سوم	اگر دو خط بر هم منطبق باشند، دستگاه بی‌شمار جواب دارد.		در این حالت در دستگاه داریم: $\begin{cases} Ax + By = C \\ A'x + B'y = C' \end{cases}$ $\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'}$



مثال

کدام دستگاه بی شمار جواب دارد؟

$$\begin{cases} -3y + 4x = 6 \\ -y + \frac{1}{3}x = 1 \end{cases} \quad (۴)$$

$$\begin{cases} 6x + 3y = 27 \\ \frac{y}{2} + 3x = 7 \end{cases} \quad (۳)$$

$$\begin{cases} 2x - y = 7 \\ x - 2y = 14 \end{cases} \quad (۲)$$

$$\begin{cases} 4x + 3y = 7 \\ 8x + 6y = 14 \end{cases} \quad (۱)$$

پاسخ گزینه (۱)

$$\text{می دانیم دستگاه } \begin{cases} Ax + By = C \\ A'x + B'y = C' \end{cases} \text{ بی شمار جواب دارد اگر } \frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'}$$

بررسی گزینه ها:

$$\text{گزینه (۱): } \frac{4}{8} = \frac{3}{6} = \frac{7}{14} \leftarrow \text{بی شمار جواب دارد.}$$

$$\text{گزینه (۲): } \frac{2}{1} \neq \frac{-1}{-2} = \frac{7}{14}$$

$$\text{گزینه (۳): } \frac{6}{3} \neq \frac{3}{1} \neq \frac{27}{7}$$

$$\text{گزینه (۴): } \frac{4}{1} \neq \frac{-3}{-1} \neq \frac{6}{1}$$

«نمونه دولتی - البرز - ۱۳۰۲»

مثال

از محل برخورد دو خط $x + y = 5$, $x - 2y = 3$ خط f را موازی محور طول ها رسم کرده ایم. این خط از کدام یک از مقادیر زیر عبور خواهد کرد؟

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 5 \end{bmatrix} \quad (۴)$$

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 6 \end{bmatrix} \quad (۳)$$

$$\begin{bmatrix} 5 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (۲)$$

$$\begin{bmatrix} 6 \\ 2 \end{bmatrix} \quad (۱)$$

پاسخ گزینه (۲)

«نمونه دولتی - آذربایجان - ۱۳۰۰»

با توجه به این که خط f موازی محور طول ها است، معادله آن به صورت $y = m$ است که در آن m عرض تمامی نقاطی است که روی این خط قرار دارند. بنابراین کافی است که عرض نقطه برخورد دو خط را به دست آوریم.

$$\begin{aligned} \xrightarrow{\times(-)} \begin{cases} x - 2y = 8 \\ x + y = 5 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} -x + 2y = -8 \\ x + y = 5 \end{cases} \xrightarrow{(+)} 3y = -3 \Rightarrow y = -1 \end{aligned}$$

پس هر نقطه روی خط f دارای عرض -1 است که در بین گزینه ها فقط گزینه (۲) این ویژگی را دارد.

فصل هفتم: عبارتهای گویا

درس ۱: معرفی و ساده کردن عبارتهای گویا

عبارتهای گویا

تعریف: به عبارتهایی مانند $\frac{5x^2 - 4x + 1}{\sqrt{2x + 3}}$ که در آن صورت و مخرج، هر کدام به صورت جداگانه چندجمله ای هستند، عبارت گویا می گوئیم. (تعریف چندجمله ای را در فصل ۵ گفتیم).

مثال

کدام یک از عبارتهای زیر گویاست؟

«امتحان هماهنگ - البرز - فرداد ۱۳۰۰»

$$۱) \frac{ax}{5} \quad , \quad ۲) \frac{\sqrt{x}-1}{x} \quad , \quad ۳) \frac{x}{|y|} \quad , \quad ۴) \frac{3-x^2}{2+x}$$

پاسخ گزینه های (۱) و (۴) هر دو عبارت گویا هستند.

یکجمله ای
 $۱) \frac{ax}{5} \Rightarrow \frac{ax}{5}$ عبارت گویا

یکجمله ای
 $۴) \frac{3-x^2}{2+x} \Rightarrow \frac{3-x^2}{2+x}$ عبارت گویا

دوجمله ای
 $۲) \frac{\sqrt{x}-1}{x} \Rightarrow \frac{\sqrt{x}-1}{x}$ چندجمله ای نیست، زیرا متغیر زیر رادیکال است.

دوجمله ای
 $۳) \frac{x}{y} \Rightarrow \frac{x}{|y|}$ گویا نیست

یکجمله ای نیست، زیرا متغیر داخل قدرمطلق است.

بررسی سایر گزینه ها:



۲ به دست آوردن مقدار یک عبارت گویا: برای به دست آوردن مقدار یک عبارت گویا، کافی است مقادیر داده شده برای متغیرها را جای گذاری کنیم.

مثلاً مقدار عبارت $\frac{xy^2 - 2x}{x + 4}$ به ازای $x = 2$ و $y = 3$ برابر است با:

$$\frac{xy^2 - 2x}{x + 4} \xrightarrow{x=2, y=3} \frac{2 \times 3^2 - 2 \times 2}{2 + 4} = \frac{18 - 4}{6} = \frac{14}{6} = \frac{7}{3}$$

۳ تعیین مقادیری که یک عبارت گویا به ازای آن‌ها تعریف می‌شود.

برای تعیین مقادیری که به ازای آن‌ها یک عبارت گویا تعریف می‌شود، باید مقادیری از متغیر را حذف کنیم که به ازای آن‌ها مخرج کسر صفر می‌شود، به عبارت دیگر این مقادیر را نمی‌توان به جای متغیر در عبارت جبری قرار دارد و حاصل را محاسبه کرد.

مثلاً عبارت $\frac{2x-4}{yx+5}$ به ازای $x = -\frac{5}{y}$ تعریف نشده است، زیرا مخرج این عبارت به ازای $x = -\frac{5}{y}$ صفر می‌شود و کل عبارت به صورت $\frac{\text{عدد}}{0}$ خواهد شد که تعریف نشده است. بنابراین مجموعه مقادیری که این عبارت به ازای آن‌ها تعریف می‌شود، شامل تمام اعداد حقیقی به جز $-\frac{5}{y}$ است. به این مجموعه مقادیر، دامنه عبارت گویا می‌گویند. پس در این عبارت، دامنه برابر است با $\mathbb{R} - \{-\frac{5}{y}\}$ (یعنی تمام اعداد حقیقی به جز $-\frac{5}{y}$).

نکته

هنگام محاسبه دامنه یک عبارت گویا، قبل از ساده کردن آن، باید مخرج را برابر صفر قرار دهیم و مقادیری که باعث صفر شدن مخرج می‌شوند را از اعداد حقیقی کنیم.

مثال اگر عبارت گویای $\frac{x+4}{x^2+ax+b}$ به ازای x مساوی -3 و 5 تعریف نشده باشد، حاصل ab کدام گزینه است؟

(نمونه دولتی - مازندران - ۱۴۰۲ - ۱۴۰۱)

(۴) -17

(۳) -30

(۲) 30

(۱) 17

پاسخ گزینه (۲)

چون عبارت داده شده به ازای -3 و 5 تعریف نشده است، یعنی مخرج به ازای $x = -3$ و $x = 5$ برابر با صفر می‌شود. بنابراین:

$$x^2 + ax + b \begin{cases} \xrightarrow{x=-3} (-3)^2 + a(-3) + b = 0 \Rightarrow 9 - 3a + b = 0 \\ \xrightarrow{x=5} (5)^2 + a(5) + b = 0 \Rightarrow 25 + 5a + b = 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \times (-) \rightarrow \begin{cases} -3a + b = -9 \\ 5a + b = -25 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3a - b = 9 \\ 5a + b = -25 \end{cases} \xrightarrow{+} 8a = -16 \Rightarrow a = -2 \xrightarrow{-3a+b=-9} b = -15 \Rightarrow ab = (-2)(-15) = 30 \end{aligned}$$

۴ ساده کردن عبارت‌های گویا: برای ساده کردن عبارت‌های گویا، ابتدا به کمک روش‌هایی که در فصل ۵ برای تجزیه چندجمله‌ای‌ها آموختیم، صورت و مخرج

عبارت گویا را تجزیه کرده و سپس عبارت‌های مشترک را از صورت و مخرج با هم ساده می‌کنیم. مثلاً برای ساده کردن عبارت گویای $\frac{x^2-4}{x-2}$ ابتدا به کمک اتحاد مزدوج، صورت کسر را تجزیه می‌کنیم: $\frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = x+2$ عبارت $(x-2)$ در صورت و مخرج مشترک است و می‌توانیم آن‌ها را با هم ساده کنیم، یعنی $\frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = x+2$

(نمونه دولتی - چهار مثال بختیاری - ۱۴۰۱ - ۱۴۰۰)

مثال ساده شده چند تا از عبارت‌های گویای زیر برابر -1 است؟

$$\frac{3b+4}{-3b-4}, \frac{3a-4}{4-3a}, \frac{3x+4}{3x-4}$$

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

پاسخ گزینه (۳)

در عبارت‌های گویای $\frac{3b+4}{-3b-4}$ و $\frac{3a-4}{4-3a}$ ، صورت و مخرج هر یک از عبارت‌ها قرینه هم هستند، پس اگر از منفی مخرج آن‌ها فاکتور بگیریم، صورت و مخرج‌ها مثل هم می‌شوند و می‌توان آن‌ها را با هم ساده کرد و در نهایت -1 باقی می‌ماند. اما در عبارت $\frac{3x+4}{3x-4}$ صورت و مخرج، قرینه هم نیستند، پس امکان ساده شدن ندارند.

$$\frac{3b+4}{-3b-4} = \frac{3b+4}{-(3b+4)} = -1$$

از منفی فاکتور می‌گیریم

$$\frac{3a-4}{4-3a} = \frac{3a-4}{-(3a-4)} = -1$$

از منفی فاکتور می‌گیریم

$$\frac{3x+4}{3x-4} = \frac{3x+4}{-(-3x+4)} \rightarrow \text{یکسان نیستند}$$



درس ۲: محاسبات عبارت‌های گویا

۱ ک.م.م عبارت‌های جبری: برای محاسبه ک.م.م بین عبارت‌های جبری، مانند گرفتن ک.م.م بین اعداد عمل می‌کنیم، یعنی ابتدا عبارت‌ها را تا حد ممکن تجزیه می‌کنیم، سپس عامل‌های مشترک را با بزرگ‌ترین توان ضرب در عوامل غیرمشترک می‌کنیم. مثلاً ک.م.م دو عبارت $x^2 - 2x - 3$ و $x^2 + 2x + x$ را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم.

$$\left\{ \begin{array}{l} x^2 + 2x + x = x(x^2 + 2x + 1) \xrightarrow{\text{فاکتوراز}} x(x+1)^2 \xrightarrow{\text{غیر مشترک اتحاد مربع دو جمله‌ای}} x(x+1)^2 \\ x^2 - 2x - 3 \xrightarrow{\text{جمله مشترک}} (x-3)(x+1) \xrightarrow{\text{عامل غیرمشترک عامل مشترک}} (x-3)(x+1) \end{array} \right. \Rightarrow \text{ک.م.م} = (x+1)^2 \times x \times (x-3)$$

۲ در جدول زیر، محاسبات عبارت‌های گویا را به طور خلاصه بیان کرده‌ایم:

نوع محاسبه عبارت‌های گویا	روش کار	مثال
ضرب	مانند ضرب دو عدد گویا، کافی است صورت‌ها را در هم و مخرج‌ها را نیز جداگانه در هم ضرب کنیم و در صورت امکان، عبارت‌های یکسان در صورت و مخرج را ساده کنیم.	$\frac{x^2 - 6x + 8}{x + 2} \times \frac{x^2 + 4x + 4}{2x^2 - 8}$ $= \frac{(x-2)(x-4)}{x+2} \times \frac{(x+2)^2}{2(x-2)(x+2)} = \frac{x-4}{2}$
تقسیم	مانند تقسیم دو عدد گویا، کسر اول را نوشته، تقسیم را به ضرب تبدیل کرده و کسر دوم را معکوس می‌کنیم و باقی مراحل، مانند ضرب انجام می‌شود.	$\frac{bx^2 - 2bx - 15b}{x^2 - x - 20} \div \frac{b^2x^2 - b^2x - 12b^2}{x + 4}$ $= \frac{b(x^2 - 2x - 15)}{(x-5)(x+4)} \times \frac{x+4}{b^2(x^2 - x - 12)}$ $= \frac{b(x-5)(x+3)}{(x-5)(x+4)} \times \frac{x+4}{b^2(x+3)(x-4)} = \frac{1}{b(x-4)}$
جمع و تفریق	ابتدا صورت و مخرج عبارت‌ها را تا حد ممکن تجزیه می‌کنیم و در صورت ساده شدن، صورت و مخرج‌ها را ساده می‌کنیم. سپس ک.م.م مخرج‌ها را به عنوان مخرج مشترک می‌نویسیم. حال در هر کسر، هر عاملی که در ک.م.م هست اما در مخرج آن کسر نیست را در صورت و مخرج ضرب می‌کنیم و در آخر صورت را با هم جمع یا تفریق می‌کنیم.	$\frac{1}{x^2 - 2x - 3} + \frac{2x}{x^2 + 2x + x} = \frac{1}{(x-3)(x+1)} + \frac{2x}{x(x+1)^2}$ $\times \text{ک.م.م مخرج‌ها} \frac{x+1}{(x-3)(x+1)^2} \times \frac{2(x-3)}{(x+1)^2(x-3)}$ $= \frac{x+1+2x-6}{(x-3)(x+1)^2} = \frac{3x-5}{(x-3)(x+1)^2}$
ساده کردن عبارت‌های مرکب	روش اول: ابتدا حاصل صورت و مخرج کسر را جداگانه به دست می‌آوریم، سپس آن‌ها را بر هم تقسیم می‌کنیم. روش دوم: ابتدا صورت و مخرج عبارت‌های گویا را در عبارت غیرصفری ضرب می‌کنیم، به طوری که مخرج‌های صورت و مخرج را از بین ببرد؛ سپس عبارت باقی‌مانده را ساده می‌کنیم.	روش اول: $\frac{\frac{x \times 1}{x \times x - 1} - \frac{2 \times (x-1)}{x \times (x-1)}}{\frac{(x-1) \times 3}{(x-1) \times x} - \frac{5 \times x}{x-1 \times x}} = \frac{\frac{x-2(x-1)}{x(x-1)}}{\frac{3(x-1)-5x}{x(x-1)}}$ $= \frac{x-2x+2}{3x-3-5x} = \frac{-x+2}{-2x-3} = \frac{x-2}{2x+3}$ روش دوم: صورت و مخرج را جداگانه در $x(x-1)$ ضرب می‌کنیم. $\frac{x(x-1)(\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x})}{x(x-1)(\frac{3}{x} - \frac{5}{x-1})} = \frac{x-2(x-1)}{3(x-1)-5x} = \frac{x-2}{2x+3}$



(نمونه دولتی - شهرستان های تهران - ۱۴۰۲ - ۱۴۰۱)

مثال اگر $\frac{ax^2 + ax^2}{4x^2} \times \frac{x-6}{2x^2 - 10x - 12} = \frac{1}{4}$ باشد، مقدار a برابر با چه عددی خواهد بود؟

۴ (۴)

۲ (۳)

$\frac{1}{4}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

پاسخ گزینه (۳)

از $ax^2 + ax^2$ فاکتور می گیریم

$$\frac{ax^2 + ax^2}{4x^2} \times \frac{x-6}{2x^2 - 10x - 12} = \frac{ax^2(x+1)}{4x^2} \times \frac{x-6}{2(x^2 - 5x - 6)} = \frac{a \cancel{x^2}^1 (\cancel{x+1})^1}{4 \cancel{x^2}^1} \times \frac{\cancel{x-6}^1}{2 \cancel{(x+1)}^1 \cancel{(x-6)}^1} = \frac{a}{2} \Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{1}{4} \Rightarrow a = 2$$

اتحاد جمله مشترک

(نمونه دولتی - شهرستان - ۱۴۰۱ - ۱۴۰۰)

مثال محیط مستطیلی به طول $\frac{3}{x-1}$ و عرض $\frac{x}{x+4}$ برابر کدام است؟ ($x > 1$)

$\frac{2x^2 + 4x + 24}{x^2 + 3x - 4}$ (۲)

$\frac{2x + 6}{x^2 + 3x - 4}$ (۴)

$\frac{x^2 + 2x + 4}{x^2 - 3x + 4}$ (۱)

$\frac{2x^2 + 4x + 24}{x^2 - 3x + 4}$ (۳)

پاسخ گزینه (۲)

محیط مستطیل $= 2 \left(\frac{3}{x-1} + \frac{x}{x+4} \right) = 2 \left(\frac{3(x+4) + x(x-1)}{(x-1)(x+4)} \right)$

$= 2 \left(\frac{3x + 12 + x^2 - x}{x^2 + 3x - 4} \right) = 2 \left(\frac{x^2 + 2x + 12}{x^2 + 3x - 4} \right) = \frac{2x^2 + 4x + 24}{x^2 + 3x - 4}$



درس ۳: تقسیم چندجمله‌ای‌ها

۱ برای تقسیم چندجمله‌ای‌ها، سه حالت داریم:

مثال	روش کار	تقسیم چندجمله‌ای
$\frac{2x^2y^2z}{x} = 2xy^2z$	با کمک قوانینی که تاکنون آموختیم، اعداد ثابت و متغیرهای یکسان را در صورت و مخرج با هم ساده می‌کنیم.	تقسیم یکجمله‌ای بر یکجمله‌ای
$\frac{-2xy^2 + 5zy - 6x^2z}{4x^2yz^2}$ $= -\frac{2x^1y^2z^1}{4x^2y^1z^2} + \frac{5x^0y^1z^2}{4x^2y^1z^2} - \frac{6x^2y^0z^1}{4x^2y^1z^2}$ $= -\frac{y}{2xz^2} + \frac{5}{4x^2z^2} - \frac{3x}{2yz^2}$	تک تک جملات صورت را جداگانه بر جمله مخرج تقسیم می‌کنیم.	تقسیم چندجمله‌ای بر یکجمله‌ای
مرحله ۱: $2x - 3x^2 + 1 \overline{) 1 - x}$ مرحله ۲: $\frac{-3x^2}{x} = \boxed{-3x}$ $-3x^2 + 2x + 1 \overline{) -x + 1}$ مرحله ۳: $\frac{-3x^2 + 2x + 1}{-(-3x^2 + 3x)} \quad \frac{-x + 1}{-x}$ مرحله ۴: $\frac{-3x^2 + 2x + 1}{-(-3x^2 + 3x)} \quad \frac{-x + 1}{-x}$ مرحله ۵: در این جا درجه باقی‌مانده صفر و درجه مقسوم‌علیه یک است. پس تقسیم به پایان رسید.	مرحله ۱: مقسوم و مقسوم‌علیه را بر حسب توان نزولی متغیرشان می‌نویسیم: مرحله ۲: اولین جمله مقسوم را بر اولین جمله مقسوم‌علیه تقسیم کرده و حاصل را در خارج قسمت می‌نویسیم. مرحله ۳: جمله خارج قسمت را در مقسوم‌علیه ضرب کرده و آن را از مقسوم کم می‌کنیم. مرحله ۴: اگر درجه باقی‌مانده بزرگ‌تر یا مساوی مقسوم‌علیه بود، آن را به عنوان مقسوم جدید در نظر می‌گیریم و به مرحله ۲ می‌رویم. مرحله ۵: هرگاه درجه باقی‌مانده کم‌تر از مقسوم‌علیه شود، به معنای اتمام کار است.	تقسیم چندجمله‌ای بر چندجمله‌ای

۲

نکته

اگر در تقسیم چندجمله‌ای بر چندجمله‌ای، باقی‌مانده صفر شود، می‌گوییم مقسوم بر مقسوم‌علیه بخش‌پذیر است.

۳ طبق رابطه تقسیم داریم: «باقی‌مانده + خارج قسمت × مقسوم‌علیه = مقسوم»، در مثال قبل داریم:

$$-3x^2 + 2x + 1 = (3x + 1)(-x + 1) + 0$$

درجه مقسوم

$$\downarrow$$

$$2 - 1 = 1 \rightarrow \text{درجه خارج قسمت}$$

درجه مقسوم‌علیه

۴ در تقسیم چندجمله‌ای بر چندجمله‌ای، درجه خارج قسمت برابر تفاضل درجه مقسوم و مقسوم‌علیه است. در مثال قبل داریم:



مثال

اگر عبارت $6x^3 - 18x - 5$ بر $3x^2 - 6x$ تقسیم شود، آنگاه حاصل جمع خارج قسمت و باقی مانده به ازای $x = 2$ کدام گزینه است؟

(نمونه دولتی - گیلان - ۱۴۰۲ - ۱۴۰۱)

۱۷ (۴)

۲۵ (۳)

۱۵ (۲)

۲۷ (۱)

پاسخ گزینه (۲)

$$\begin{array}{r}
 6x^3 - 18x - 5 \\
 \underline{-(6x^3 - 12x^2)} \\
 12x^2 - 18x - 5 \\
 \underline{-(12x^2 - 24x)} \\
 6x - 5
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 3x^2 - 6x \\
 \overline{) 12x^2 - 18x - 5} \\
 \underline{2x + 4} \quad \left(\frac{12x^2}{3x^2} = 4 \right) \\
 \underline{2x + 4} \\
 0
 \end{array}$$

عملیات تقسیم به پایان رسید. $\Rightarrow 2 = \text{درجه مقسوم علیه} < 1 = \text{درجه باقی مانده}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{خارج قسمت} = 2x + 4 \xrightarrow{x=2} 2(2) + 4 = 8 \\ \text{باقی مانده} = 6x - 5 \xrightarrow{x=2} 6(2) - 5 = 7 \end{cases} \xrightarrow{+} 8 + 7 = 15$$

۵

نکته

برای به دست آوردن باقی مانده دو چندجمله‌ای بدون انجام عمل تقسیم، کافی است مقداری که باعث صفر شدن مقسوم علیه می شود را در مقسوم به جای متغیر قرار دهیم.

۶

نتیجه: اگر چندجمله‌ای A بر چند جمله‌ای B بخش پذیر باشد، مقداری که باعث صفر شدن مقسوم علیه می شود، باعث صفر شدن مقسوم نیز می شود.

مثال

اگر باقی مانده تقسیم $2x^2 - 5x + a$ بر $x - 2$ برابر ۳ باشد، مقدار a کدام است؟

(نمونه دولتی - هماهنگ کشوری - ۱۴۰۳ - ۱۴۰۲)

-۴ (۴)

-۵ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

پاسخ گزینه (۲)

طبق نکته گفته شده ابتدا عددی که باعث صفر شدن $x - 2$ می شود را پیدا می کنیم و آن را در $2x^2 - 5x + a$ جای گذاری می کنیم و برابر ۳ قرار می دهیم:

$$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

$$2x^2 - 5x + a \xrightarrow{x=2} 2(2)^2 - 5(2) + a = 3 \Rightarrow 8 - 10 + a = 3 \Rightarrow a = 5$$



ریاضی دهم

دنباله حسابی و هندسی

۱ روابط اصلی دنباله‌های حسابی و هندسی:

حسابی	جمله عمومی
$a_n = a_1 + (n-1)d$	رابطه بازگشتی
$a_{n+1} = a_n + d$	رابطه اندیس‌ها
$n + m = p + t \Rightarrow a_n + a_m = a_p + a_t$	سه جمله متوالی (x, y, z)
$y = \frac{x+z}{2}$ به y واسطه حسابی x و z می‌گویند.	درج k واسطه بین a و b
$d = \frac{b-a}{k+1}$	تعدادی فرد جمله متوالی
$a_1 + a_2 + a_3 = 3a_2$ — مثال — وسطی $\times$ تعداد = مجموع	مجموع n جمله اول
$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$ یا $S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$	

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

۲ مجموع اعداد طبیعی از ۱ تا n :

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

۳ مجموع مربع اعداد طبیعی از ۱ تا n :

$$a_n = S_n - S_{n-1} \xrightarrow{\text{مثال}} a_n = S_n - S_{n-1}$$

۴ محاسبه a_n از روی S_n :

۵ اتحادهایی که از S_n دنباله هندسی نتیجه می‌شوند:

بخش‌پذیری $x^n \pm a^n$ بر $x \pm a$	اتحاد
$x^n - a^n$ بر $x - a$ بخش‌پذیر است.	$x^n - a^n = (x - a)(x^{n-1} + ax^{n-2} + a^2x^{n-3} + \dots + a^{n-2}x + a^{n-1})$
$x^n + a^n$ بر $x + a$ بخش‌پذیر نیست.	$x^n - a^n = (x + a)(x^{n-1} - ax^{n-2} + a^2x^{n-3} - \dots + a^{n-2}x - a^{n-1})$
$x^n - a^n$ بر $x - a$ بخش‌پذیر است.	—
$x^n + a^n$ بر $x + a$ بخش‌پذیر نیست.	$x^n - a^n = (x - a)(x^{n-1} + ax^{n-2} + a^2x^{n-3} + \dots + a^{n-2}x + a^{n-1})$
$x^n - a^n$ بر $x - a$ بخش‌پذیر است.	—
$x^n + a^n$ بر $x + a$ بخش‌پذیر نیست.	$x^n + a^n = (x + a)(x^{n-1} - ax^{n-2} + a^2x^{n-3} - \dots - a^{n-2}x + a^{n-1})$
$x^n + a^n$ بر $x - a$ بخش‌پذیر نیست.	—