

مرورنامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۰۵



مرحله دهم

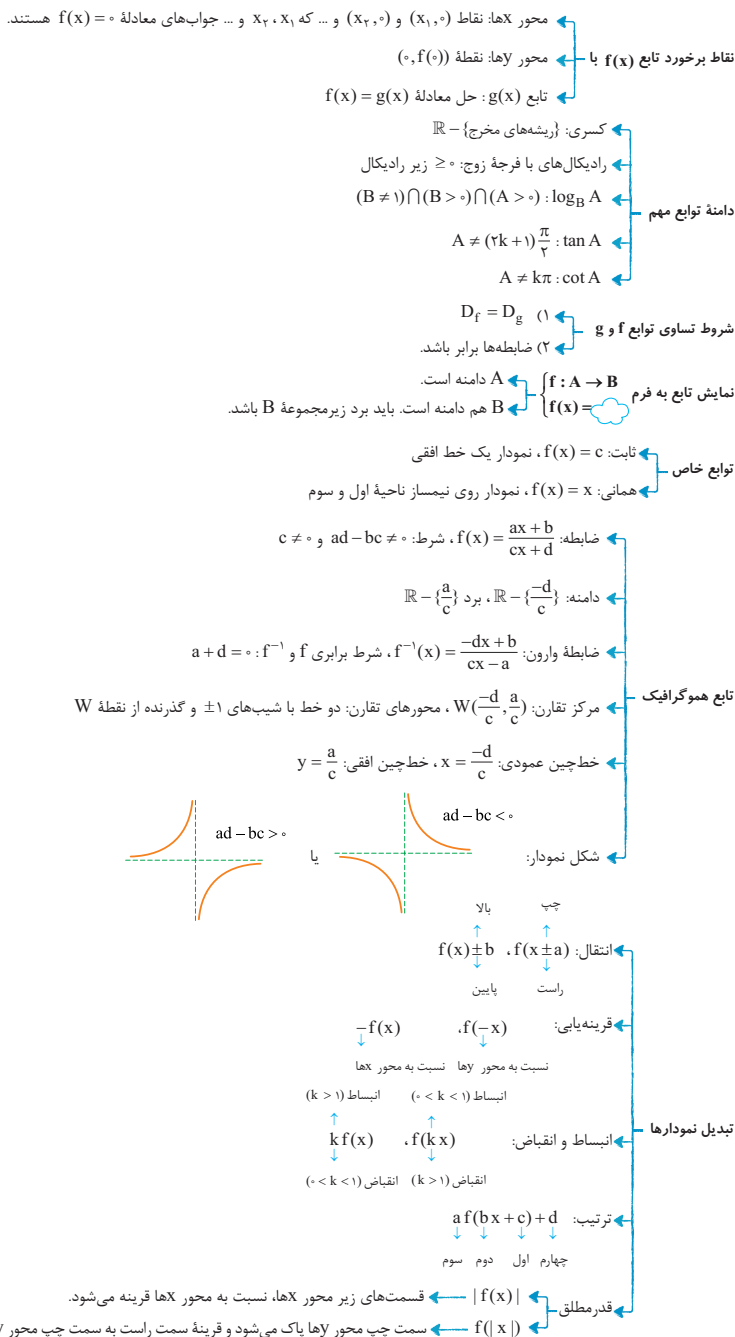
پایه دوازدهم

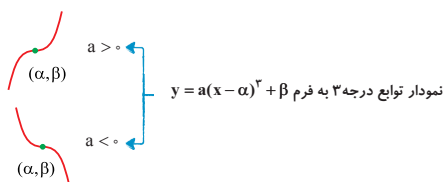
نام درس	مباحث	مؤلف	ویراستار	از صفحه	تا صفحه
حسابان و ریاضیات پایه	حسابان دوازدهم فصل ۱ تا ۳ صفحه ۱ تا ۷۰	علی شهبازی	محمدامین لطفی امیررضا رحیمی سینا نیک‌نژاد	۲	۸
هندسه	هندسه دوازدهم فصل ۱ و ۲ (درس ۱ و ۲) صفحه ۹ تا ۴۶	علیرضا نصراللهی	بردیا نصیری شقایق راهبریان احمدرضا رسولی	۸	۹
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	ریاضیات گسسته دوازدهم فصل ۱ و ۲ (درس ۱) صفحه ۱ تا ۴۲	احمدرضا رسولی مصطفی دیداری	محسن فراهانی پیام ابراهیم‌نژاد	۹	۱۳
فیزیک	فیزیک دوازدهم فصل ۱ و ۲ صفحه ۱ تا ۶۰	نوید شاهی	علی حسن‌زاده نرجس تیمناک	۱۳	۱۵
شیمی	شیمی دوازدهم فصل ۱ و ۲ صفحه ۱ تا ۶۶	سروش عبادی	مهدی سلطانی مهدی محمدی معصومه سعیدی	۱۵	۲۲

ویژه کنکوری‌های ۱۴۰۵



تابع





$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\}$ $D_{f \times g} = D_f \cap D_g$ دامنه‌ها:

برد: (۱) دامنه را حساب می‌کنیم. (۲) ضابطه را به دست می‌آوریم. (۳) برد ضابطه را در دامنه‌اش حساب می‌کنیم.

← محاسبه $(f \circ g)(a)$: دو مرحله دارد؛ اول $g(a)$ ، بعد $f(g(a))$

ترکیب توابع ← دامنه: $D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid (g(x) \in D_f)\}$

برد: (۱) برد تابع g (داخلی) را حساب می‌کنیم (می‌شود بازه I). (۲) برد تابع f با دامنه I را حساب می‌کنیم.

$$D_{f \circ f^{-1}} = D_{f^{-1}} = R_f, \quad (f \circ f^{-1})(x) = x \quad \leftarrow$$

$D_{f^{-1} \circ f} = D_f$ و $(f^{-1} \circ f)(x) = x$ ← ترکیب f^{-1} و f

$f \circ f^{-1} = f^{-1} \circ f$ if f is a bijection. $D_c = R_c$ if f is a bijection. $\leftarrow$

(a > i) صعودی اکید (ab > o) صعودی اکید (a > o) صعودی اکید (m > o) صعودی اکید

$\log x$ e^x $a\sqrt{bx+c}+d$ $a(x-c)^r+b$ $mx+b$ $1 \leq k \leq n$

Ca^{+2}

($0 < a < 1$) نرولی ($ab < 0$) اکید ($a < 0$) نرولی اکید ($III < 0$) نرولی اکید

غیر یکنواها و نقطه مرزی بازه‌های یکنواپی: سهمی، $|ax+b|$ ، $|x-a|+|x-b|$ و $\frac{ax+b}{cx+d}$

$$f(a) = b \Leftrightarrow f^{-1}(b) = a \quad \text{و} \quad (b, a) \in f^{-1} \Leftrightarrow (a, b) \in f$$

$$D_f = R_{f^{-1}} \text{ , } D_{f^{-1}} = R_f \leftarrow$$

نکات تابع وارون ← نمودار f و f^{-1} نسبت به خط $y = x$ قرینه‌اند.

← شرط وارون پذیری، یک به یک بودن است.

برای محاسبه $f^{-1}(k)$ ، می‌توانیم معادله $f(x) = k$ را حل می‌کنیم.

← محاسبه ضابطه: (۱) X را تنها می‌کنیم. (۲) جای X و Y را عوض می‌کنیم.

$\frac{ax+b}{cx+d}$ ، $a(x-\alpha)^r + \beta$ ، سهمی با دامنه یک طرف رأس ، $\frac{1}{a}x - \frac{b}{a}$
 $\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$
 $\frac{-d+x+b}{cx-a}$ اتحادهای $(x \pm \alpha)^r$ اول باید مربع کامل کنیم. $\frac{1}{a}x - \frac{b}{a}$
 $\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$
 $\frac{-d+x+b}{cx-a}$ اتحادهای $(x \pm \alpha)^r$ اول باید مربع کامل کنیم. $\frac{1}{a}x - \frac{b}{a}$

➡ روش ضابطه‌ای: ضابطه f^{-1} را به دست می‌آوریم و بعدش معادله $f(x) = f^{-1}(x)$ را حل می‌کنیم.

نقطه (یا نقاط) برخورد f و f^{-1} ← روش نموداری: نمودار f را نسبت به $y = x$ قرینه می‌کنیم تا نمودار f^{-1} به دست آید. تعداد نقاط برخوردشان معلوم می‌شود.

ب. خود، $y = x$: اگر f صعودی، اکید باشد، جواب‌های $f(x) = x$ ، طول، نقاط b خود، f^{-1} است.

← رسم نمودار

← ساختن y به کمک نامساوی‌ها: $0 \leq u - [u] < 1, -1 \leq \frac{\sin u}{\cos u} \leq 1, \sqrt{ax+b} \geq 0, |ax+b| \geq 0, (ax+b)^2 \geq 0$.

← استفاده از f یکنوا: اگر f صعودی اکید و پیوسته با دامنه $[a, b]$ باشد، آن‌گاه: $\mathbb{R}_f = [f(a), f(b)]$

$$\sqrt{R^T - x^T} \cdot |x - a| - |x - b|, |x - a| + |x - b|, \quad a < b, \quad x \in [a, b].$$

$$\begin{array}{ccccccc} \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ [s, R] & & [-|a-b|, |a-b|] & & [|a-b|, +\infty) & & a > s: \left[\frac{-\Delta}{\mathfrak{f}_a}, +\infty\right) \\ & & & & & & a < s: \left(-\infty, \frac{-\Delta}{\mathfrak{f}_a}\right] \end{array}$$

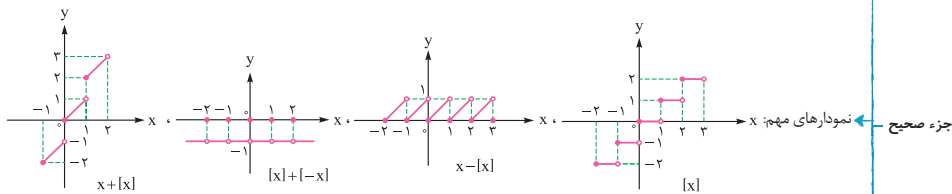


مرورنامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

حسابان

$$[u] + [-u] = \begin{cases} u & u \in \mathbb{Z} \\ -1 & u \notin \mathbb{Z} \end{cases}, 0 \leq u - [u] < 1, [u \pm k] = [u] \pm k, [u] = k \Rightarrow k \leq u < k+1$$

ویژگی‌ها:



برای رسم تابع $y = a[bx]$ ، طول بازه‌ها را $\frac{1}{|b|}$ انتخاب می‌کنیم.

تقسیم

$$\begin{cases} 1) f(x) = A(x) \cdot Q(x) + R(x) \\ 2) R < \text{درجه } A \end{cases} \xleftarrow{\text{روابط}} \begin{matrix} f(x) & | & A(x) \\ \vdots & & Q(x) \\ R(x) & & \end{matrix}$$

$$f\left(\frac{-b}{a}\right) \leftarrow \text{باقی‌مانده } f(x) \text{ بر } ax + b$$

$$f(1) \leftarrow \text{مجموع ضرایب } f(x)$$

$$\pm 1, \pm 2, \pm 3$$

حل معادله درجه ۳ به فرم $f(x) = 0$ (۱) یک مقدار $x = a$ پیدا کنید که $f(a) = 0$ یا بر $x - a$ تقسیم می‌کنیم.

$$f(x) \leftarrow f(x) \text{ بر } (x-a)(x-b) \text{ بخش‌پذیر باشد.} \quad f(a) = f(b) = 0$$

$$f(x) \leftarrow f(x) \text{ بر } (x-a)^2 \text{ بخش‌پذیر باشد.} \quad f(x) = f'(a) = 0$$

$$\begin{cases} x^n - a^n = (x-a)(x^{n-1} + ax^{n-2} + a^2x^{n-3} + \dots + a^{n-2}x + a^{n-1}) \\ x^n - a^n = (x+a)(x^{n-1} - ax^{n-2} + a^2x^{n-3} - \dots + a^{n-2}x - a^{n-1}) \end{cases} \xleftarrow{\text{زوج } n}$$

$$\begin{cases} x^n - a^n = (x-a)(x^{n-1} + ax^{n-2} + a^2x^{n-3} + \dots + a^{n-2}x + a^{n-1}) \\ x^n + a^n = (x+a)(x^{n-1} - ax^{n-2} + a^2x^{n-3} - \dots - a^{n-2}x + a^{n-1}) \end{cases} \xleftarrow{\text{فرد } n}$$

مثلثات

$$\text{نسبت‌ها در مثلث قائم‌الزاویه: } \sin = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}}, \cos = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}}, \tan = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}}, \cot = \frac{\text{مجاور}}{\text{مقابل}}$$

$$S_{\bigcirc} = \pi \times \frac{\sqrt{r}}{4} a^2, S_{\square} = ab \sin \alpha, S_{\Delta} = \frac{1}{2} ab \sin \alpha$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A} \text{ و } \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \quad \text{روابط سینوس‌ها و کسینوس‌ها:}$$

$$m = \tan \alpha \quad (\alpha \text{ زاویه‌ای که خط با جهت مثبت محور } x \text{ می‌سازد.})$$

$$\begin{aligned} & \text{محور } x \text{ها} \leftarrow \text{محور } \cos, \text{محور } y \text{ها} \leftarrow \text{محور } \sin \\ & \text{علامت } \sin \text{ در ربع‌ها} \leftarrow \text{علامت } \cos \quad \text{دایره مثلثاتی} \\ & \text{مختصات هر نقطه: } (\cos \alpha, \sin \alpha) \end{aligned}$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\tan x \cot x = 1, \cot x = \frac{\cos x}{\sin x}, \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}, 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\sin^6 x + \cos^6 x = 1 - 3 \sin^2 x \cos^2 x, \sin^4 x + \cos^4 x = 1 - 2 \sin^2 x \cos^2 x$$

$$\tan x + \cot x = \frac{1}{\sin x \cos x}$$

هر وقت تساوی به شکل $\sin x \pm \cos x = k$ دیدید، طرفین را به توان ۲ برسانید.



مرورنامه آزمون آزمایشی خیل سبز

حسابان

$$\frac{R}{\pi} = \frac{D}{180^\circ}$$

$$1 \text{ rad} = 57.3^\circ$$

$$l = r\theta \text{ طول کمان}$$

$$S = \frac{1}{2}r^2\theta, P = r\theta + 2r \text{ قطاع}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{مولد مخروط} = \text{شعاع قطاع} \\ \text{محیط قاعده مخروط} = \text{طول کمان قطاع} \end{array} \right\} \text{ روابط}$$

$$\left| \frac{11}{4}m - 20h \right| \text{ زاویه بین عقربه ساعت شمار و دقیقه شمار}$$

$$\text{متمم} \leftarrow \sin \text{ یکی با } \cos \text{ دیگری و } \tan \text{ یکی با } \cot \text{ دیگری برابر است.}$$

$$\text{مکمل} \leftarrow \sin \text{ها برابر و } \cos \text{ها نسبت دیگرشان قرینه هم است.}$$

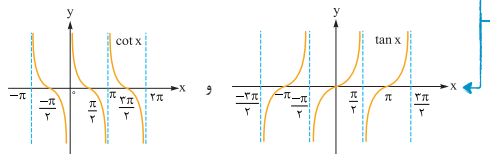
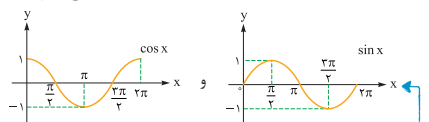
$$\text{قرینه} \leftarrow \cos \text{ها برابر و } \sin \text{ها نسبت دیگرشان قرینه هم است.}$$

$$\text{هم پایان} \leftarrow \text{مثل } \alpha \text{ و } 2k\pi + \alpha \text{ که همه نسبت هایشان با هم برابر است.}$$

(۱) اگر کمان از 2π بیشتر بود، مجاز هستیم مضارب 2π را از آن کم کنیم تا به زاویه‌ای در محدوده صفر تا 2π برسیم.

ساده کردن نسبت‌های مثلثاتی $\frac{k\pi}{4} \pm \alpha$ (۲) اگر π یا 2π داشتیم، نسبت مثلثاتی عوض نمی‌شود، ولی اگر $\frac{\pi}{2}$ یا $\frac{3\pi}{2}$ داشتیم، $\sin$ به $\cos$ (و بالعکس) و $\tan$ به $\cot$ (و بالعکس) تبدیل می‌شود.

(۳) اگر α را زاویه‌ای در ربع اول (مثلاً 10°) در نظر می‌گیریم و با توجه به آن، محدوده زاویه $\frac{k\pi}{4} \pm \alpha$ را مشخص و علامت نسبت را تعیین می‌کنیم.



$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

$$\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \tan \beta}$$

$$\sin 3\alpha = 3\sin \alpha - 4\sin^3 \alpha \text{ و } \sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 3\alpha = 4\cos^3 \alpha - 3\cos \alpha \text{ و } \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2\sin^2 \alpha$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2\tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

$$1 - \cos \frac{\alpha}{2} = 2\sin^2 \frac{\alpha}{4} \text{ و } 1 + \cos \frac{\alpha}{2} = 2\cos^2 \frac{\alpha}{4} \text{ طلایی}$$

$$\sin \alpha \pm \cos \alpha = \sqrt{2} \sin\left(x \pm \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\tan \alpha + \tan \beta = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \alpha \cos \beta}, \cot \alpha - \tan \alpha = 2\cot 2\alpha \text{ و } \tan \alpha + \cot \alpha = \frac{2}{\sin 2\alpha}$$

$$\frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} = \cot \frac{\alpha}{2} \text{ و } \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \tan \frac{\alpha}{2}$$

$$\frac{1 + \tan \alpha}{1 - \tan \alpha} = \tan\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) \text{ و } \frac{1 - \tan \alpha}{1 + \tan \alpha} = \tan\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$$

$$\cos \alpha = \frac{1 - \tan^2 \frac{\alpha}{2}}{1 + \tan^2 \frac{\alpha}{2}} \text{ و } \sin \alpha = \frac{2 \tan \frac{\alpha}{2}}{1 + \tan^2 \frac{\alpha}{2}} \text{ برحسب تانژانت نصف کمان}$$



مرورنامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

حسابان

دوره تناوب ← توان فرد $\sin$ و $\cos$ و توان زوج $\sin$ و $\cos$ ، قدرمطلق $\sin$ و $\cos$ ، توان فرد و زوج و قدرمطلق $\tan$ و $\cot$

ضرب $\frac{\pi}{2}$ در x

ضرب $\frac{\pi}{2}$ در x

$$ax - [ax] \text{ و } [ax] + [-ax]$$

$|a|$

$$\left. \begin{array}{l} \max = |a| + c \\ \min = -|a| + c \end{array} \right\} \begin{array}{l} a \sin(bx) + c \\ a \cos(bx) + c \end{array}$$

$$\sin u = \sin A \Rightarrow \begin{cases} u = \pi k + A \\ u = \pi k + \pi - A \end{cases}$$

$$\cos u = \cos A \Rightarrow u = \pi k \pm A$$

$$\tan u = \tan A \Rightarrow u = \pi k + A$$

معادله مثلثاتی

$$\sin \text{ خاص } \begin{cases} \sin u = 0 \Rightarrow u = k\pi \\ \sin u = 1 \Rightarrow u = \pi k + \frac{\pi}{2} \\ \sin u = -1 \Rightarrow u = \pi k - \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$\cos \text{ خاص } \begin{cases} \cos u = 0 \Rightarrow u = \pi k + \frac{\pi}{2} \\ \cos u = 1 \Rightarrow u = \pi k \\ \cos u = -1 \Rightarrow u = \pi k + \pi \end{cases}$$



همسایگی برای $x = 3$ ← (۱) راست، (۲) چپ، (۳) همسایگی، (۴) محذوف
(۲،۵) - (۱،۳) (۳،۴) (۲،۵) - (۱،۳)
۳ عضوها

شروط حد داشتن f در $x = a$ در یک همسایگی محذوف a تعریف شود. (۲) حد راست = حد چپ
مقدمات حد ← اگر $x \rightarrow 0^+$ ، آن گاه $x^+ \rightarrow 0^+$ و $x^- \rightarrow 0^+$
اگر $x \rightarrow a^+$ ، آن گاه $x - (-a)^- \rightarrow a^+$
اگر $x \rightarrow 1^-$ ، آن گاه $1 - \sin x \rightarrow 0^+$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow a} |f(x)| &= |L| \\ \lim_{x \rightarrow L} f^{-1}(x) &= a \\ \text{اگر } \lim_{x \rightarrow a} f(x) = L, \text{ آن گاه } &\begin{cases} \lim_{x \rightarrow a} [f(x)] = [L] \text{ و } L \in \mathbb{Z} \\ \lim_{x \rightarrow a} [f(x)] = L \text{ یا } L^- \text{ یا } L^+ \text{ و } L \notin \mathbb{Z} \end{cases} \\ \lim_{x \rightarrow a} g(f(x)) &= g(L) \end{aligned}$$

توابعی که حدشان با مقدارشان برابر است (در دامنه): $\log_a x$ ، a^x ، $\cot x$ ، $\tan x$ ، $\cos x$ ، $\sin x$ ، $\sqrt[n]{x}$ ، چندجمله‌ای
توابعی که باید حد چپ و راست را جداگانه حساب کنیم: چندضابطه‌ای، برکتی، قدرمطلق در حالت $\pm$
محاسبه حد از روی ضابطه
حد تابع به فرم $\begin{cases} g(x) & x \in \mathbb{Z} \\ h(x) & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$ در هر نقطه‌ای از روی ضابطه مربوط به $x \notin \mathbb{Z}$ به دست می‌آید.
حد تابع به فرم $[-(\text{cloud})] + [(\text{cloud})]$ در هر نقطه‌ای برابر ۱- است.

مهم است که عامل L^+ شده یا L^- ، هر کدام بود، از آن برکت می‌گیریم.
فرق $\lim_{x \rightarrow a} |f|$ و $|\lim_{x \rightarrow a} f|$ (می‌دانیم $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$)
خود L مهم است (کاری نداریم L^+ است یا L^-)، حاصل حد $[L]$ می‌شود.

← حد ندارد = حد ندارد $\pm$ حد دارد
 ← حد ندارد = حد ندارد $\times$ حد دارد
 (L $\neq +$)
 ← حد دارد = حد ندارد $\times$ حد ندارد
 (L = +)
 چپ و راست
 عدد باشن
 ← نامعلوم = حد ندارد $\frac{+}{\times}$ حد ندارد

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$
 ← می‌شه به جاشون از Hop استفاده کرد

با تجزیه
 با گویا کردن (مزدوج - چاق و لاغر)
 به کمک اتحادهای مثلثاتی

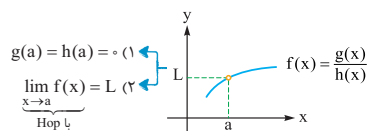
رفع ابهام صفر
 صفر

به کمک هم‌ارزی (اگر $y \rightarrow 0$ ، $\sin u \sim u$ ، $\tan u \sim u$ ، $\cos^n u \sim 1 - \frac{1}{2}u^2$)

$$(\pm u)^n \sim \pm nu, \tan u \sim u, \cos^n u = 1 - \frac{nu^2}{2}$$

فرمول‌های مشتق برای هوییتال

$$\begin{aligned}
 u^n &\xrightarrow{\quad} nu^{n-1} \cdot u' \\
 \frac{1}{u} &\xrightarrow{\quad} \frac{-u'}{u^2} \cdot \sqrt[r]{u} \xrightarrow{\quad} \frac{u'}{r\sqrt[r]{u^{r+1}}} \cdot \sqrt[r]{u} \xrightarrow{\quad} \frac{u'}{r\sqrt[r]{u}} \\
 \cos u &\xrightarrow{\quad} -u' \sin u, \sin u \xrightarrow{\quad} u' \cos u \\
 \cot u &\xrightarrow{\quad} -u'(1 + \cot^2 u), \tan u \xrightarrow{\quad} u'(1 + \tan^2 u) \\
 \frac{au+b}{cu+d} &\xrightarrow{\quad} \frac{ad-bc}{(cu+d)^2} \times u'
 \end{aligned}$$



$$\frac{\text{عدد منفي}}{0^-} = +\infty, \frac{\text{عدد مثبت}}{0^-} = -\infty, \frac{\text{عدد منفي}}{0^+} = -\infty, \frac{\text{عدد مثبت}}{0^+} = +\infty \quad (1)$$

$$\underbrace{\frac{0}{\infty}, \frac{\infty}{\infty}, 0 \cdot \infty, -\infty, -\infty}_{\text{مجهول}}, \frac{\text{عدد}}{\infty} = \text{عدد غير صفر}, \text{صفر حدى} \times \infty = \infty, \pm \infty \pm \text{عدد} = \pm \infty \quad (2)$$

حد بی نهایت

اگر (۳) $\lim_{x \rightarrow k} \frac{\text{☁}}{ax^r + bx + c} = \infty$ باشد، باید مخرج به شکل $a(x-k)^r$ باشد.

❖ اگر شکل تابع $f(x) = \frac{\text{cloud}}{ax^2 + bx + c}$ در اطراف $x = k$ به صورت ∞ یا $-\infty$ باشد، آن‌گاه مخرج $a(x-k)^2$ بوده است.

فقط جملہ پرتوان: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (ax^n + bx^{n-1} + cx^{n-2} + \dots) = \lim_{x \rightarrow +\infty} ax^n$

$$\sqrt[n]{ax^n + bx^{n-1} + \dots} = \begin{cases} \sqrt[n]{a} \left(x + \frac{b}{na} \right) & \text{فرد } n \\ \sqrt[n]{a} \left| x + \frac{b}{na} \right| & \text{زوج } n \end{cases} \quad \leftarrow \text{هم‌ارزی رادیکالی در } \pm \infty$$

حد در پی نهایت

چندجملای
چندجملای

درجه صورت < درجه مخرج $\rightarrow +\infty$ یا $-\infty$

درجه صورت = درجه مخرج $\rightarrow$ عدد غیر صفر

درجه صورت > درجه مخرج $\rightarrow$ صفر

نمایی $\left\{ \begin{array}{l} \text{در } +\infty, \text{ هم‌ارز بزرگ‌ترین پایه} \\ \text{در } -\infty, \text{ هم‌ارز کوچک‌ترین پایه} \end{array} \right.$

$\log_a^+ = +\infty$ و $\log_a^- = -\infty$ ← لگاریتم



هندسه

پایه دوازدهم

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \pm \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \pm e & b \pm f \\ c \pm g & d \pm h \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ae+bg & af+bh \\ ce+dg & cf+dh \end{bmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow A^* = (a+d)A - (|A|) I$$

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = (a_1b_2c_3 + b_1c_2a_3 + c_1a_3b_2) - (c_1b_2a_3 + a_1c_3b_2 + b_1a_3c_2)$$

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = a_1 \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} - b_1 \begin{vmatrix} a_2 & c_2 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix} + c_1 \begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix}$$

جمع و تفریق:

ضرب:

ماتریس مربعی 2×2 :

دترمینان:

رابطه کیلی - همیلتون:

(۱) ساروس:

دترمینان ماتریس 3×3 :

(۲) بسط دادن:

ماتریس



$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{|A|} \times \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

وارون ماتریس 2×2 :

$$\begin{aligned} \frac{a}{a'} &\neq \frac{b}{b'} \rightarrow \text{یک جواب} \\ \frac{a}{a'} &= \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'} \rightarrow \text{صفر جواب} \\ \frac{a}{a'} &= \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} \rightarrow \text{بی شمار جواب} \end{aligned}$$

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ a' & b' \end{bmatrix} \quad \begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y' = c' \end{cases} \Rightarrow X = A^{-1}B$$

$$B = \begin{bmatrix} c \\ c' \end{bmatrix}$$

دستگاه

۲ معادله - ۲ مجهولی:

$$\text{معادله استاندارد: } (x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = R^2 \quad \leftarrow \text{دایره‌ای به مرکز } O(\alpha, \beta) \text{ و شعاع } R$$

مقاطع مخروطی $\leftarrow$ دایره

$$\text{معادله گسترده: } x^2 + y^2 + ax + by + c = 0 \quad \leftarrow \text{دایره‌ای به مرکز } O\left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right)$$

$$R = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 - 4c} \quad \text{و شعاع}$$

$$\begin{aligned} F(A) > 0 &\Rightarrow \text{بیرون دایره} \\ F(A) = 0 &\Rightarrow \text{روی محیط} \\ F(A) < 0 &\Rightarrow \text{داخل دایره} \end{aligned}$$

وضعیت نقطه و دایره

$$\begin{aligned} OH > R &\Rightarrow \text{خط بیرون دایره} \\ OH = R &\Rightarrow \text{خط مماس دایره} \\ OH < R &\Rightarrow \text{خط و دایره متقاطع} \end{aligned}$$

وضعیت خط و دایره

$$\begin{aligned} d > R + r &\Rightarrow \text{متقاطع} & |R - r| < d < R + r &\Rightarrow \text{مماس داخل} \\ d = R + r &\Rightarrow \text{مماس خارج} & d = |R - r| &\Rightarrow \text{مماس داخل} \end{aligned}$$

وضعیت دو دایره:

ریاضیات گسسته و آمار و احتمال

پایه دوازدهم

نظریه اعداد

نوع اثبات	روش کار	کاربرد
مستقیم	از درستی فرض، به درستی حکم می‌رسیم.	از زوج یا فرد بودن اعداد به درستی حکم می‌رسیم.
در نظر گرفتن همه حالت‌ها	n را حالت‌بندی می‌کنیم (مثلاً زوج و فرد) و در هر کدام به درستی حکم می‌رسیم.	برای هر n می‌خواهیم حکمی را ثابت کنیم.
برهان خلف	خلاف حکم را به تناقض می‌رسانیم.	اثبات گنگ بودن اعداد - هر جا که اثبات مستقیم دشوار باشد.
بازگشتی	حکم را با اعمال دوطرفه به یک رابطه همواره درست می‌رسانیم.	نامساوی‌ها

روش‌های استدلال

گزاره

نادرست $\leftarrow$ مثال نقض

اثبات مستقیم

اثبات با در نظر گرفتن همه حالت‌ها

اثبات غیرمستقیم

اثبات بازگشتی

ضرب	جمع و تفريق (نوع اثبات)	گويا
گويا (اثبات مستقيم)	گويا (اثبات مستقيم)	هر دو گويا
(اگر عدد گويا صفر باشد، صفر ولي ضرب گوياي ناصفر در گنگ، گنگ است.)	گنگ (برهان خلف)	يكي گويا و يكي گنگ
ممکن است گنگ يا گويا	ممکن است گنگ يا گويا	هر دو گنگ



بخش پذیری در اعداد صحیح

ب.م.م و ک.م.م

$$a, b \text{ ب.م.م} = [a, b]$$

$$a, b \text{ ک.م.م} = (a, b)$$

۱) حاصل ضرب عوامل اول مشترک با توان کمتر $(a, b) =$

$$۲) a \mid b \begin{cases} (a, b) = |a| \\ [a, b] = |b| \end{cases}$$

۳) حاصل ضرب عوامل اول مشترک با توان بیشتر در غیرمشتقها $[a, b] =$

$$(ka, kb) = |k| \times (a, b)$$

$$۴) [ka, kb] = |k| \times [a, b] \quad \text{ویژگی فاکتورگیری}$$

$$(a, b) = 1 \Rightarrow [a, b] = |ab|$$

$$۵) [a, b] = \frac{|ab|}{(a, b)} = \frac{\text{ضرب}}{\text{ب.م.م}}$$

ارتباط ب.م.م و ک.م.م:

$$۶) d = (an + b, a'n + b') \Rightarrow d \mid \begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix} = ab' - ba'$$

(دترمینان ضرایب)

عادکردن

$$a \mid b \Leftrightarrow aq = b$$

$$a \mid b \Rightarrow ma \mid mb$$

$$a \mid b \Rightarrow a \mid mb$$

$$a \mid b \Rightarrow a^n \mid b^n$$

$$a \mid b \Rightarrow a \mid b^n$$

$$\pm a \mid \pm a$$

$$\pm 1 \mid \pm a$$

$$a \mid 0$$

$$0 \mid a \Rightarrow a = 0$$

$$\begin{cases} a \mid b \\ a \mid c \end{cases} \Rightarrow a \mid b \pm c$$

اعداد اول

۱) اگر $a \mid b$ ، آن گاه a مقسوم علیه b (ب یا a بخش پذیر) و b مضرب a است.

۲) اگر $a \neq \pm 1, 0$ ، رابطه $a^m \mid a^n$ فقط وقتی برقرار است که $m \leq n$.

۳) اگر $n = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots$ تجزیه شود، داریم: $n \mid b \Rightarrow p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots \mid b$ (الف)

همه عواملهای $p_1^{\alpha_1}, p_2^{\alpha_2}, \dots$ باید در b وجود داشته باشند.

$$\text{ب) } a \mid n \Rightarrow a \mid p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots$$

a فقط عواملهای $p_1, p_2, \dots$ و ... با توان کمتر یا مساوی از توان آن در سمت راست می تواند داشته باشد.

$$\text{پ) } \phi(n) = (\alpha_1 + 1)(\alpha_2 + 1) \dots \text{ تعداد مقسوم علیه های مثبت } n$$

قضیه تقسیم

$$\begin{array}{l} a \mid b \\ \frac{a}{r} \mid \frac{b}{r} \end{array} \quad \begin{array}{l} a = bq + r \\ 0 \leq r < b \end{array}$$

۱) مربع هر عدد فرد $4k + 1 =$ ۲) p (اول بزرگتر از ۳) $4k + 1 = 6k + 5$ یا $6k + 1 =$

هم نهشتی

$$a \equiv b \Leftrightarrow m \mid a - b \Leftrightarrow a \in [b]_m$$

به دست آوردن باقی مانده اعداد توان دار

۱) اگر a عددی بزرگ باشد، هم نهشت آن به پیمانه m که کوچکتر از آن است (منفی یا مثبت مهم نیست) را قرار می دهیم.

۲) توانی از a پیدا می کنیم که هم نهشت ۱ یا -1 به پیمانه m باشد، (اگر نشد سعی می کنیم توانی از a که هم نهشت عدد کوچکی به پیمانه m باشد، پیدا کنیم).

۳) با توان رساندن دو طرف و ضرب دو طرف در اعداد مناسب a^n را می سازیم.

قضیه فرما: اگر p اول باشد. $a \not\equiv 0 \pmod{p}$ ، آن گاه $a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$.

اگر پیمانه اول باشد، با قضیه فرما هم می توانیم رابطه هم نهشتی اولیه بنویسیم.

تغییر پیمانه در هم نهشتی

۱) اگر دو عدد به پیمانه m هم نهشت باشند، به پیمانه مقسوم علیه های m نیز هم نهشت هستند.

۲) اگر دو عدد به پیمانه m و n هم نهشت باشند، به پیمانه ک.م.م n و m نیز هم نهشت هستند.

ویژگی ها

$$a + c \equiv b + c \pmod{m}$$

$$ca \equiv cb \pmod{m}$$

$$a^n \equiv b^n \pmod{m}$$

$$a \equiv b \pm mk \pmod{m}$$

$$\text{اگر } m \mid n, \text{ آن گاه } a \equiv b \pmod{m}$$



مرورنامه آزمون آزمایشی خیل سبز

گسسته

ویژگی ساده‌سازی عدد از دو طرف هم‌نهشتی.

- (۱) اگر $a \equiv b \pmod{m}$ باشد، $(c, m) = 1$ باشد، $a \equiv b \pmod{m}$ (۲) اگر $(c, m) = d$ باشد، c را ساده کرده، ولی پیمانه را باید به d تقسیم کنیم.

اتحادها

- (۱) $(a+b)^n \equiv a^n + b^n \pmod{1}$
 زوج n : $(a-b)^n = (a+(-b))^n \equiv a^n + (-b)^n = a^n + b^n \pmod{2}$
 فرد n : $(a-b)^n = (a+(-b))^n \equiv a^n + (-b)^n = a^n - b^n \pmod{2}$
 (۴) اگر $\frac{n}{k}$ عددی طبیعی باشد (یا $k \mid n$)، آن‌گاه $a^k - b^k \mid a^n - b^n$
 (۵) اگر $\frac{n}{k}$ عددی طبیعی و فرد باشد، آن‌گاه $a^k + b^k \mid a^n + b^n$
 (۶) اگر $\frac{n}{k}$ عددی طبیعی و زوج باشد، آن‌گاه $a^k + b^k \mid a^n - b^n$

بخش‌پذیری بر

اعداد خاص

پیمانه	قاعده	توضیح فارسی
۹ یا ۳	$a_n a_{n-1} \dots a_1 \equiv a_n + a_{n-1} + \dots + a_1 \pmod{9}$	هر عدد به پیمانه ۳ یا ۹، هم‌نهشت مجموع ارقام خودش است.
۱۰ یا ۵ ۲ یا ۴	$a_n a_{n-1} \dots a_1 \equiv a_n \pmod{10}$	هر عدد، هم‌نهشت رقم یکان خود به پیمانه ۵ یا ۱۰ یا ۲ یا ۴ است.
۴ یا ۲۰ ۵ یا ۲۵	$a_n a_{n-1} \dots a_1 \equiv a_1 a_2 \pmod{20}$	هر عدد هم‌نهشت دو رقم آخر (یکان و دهگان) خود به پیمانه ۴ یا ۲۰ یا ۵ یا ۲۵ است.
۱۱	$a_n a_{n-1} \dots a_1 \equiv a_n - a_{n-1} + a_{n-2} - a_{n-3} + \dots \pmod{11}$	ارقام را از سمت راست یکی در میان + و - می‌گذاریم. هر عدد به پیمانه ۱۱ هم‌نهشت آن است.
۸	$a_n a_{n-1} \dots a_1 \equiv a_n a_2 a_4 \pmod{8}$	هر عدد هم‌نهشت سه رقم سمت راست به پیمانه ۸ است.

کاربردها

تقویم‌نگاری

- (۱) فاصله روزهای دو تاریخ را پیدا می‌کنیم. دقت کنید اگر امروز n ام ماه باشد، تا انتهای ماه $(31-n)$ روز (برای ۶ ماه اول) یا $(30-n)$ روز (برای ۶ ماه دوم) مانده است.
 (۲) باقی‌مانده عدد به دست آمده به ۷ را پیدا می‌کنیم.
 (۳) اگر تاریخ جلوتر را بخواهیم، به اندازه باقی‌مانده از مبدأ داده‌شده جلو می‌رویم و اگر تاریخ عقب‌تر را بخواهیم، به اندازه باقی‌مانده عقب می‌رویم.

رقم یکان

رقم یکان هر عدد برابر است با باقی‌مانده تقسیم آن عدد بر ۱۰؛ پس برای پیدا کردن رقم یکان اعداد از هم‌نهشتی به پیمانه ۱۰ استفاده می‌کنیم.

حل معادله

معادله سیال خطی $ax + by = c$

شرط جواب، $(a, b) \mid c$ (یعنی ب.م.م ضرایب عدد ثابت c را عاد کند).
 روش‌های حل، الف) هم‌نهشتی ب) استفاده از فرمول

روش هم‌نهشتی

- (۱) دو طرف را به پیمانه ضریب کوچک‌تر (علامت مهم نیست)، مثلاً اگر دو طرف را به پیمانه a ببریم؛ می‌شود:
 $ax + by \equiv c \pmod{a} \Rightarrow by \equiv c \pmod{a}$
 (۲) معادله هم‌نهشتی را حل کرده و y را پیدا می‌کنیم.
 (۳) با قراردادن y در معادله، x را پیدا می‌کنیم.
 روش استفاده از فرمول، اگر بتوانیم با جست‌وجو، یک جواب معادله به صورت (x_0, y_0) را پیدا کنیم، کل جواب‌ها به دست می‌آید:

$$\begin{cases} x = x_0 + \frac{b}{d}k \\ y = y_0 - \frac{a}{d}k \end{cases} \quad d = (a, b)$$

حل معادله هم‌نهشتی $ax \equiv b \pmod{m}$

- (۱) اگر a و b اعداد بزرگی هستند، هم‌نهشت آن‌ها به پیمانه m را قرار می‌دهیم.
 (۲) با اضافه کردن مضارب پیمانه به b کاری می‌کنیم تا دو طرف بر a بخش‌پذیر باشند.
 (۳) با استفاده از ویژگی تقسیم، دو طرف را به a ساده می‌کنیم تا x به دست آید.



نظریه گراف

- (۱) تعداد درجه‌ها برابر تعداد رأس‌ها یا مرتبه گراف است.
 (۲) مجموع درجات برابر با $2q$ است.
 (۳) تعداد رأس‌های فرد (رأس‌های با درجه فرد)، عددی زوج است.
 (۴) تعداد رأس‌های زوج (رأس‌های با درجه زوج) از نظر زوج و فردی مثل مرتبه گراف است.
 (۵) $\Delta \leq p-1$
 (۶) اگر k رأس از درجه $p-1$ (رأس فول یا رأسی که به همه وصل است) داشته باشیم، $\delta \geq k$ باید باشد.
 (۷) در بین درجه‌ها حتماً عدد تکراری وجود دارد.

اسم	نماد
مجموعه رأس‌های گراف	$V(G)$
مجموعه یال‌های گراف	$E(G)$
مرتبه گراف	p
اندازه گراف	q
درجه رأس v	$\deg_G(v)$
ماکزیمم درجه	Δ
مینیمم درجه	δ
همسایگی باز رأس a	$N_G(a)$
همسایگی بسته رأس a	$N_G[a]$

مقدمات گراف

تعداد گراف‌ها

تعداد	نوع گراف
$\frac{p(p-1)}{2}$	گراف ساده با p رأس مختلف
$\frac{p(p-1)}{2}k$	گراف ساده با p رأس مختلف شامل (یا فاقد) k یال مشخص
$\binom{\frac{p(p-1)}{2}}{q}$	گراف‌های ساده q یالی با p رأس مختلف
$2^{p(p-1)/2}$	گراف‌های جهت‌دار با p رأس مختلف

$$0 \leq \delta \leq \deg v \leq \Delta \leq p-1 \quad (۱)$$

$$0 \leq q \leq \frac{p(p-1)}{2} \quad (۲)$$

$$|N_G[a]| = 1 + \deg(a), |N_G(a)| = \deg(a) \quad (۳)$$

گراف‌های خاص

اسم	نماد	تعریف	ویژگی‌ها
گراف کامل مرتبه p	K_p	گرافی که هر دو رأس در آن مجاورند. (به هم وصل‌اند).	(۱) درجه همه رأس‌ها $p-1$ است. (۲) گراف $(p-1)$ - منتظم است. (۳) $q = \frac{p(p-1)}{2}$ (۴) بیشترین یال را در بین گراف‌های هم‌مرتبه خود دارد.
گراف مکمل G	$\bar{G}$	رأس‌های $\bar{G}$ همان رأس G است. یال‌های $\bar{G}$ یال‌هایی هستند که در G وجود ندارد.	(۱) $q(G) + q(\bar{G}) = \frac{p(p-1)}{2}$ (۲) $\deg_G(v) + \deg_{\bar{G}}(v) = p-1$
گراف k - منتظم	—	گرافی که درجه هر رأس برابر k است.	(۱) $K_p = 2q$ که $k = p-1$ و $0 \leq k \leq p-1$ (۲) گراف فرد منتظم مرتبه فرد نداریم. (از بین p و k حداقل یکی زوج باید باشد).

انواع گراف‌های منتظم

نوع	ویژگی
گراف 0 - منتظم (گراف تهی)	(۱) $q = 0$ (۲) از تعدادی رأس ایزوله تشکیل شده.
گراف 1 - منتظم	از تعدادی یال تشکیل شده است.
گراف 2 - منتظم	از اجتماع تعدادی چندضلعی تشکیل شده است.
گراف کامل K_p	$(p-1)$ - منتظم هستند.



مرورنامه آزمون آزمایشی خیل سبز

گسسته

- (۱) مسیر رأس تکراری ندارد.
- (۲) هر رأس یک مسیر به طول صفر به خودش است؛ پس تعداد مسیرهای به طول صفر برابر مرتبهٔ گراف یا p است.
- (۳) تعداد مسیرهای به طول یک، برابر تعداد یال‌های گراف یا q است.
- (۴) تعداد مسیرهای به طول حداکثر یک، برابر $p + q$ است.
- (۵) برای به دست آوردن تعداد مسیرها از روی درجه‌ها ابتدا گراف را رسم و سپس به صورت مستقیم مسیرها را شمارش می‌کنیم.

مسیر	دنباله‌ای از رأس‌های غیرتکراری که رأس‌های پشت سر هم به هم وصل‌اند.
طول مسیر	تعداد یال‌های طی شده (یا یکی کمتر از تعداد رأس‌های مسیر)
P_n	مسیر n رأسی به طول $n - 1$

مسیر - دور

- (۱) $q < p - 1$ قطعاً ناهمبند
- (۲) $p - 1 \leq q \leq \binom{p-1}{2}$ ممکن است همبند یا ناهمبند
- (۳) $q > \binom{p-1}{2}$ قطعاً همبند

گرافی که بین هر دو رأس آن، مسیر وجود دارد.

- (۱) در گراف غیرکامل به صورت مستقیم شمارش می‌کنیم.
- (۲) تعداد دورهای به طول m در K_p برابر $\frac{p}{m} \cdot \frac{(m-1)!}{2}$ است.

دور	دنباله‌ای از رأس‌های غیرتکراری (به غیر از اول و آخر) که رأس‌های پشت سر هم به هم وصل‌اند.
طول دور	تعداد یال‌های طی شده
C_n	دور n رأسی به طول n ($n \geq 3$)

فیزیک

پایه دوازدهم

فصل اول: حرکت بر خط راست

- مسافت (l): طول مسیر طی شده، جابه‌جایی ($\vec{\Delta x}$ یا $\vec{d}$): برداری که نقطهٔ اولیه را به نهایی وصل می‌کند.
- شرط برابری مسافت و اندازهٔ جابه‌جایی: حرکت روی خط راست و بدون تغییر جهت باشد. $l \geq |\vec{\Delta x}|$
- سرعت متوسط و تندی متوسط: $s_{av} = \frac{l}{\Delta t}$
- اصطلاحات زمانی: ثانیهٔ n ام: $n - 1$ تا n
- بردار مکان: برداری که مبدأ را به مکان وصل می‌کند، معادلهٔ مکان - زمان: $x = f(t)$ ، عبور از مبدأ: x صفر شده و تغییر علامت دهد.
- فاصله از مبدأ: $|x|$
- شناخت حرکت:
 - سرعت در حرکت روی محور x : $v > 0$: حرکت به سمت راست، $v < 0$: حرکت به سمت چپ
 - شرط تغییر جهت: v صفر شده و تغییر علامت دهد.
 - شتاب: آهنگ تغییر سرعت: $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ ، سرعت متغیر $a \neq 0$ ، سرعت ثابت $a = 0 \Rightarrow$
 - تندشونده: $av > 0$ ، $\uparrow: |v|$
 - نوع حرکت: کندشونده: $av < 0$ ، $\downarrow: |v|$
 - شیب مماس بر $x - t$: سرعت لحظه‌ای، شیب واصل دو نقطه در $x - t$: سرعت متوسط
 - شیب مماس بر $v - t$: شتاب لحظه‌ای، شیب واصل دو نقطه در $v - t$: شتاب متوسط
 - نمودارها: مساحت زیر نمودار $v - t$ در یک بازه: Δx ، مساحت زیر نمودار $a - t$ در یک بازه: Δv
 - در نمودار $x - t$: قله و دره یعنی تغییر جهت، قطع محور t یعنی عبور از مبدأ
 - در نمودار $v - t$: قطع محور t یعنی تغییر جهت، نزدیک شدن به محور t ، کندشونده، دور شدن از محور t : تندشونده
 - معادلهٔ مکان - زمان: $x = vt + x_0$ ، جابه‌جایی با سرعت ثابت: $\Delta x = v \Delta t$
 - حرکت با سرعت ثابت: نمودار $x - t$: خطی به شیب v (سرعت) و عرض از مبدأ x_0 (مکان اولیه)

حرکت
روی خط
راست

معادله $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$: $x - t$ معادله $v = at + v_0$: $v - t$ معادله

فرمول‌ها: مستقل از شتاب: $\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t$ ، مستقل از زمان: $v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x$

مستقل از سرعت ثانویه: $\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_1t$ ، سرعت متوسط: لحظه وسط $v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} = v$ ، سرعت متوسط = سرعت در لحظه

وسط، جابه‌جایی در ثانیه n ام: $\Delta x_n = (n - \frac{1}{2})a + v_0$

در معادله $x = At^2 + Bt + C$: A هم‌علامت B ← تغییر جهت نداریم، همواره تندشونده

A مخالف علامت B ← تغییر جهت داریم، ابتدا کندشونده، سپس تندشونده

نمودارها: سرعت - زمان: خطی به شیب a و عرض از مبدأ v_0

مکان - زمان: یک سهمی ← $a > 0$ سهمی رو به بالا، $a < 0$ سهمی رو به پایین.

معادلات و فرمول‌ها: $v_2^2 - v_1^2 = -2g\Delta y$ ، $v = -gt$ ، $y = -\frac{1}{2}gt^2 + y_0$ ، $v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} = v$ ، لحظه وسط $v_2^2 - v_1^2 = -2g\Delta y$

نسبها: تناسب بعد از سقوط $v \propto t$ و $|\Delta y| \propto t^2$ جابه‌جایی

تندی در هر ثانیه گتا زیاد می‌شود.

عددهای طلایی: در ثانیه‌های متوالی بعد از سقوط جابه‌جایی به ترتیب ۵، ۱۵، ۲۵، ۳۵ ... است.

فصل دوم: دینامیک و حرکت دایره‌ای

قانون اول، (اندازه و جهت سرعت ثابت می‌ماند). ثابت $v = 0 \Rightarrow F_{net} = 0$: لختی: تمایل به حفظ حالت قبلی

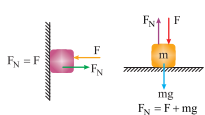
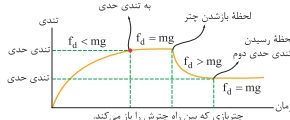
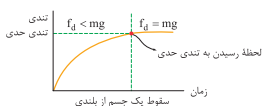
قانون دوم، $F_{net} = ma$ ، نیروی خالص در جهت شتاب جسم هم‌جهت و متناسب هستند.

قانون سوم، نیروهای کنش و واکنش هم‌اندازه‌اند و در خلاف جهت هم

وزن (W) $W = mg$: جرم: ثابت، وزن: متغیر، جرم: نرده‌ای، وزن: برداری

نیروی مقاومت هوا (f_d) : وابسته به تندی و اندازه جسم، همیشه در خلاف جهت حرکت جسم

تندی حدی: پس از رهاشدن جسم از یک ارتفاع بلند، با افزایش تندی، f_d هم افزایش می‌یابد تا در جایی با mg برابر شود و تندی ثابت بماند.



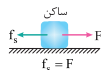
فرمول ندارد و به کمک قوانین نیوتون محاسبه می‌شود. مثلاً

عددی که ترازو نشان می‌دهد: F_N

کندشونده رو به پایین / تندشونده رو به بالا

آسانسور: $F_N = m(g \pm a)$

تندشونده رو به پایین / کندشونده رو به بالا



نیروی اصطکاک ایستایی (f_s) : هم‌اندازه با نیروی

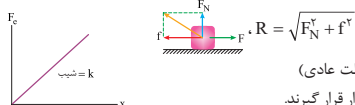
محرک / وقتی جسم شروع به حرکت نمی‌کند.

نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه ($f_{s,max}$) : $f_{s,max} = F_N \cdot \mu_s$ (وقتی جسم در آستانه حرکت است).

نیروی اصطکاک (f) : جسم شروع به حرکت نمی‌کند: $F_{محرک} \leq f_{s,max}$

جسم شروع به حرکت می‌کند: $F_{محرک} > f_{s,max}$

نیروی اصطکاک جنبشی (f_k) : $f_k = F_N \cdot \mu_k$ (وقتی جسم در حال حرکت است).



نیروی سطح، نیروی تکیه‌گاه (R)

نیروی کشسانی فنر: $F_s = kx$: اندازه (x): تغییر طول فنر نسبت به حالت عادی

جهت: در جهتی که جسم و فنر در حالت تعادل پایدار قرار گیرند.

نیروی کششی طناب (T) : فرمول ندارد و به کمک قوانین نیوتون محاسبه می‌شود. طناب همیشه جسم را می‌کشد. (نمی‌تواند جسم را هل بدهد)



مرورنامه آزمون آزمایشی خیل سبز

فیزیک

تغییرات: $p = mv$ ، $\vec{p} = m\vec{v}$ ← هر بلایی سر سرعت بیاید سر تکانه هم میاد.

تکانه ← رابطه با انرژی جنبشی: $K = \frac{p^2}{2m}$
 رابطه با نیروی خالص ← $F_{net} = \frac{\Delta p}{\Delta t}$
 نیروی خالص برابر است با آهنگ تغییر تکانه
 شیب نمودار تکانه - زمان ← نیروی خالص
 مساحت زیر نمودار نیروی خالص - زمان در یک بازه ← تغییرات تکانه
 $F_{net}\Delta t = m\Delta v$

نیروی گرانش ← $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ ، هر دو جسم نیروی جاذبه گرانشی به هم وارد می کنند.

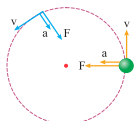
شتاب گرانشی سطح سیاره: $g = \frac{GM}{R^2}$

شتاب گرانشی در ارتفاع h از سطح زمین: $g' = \frac{GM}{(R+h)^2}$ ← $\frac{g'}{g} = \left(\frac{R}{R+h}\right)^2$

مفاهیم اولیه: تندی: ثابت جهت حرکت: متغیر ← سرعت متغیر (شتاب دار)

دوره تناوب: $T = \frac{t}{n}$ (تعداد دور در هر دقیقه: rpm) و

تندی: $V = \frac{\text{محیط}}{\text{دوره}} \Rightarrow v = \frac{v\pi r}{T}$



حرکت دایره ای یکنواخت ← شتاب مرکزگرا و نیروی مرکزگرا: همان شتاب و نیروی خالص که همیشه به سمت مرکز دایره هستند.

$a_c = \frac{v^2}{r}$ و $F_c = \frac{mv^2}{r}$

نیروی مرکزگرا یک نیروی جداگانه نیست و همیشه یک نیرو، نقش مرکزگرایی را برعهده می گیرد.

تندی بیشینه خودرو در پیچ افقی: $v_{max} = \sqrt{rg\mu_s}$ ← شعاع پیچ

شتاب مرکزگرا، همان شتاب گرانش است.

نیروی مرکزگرا، همان نیروی گرانش است.

تندی ماهواره:

دوره ماهواره:

$v \propto \frac{1}{\sqrt{r}}$ و $T \propto \sqrt{r^3}$

شیمی

پایه دوازدهم

فصل اول: مولکول در خدمت تندرستی

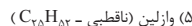
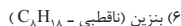
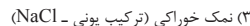
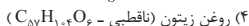
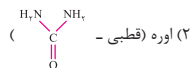
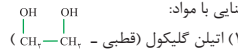
امید به زندگی شاخصی است که نشان می دهد با توجه به خطرانی که انسان ها در طول زندگی با آن مواجه هستند، به طور میانگین چند سال عمر می کنند.

مقایسه امید به زندگی در نواحی مختلف: نواحی برخوردار < میانگین جهانی < نواحی کم برخوردار

اما میزان رشد امید به زندگی در نواحی کم توسعه یافته، بیشتر است.

آلاینده ها موادی هستند که بیش از مقدار طبیعی در یک محیط، نمونه ماده یا یک جسم وجود دارد.

آشنایی با مواد:



چربی ها: مخلوطی از اسیدهای چرب و استرهای بلند زنجیر هستند.

چربی ها ناقطبی هستند و نیروهای بین مولکول غالب در آن ها، وان دروالسی است.



قطبی

ناقطبی

نمای کلی اسیدهای چرب

(۱) فرمول کلی: $R-C(=O)OH$ (کربوکسیلیک اسیدهایی با زنجیر کربنی (R) بلند)

اسیدهای چرب (۲) فرمول عمومی با گروه R خطی و سیرشده: $C_nH_{2n+1}COOH$ یا $C_nH_{2n}O_2$

(۳) دارای یک بخش قطبی و یک بخش ناقطبی که در آن بخش ناقطبی بر قطبی غلبه می کند.



قطبی
ناقطبی
نمای کلی استرهای سنگین



استرهای بلند زنجیر (۱) فرمول ساختاری: حاصل واکنش الکل‌ها و کربوکسیلیک اسیدها و دارای یک بخش قطبی و یک بخش ناقطبی که در آن بخش ناقطبی بر قطبی غلبه می‌کند.

انواع مخلوط‌ها (۱) محلول: همگن - پایدار - عدم پخش نور - تشکیل شده از یون‌ها و مولکول‌ها
(۲) کلوتید: ناهمگن - پایدار - پخش نور - تشکیل شده از مولکول‌های بزرگ یا توده‌های مولکولی
(۳) سوسپانسیون: ناهمگن - ناپایدار - پخش نور - تشکیل شده از ذرات ریز ماده

صابون‌ها (۱) صابون ماده‌ای است که می‌تواند هم در آب و هم در چربی حل شود.
انواع: جامد ← نمک سدیم اسید چرب (RCOONa)
مایع ← نمک پتاسیم / آمونیوم اسید چرب (RCOONH_4 یا RCOOK)
صابون‌ها دو بخش قطبی و دو بخش آنیونی و کاتیونی دارند.
عوامل مؤثر بر قدرت پاک‌کنندگی: فرمول عمومی با گروه R خطی و سیرشده: $\text{C}_n\text{H}_{2n-1}\text{O}_2\text{Na}^+$ یا $\text{C}_n\text{H}_{2n+1}\text{COO}^-\text{Na}^+$

(۱) دما
(۲) نوع پارچه (نخی یا پلی‌استری)
(۳) نوع آب
(۴) وجود یا عدم وجود آنزیم
(۵) نوع و مقدار صابون مصرفی

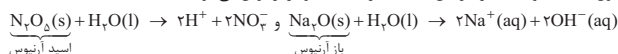
افزودنی‌ها به صابون (۱) گوگرد ← از بین برنده قارچ‌های پوستی و جوش‌های صورت
(۲) مواد شیمیایی کلردار ← ↑ قدرت ضد عفونی‌کنندگی و میکروب‌کشی
(۳) نمک‌های فسفات ← واکنش با یون‌های Ca^{2+} و Mg^{2+} و ↑ قدرت پاک‌کنندگی صابون

پاک‌کننده‌های غیرصابونی (۱) تولید شده از بنزن و مواد اولیه دیگر در صنایع پتروشیمیایی با قدرت پاک‌کنندگی بیشتر نسبت به صابون‌ها
فرمول ساختاری: $\text{R}-\text{SO}_2^-\text{Na}^+$ یا $\text{RC}_6\text{H}_4\text{SO}_3^-\text{Na}^+$ اتصال به چربی و آب و پخش شدن چربی در آب
عمل بر اساس برهم‌کنش میان ذرات مشابه صابون‌ها

پاک‌کننده‌های خورنده عمل بر اساس واکنش میان ذرات و برهم‌کنش میان آن‌ها: مانند NaOH (لوله‌بازکن)، HCl (جوهرنمک) و سفیدکننده‌ها و مخلوط سدیم هیدروکسید (سود سوزآور) و پودر آلومینیم

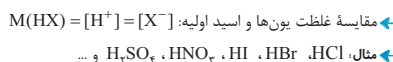
واکنش این پاک‌کننده‌ها در لوله‌ها و مجاری مسدود شده:
واکنش گرماده ← افزایش دما
ذوب شدن چربی‌ها
↑ قدرت پاک‌کنندگی
مخلوط دارای خاصیت بازی و ایجاد صابون ← انحلال در آب و افزایش قدرت پاک‌کنندگی
تولید گاز ← ایجاد فشار و ضربه مکانیکی

اسید و باز آرنیوس با کار بر روی رسانای الکتریکی محلول‌های آبی، نخستین کسی بود که اسیدها و بازها را بر یک مبنای علمی توصیف کرد.
ماده‌ای که هنگام انحلال در آب، غلظت یون‌های H^+ و OH^- را افزایش دهند، به ترتیب اسید و باز آرنیوس می‌شود:



اسید آرنیوس

یونش کامل در آب، الکترولیت‌های قوی و به طور کلی فاقد مولکول‌های یونیده‌نشده



مثال: HCl ، HBr ، HI ، HNO_3 ، H_2SO_4 و ...

یونش جزئی در آب، الکترولیت ضعیف، شمار یون‌ها اندک و حاوی شمار زیاد مولکول‌های اسید



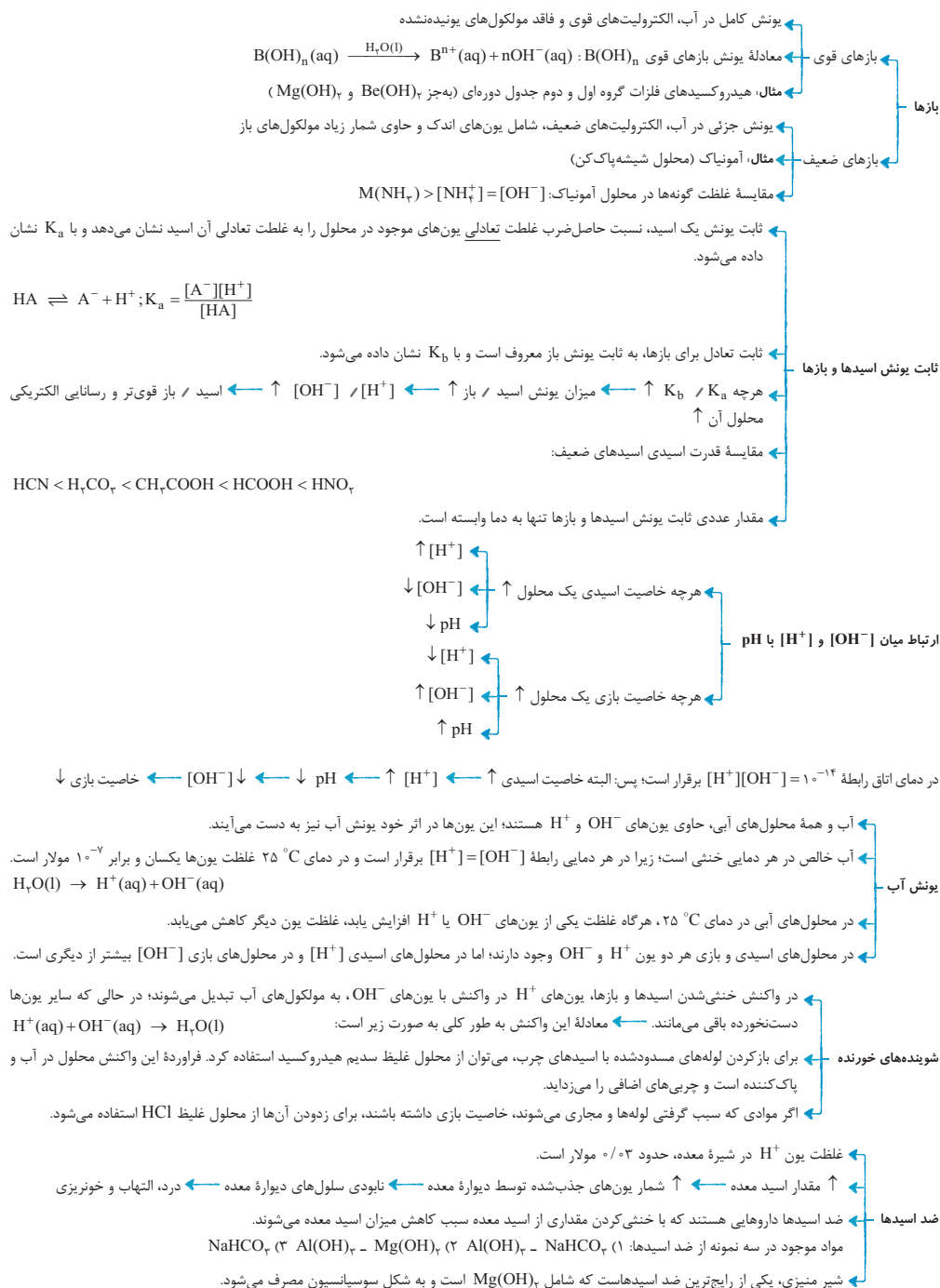
مثال: HF ، HCN ، کربوکسیلیک اسیدها، HNO_2 و ...



مرورنامه آزمون آزمایشی خیل سبز

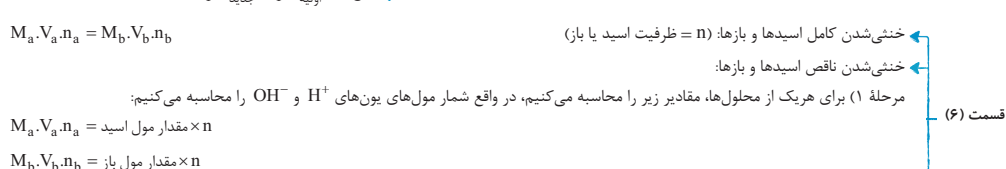
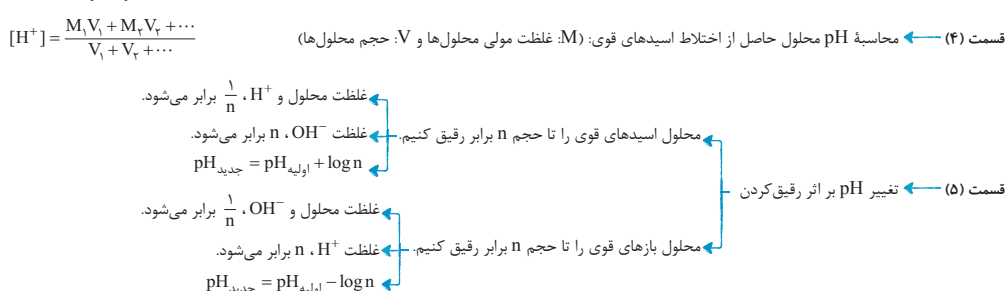
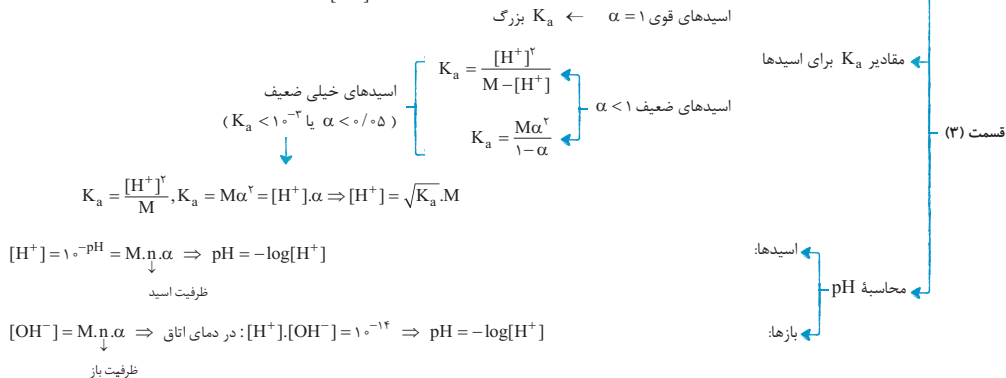
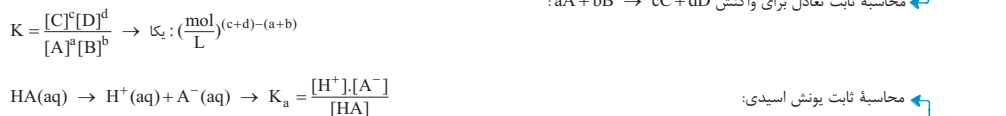
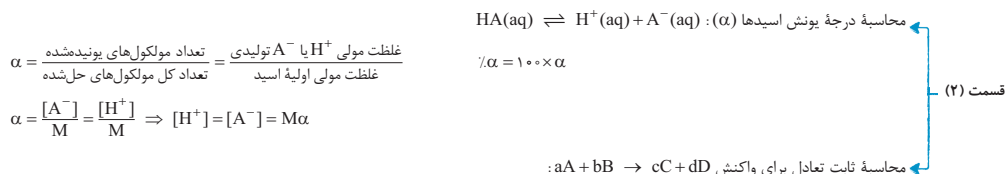
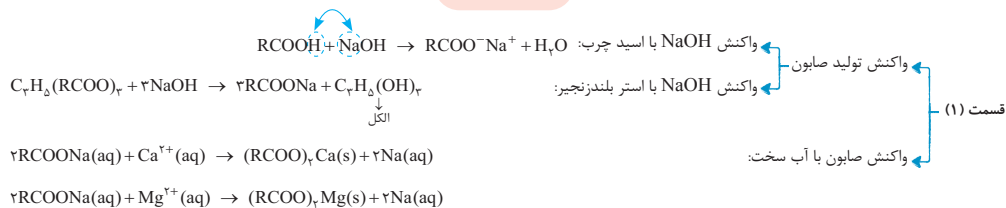
شیمی

دوازدهم ریاضی مرحله دهم





مسائل





مرحله ۲

$$1) M_a \cdot V_a \cdot n_a > M_b \cdot V_b \cdot n_b \xrightarrow{\text{محلول اسیدی}} [H^+] = \frac{M_a \cdot V_a \cdot n_a - M_b \cdot V_b \cdot n_b}{V_a + V_b}$$

$$2) M_a \cdot V_a \cdot n_a < M_b \cdot V_b \cdot n_b \xrightarrow{\text{محلول بازی}} [OH^-] = \frac{M_b \cdot V_b \cdot n_b - M_a \cdot V_a \cdot n_a}{V_a + V_b}$$

مرحله ۳ pH محلول نهایی را با استفاده از غلظت‌های به‌دست‌آمده محاسبه می‌کنیم.

فصل دوم: آکسایش و کاهش در ساینه شیمی

آکسایش: به معنای از دست دادن الکترون $\leftarrow$ گونه‌ای که با دادن الکترون به گونه‌های دیگر، آن‌ها را کاهش می‌دهد و خودش اکسایش می‌یابد، کاهنده نامیده می‌شود.

انجام واکنش یا سفر الکترون $\leftarrow$ کاهش: به معنای گرفتن الکترون $\leftarrow$ گونه‌ای که با گرفتن الکترون از گونه‌های دیگر، سبب اکسایش آن‌ها و سبب کاهش خود می‌شود، اکسنده نامیده می‌شود.

شیمی‌دان‌ها هر یک از فرایندهای کاهش و اکسایش را با یک نیم‌واکنش نشان می‌دهند که باید از لحاظ جرم اتم‌ها و بار الکتریکی موازنه باشند.

$+ne^-$ گونه اکسایش‌یافته $\rightarrow$ گونه کاهنده: نیم‌واکنش اکسایش

گونه کاهش‌یافته $\leftarrow +ne^-$ گونه اکسنده: نیم‌واکنش کاهش

ویژگی‌های واکنش‌های اکسایش - کاهش $\leftarrow$ در واکنش‌های اکسایش - کاهشی که به صورت طبیعی انجام می‌شوند، فرآورده‌ها پایدارتر از واکنش‌دهنده‌هاست؛ پس این واکنش‌ها گرماده بوده ΔH شان منفی است.

$\leftarrow$ اغلب فلزها در واکنش با نافلزها، الکترون از دست داده و به کاتیون تبدیل می‌شوند.

$\leftarrow$ گونه کاهنده، کاهنده قوی‌تری است.

$\leftarrow$ گونه اکسنده، اکسنده ضعیف‌تری است.

$\leftarrow$ گونه کاهنده، کاهنده ضعیف‌تری است.

$\leftarrow$ گونه اکسنده، اکسنده قوی‌تری است.

تغییر علامت E°

E° منفی تر $\leftarrow$

E° مثبت تر $\leftarrow$

نکته مهم: برای مقایسه قدرت اکسندگی، گونه‌های سمت چپ نیم‌واکنش کاهش و برای مقایسه قدرت کاهندگی، گونه‌های سمت راست نیم‌واکنش کاهش را با یکدیگر مقایسه می‌کنیم.

در واکنش‌هایی که به طور طبیعی انجام می‌شوند، قدرت کاهندگی فلز و قدرت اکسندگی کاتیون فلز که در سمت واکنش‌دهنده‌ها قرار دارند به ترتیب بیشتر از قدرت کاهندگی فلز و قدرت اکسندگی کاتیون فلزی است که در سمت فرآورده‌ها قرار دارند.

$\leftarrow$ در سری الکتروشیمیایی ظرفی از جنس فلز راست بالا، برای نگهداری محلول حاوی کاتیون‌های چپ پایین‌تر مناسب است.

سری الکتروشیمیایی

سلول گالوانی	سلول الکترولیتی
انرژی شیمیایی به انرژی الکتریکی تبدیل می‌شود.	انرژی الکتریکی به انرژی شیمیایی تبدیل می‌شود.
یک واکنش شیمیایی در جهت طبیعی پیش می‌رود.	با اعمال یک ولتاژ بیرونی یک واکنش «اکسایش - کاهش» دلخواه انجام می‌شود.
دارای دو الکترولیت است که توسط دیواره‌ای متخلخل از هم جدا شده‌اند (الکترولیت‌ها حاوی کاتیون‌هایی از جنس الکترودها هستند).	دو الکترود درون یک الکترولیت قرار گرفته‌اند (الکترولیت یک محلول یونی یا یک ترکیب یونی مذاب است).
آند، قطب منفی و کاتد، قطب مثبت است.	آند قطب مثبت و کاتد، قطب منفی است.
معمولاً الکترودهای آند و کاتد در واکنش شرکت می‌کنند.	معمولاً الکترودهای آند و کاتد بی‌اثرند و در واکنش شرکت نمی‌کنند.
اکسایش در آند و کاهش در کاتد انجام می‌شود.	
جهت حرکت الکترون‌ها در مدار بیرونی از آند به کاتد است.	
کاتیون‌ها به سمت کاتد و آنیون‌ها به سمت آند مهاجرت می‌کنند.	

تفاوت‌ها

شباهت‌ها

مرورنامه آزمون آزمایشی خیلی سبز



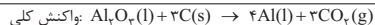
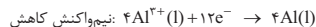
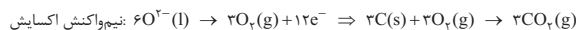
شیمی دان‌ها، SHE را به عنوان مبنا انتخاب کردند و پتانسیل آن را برابر صفر در نظر گرفتند.	نیم سلول استاندارد هیدروژن (SHE)
شامل یک الکترود پلاتینی (Pt) است.	SHE
دارای محلول یک مولار از یون‌های H^+ در دمای $25^\circ C$ است که گاز هیدروژن با فشار ۱ atm درون این نیم سلول‌ها وجود دارد.	
در فناوری‌های جدید ساخت باتری، فلز Li دارای نقش مهمی است؛ زیرا لیتیم کم‌ترین چگالی و E° را در میان فلزها دارد.	فلز لیتیم
باتری‌های لیتیمی می‌توانند قابل شارژ و یا غیر قابل شارژ باشند، اما همه باتری‌ها، از لیتیم ساخته نمی‌شوند؛ مثل باتری‌های دگمه‌ای روی - نقره (Zn - Ag).	
سلول سوختی، نوعی سلول گالوانی است که افزون بر کارایی بیشتر، ردیای CO_2 را کاهش می‌دهد.	سلول سوختی «هیدروژن - اکسیژن»
سوزاندن هیدروژن در موتور درون سوز، بازدهی نزدیک به ۳۰٪ دارد در حالی که اکسایش آن در سلول سوختی، بازدهی را تا ۳ برابر افزایش می‌دهد.	
گاز H_2 به صورت غیر مستقیم و کنترل شده با O_2 واکنش داده و بخش قابل توجهی از انرژی شیمیایی این واکنش به انرژی الکتریکی تبدیل می‌شود.	سلول سوختی
الکترود آند	اجزا
الکترود کاتد	
غشای مبادله کننده یون H^+	
جهت حرکت e^- ها از آند به کاتد و از طریق مدار بیرونی (رسانای الکترونی) و جهت حرکت H^+ ها در غشای مبادله کننده (رسانای یونی) به سمت کاتد است.	
$V = E^\circ = 0 = \times 2; E^\circ = 0 = V \quad H_2(g) \rightarrow 2H^+(aq) + 2e^-$ نیم واکنش اکسایش	
$O_2(g) + 2H^+(aq) + 2e^- \rightarrow 2H_2O(g); E^\circ = 1/23 \text{ V}$ نیم واکنش کاهش	
$2H_2(g) + O_2(g) \rightarrow 2H_2O(g); E^\circ = 1/23 \text{ V}$ واکنش کلی	
حالت گازی	
$CH_4(g) + 2O_2(g) \rightarrow CO_2(g) + 2H_2O(g)$	سلول سوختی برخلاف باتری‌ها، انرژی شیمیایی را ذخیره نمی‌کند.
$2H_2O(l) \rightarrow O_2(g) + 4H^+(aq) + 4e^-$ نیم واکنش اکسایش	سلول سوختی «متان - اکسیژن»
$2H_2O(l) + 2e^- \rightarrow H_2(g) + 2OH^-(aq) \times 2$ نیم واکنش کاهش	انجام در سلول‌های الکترولیتی و با عبور جریان الکتریکی و تبدیل مولکول‌های آب، به عناصر سازنده
$2H_2O(l) \rightarrow O_2(g) + 2H_2(g)$ واکنش کلی	برقکافت آب
$2Cl^-(l) \rightarrow Cl_2(g) + 2e^-$ نیم واکنش اکسایش	حجم گاز H_2 تولید شده در اطراف کاتد، ۲ برابر حجم گاز O_2 تولید شده در اطراف آند است.
$2Na^+(l) + 2e^- \rightarrow 2Na(l)$ نیم واکنش کاهش	در محلول پیرامون آند، pH ↓ و در محلول پیرامون کاتد، pH ↑ می‌یابد.
$2Na^+(l) + 2Cl^-(l) \rightarrow 2Na(l) + Cl_2(g)$ واکنش کلی	برقکافت سدیم کلرید
$Mg^{2+}(aq) + 2OH^-(aq) \rightarrow Mg(OH)_2(s)$	فلز سدیم را می‌توان از برقکافت سدیم کلرید مذاب (نه محلول)!
$Mg(OH)_2(s) + 2HCl(aq) \rightarrow MgCl_2(aq) + 2H_2O(l)$	در یک سلول الکترولیتی تهیه کرد.
$2Cl^-(l) \rightarrow Cl_2(g) + 2e^-$ نیم واکنش اکسایش	فلز سدیم در سمت کاتدی (قطب -) و گاز زرد رنگ Cl_2 در سمت آندی (قطب +) تولید می‌شود.
$Mg^{2+}(l) + 2e^- \rightarrow Mg(l)$ نیم واکنش کاهش	در صنعت، فلز Mg را از برقکافت منیزیم کلرید مذاب (نه محلول) تهیه می‌کنند که یکی از منابع فلز منیزیم، آب دریاست.
$Mg^{2+}(l) + 2Cl^-(l) \rightarrow Mg(l) + Cl_2(g)$ واکنش کلی	مرحله ۱
$Mg(l) < MgCl_2(l)$ چگالی: نکته مهم، چگالی:	مرحله ۲ عبور از صافی و واکنش با یک اسید قوی (HCl)
Al، فلز فعالی است که به سرعت در هوا اکسید می‌شود اما این فلز با تشکیل لایه چسبنده و متراکم Al_2O_3 ، از ادامه اکسایش جلوگیری می‌کند و خورده نمی‌شود.	تهیه فلز منیزیم
رایج ترین روش تولید Al در سلول الکترولیتی با آند و کاتد از جنس گرافیت انجام می‌شود.	
آند (قطب +) و میله‌های گرافیتی داخل الکترولیت / کاتد (قطب -)، بدنه گرافیتی و کف سلول	فرایند هال
فرایند هال	



مرورنامه آزمون آزمایشی خیل سبز

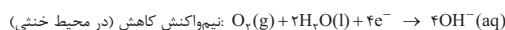
شیمی

نکته مهم: چگالی: $Al_2O_3(l) < Al(l)$

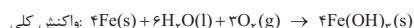
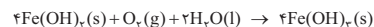


تولید قوطی‌های آلومینیومی از قوطی‌های کهنه، تنها به ۷٪ انرژی لازم برای تهیه همان تعداد قوطی از فرایند هال نیاز دارد.
 O_2 ، چون یک کاهنده قوی است در دمای بالا در آند فرایند هال با کاترود آند (گرافیت) واکنش داده و گاز CO_2 تولید می‌کند.

در فرایند خوردگی آهن، یک سلول گالوانی تشکیل می‌شود که قسمت‌های گوناگون سطح آهن، آند و کاتد و قطره آب، محلول الکترولیت را تشکیل می‌دهند:
 $Fe(s) \rightarrow Fe^{2+}(aq) + 2e^-$ نیم‌واکنش اکسایش



خوردگی آهن یون‌های Fe^{2+} تولید شده در آند، وارد بخش کاتدی شده و در آن‌جا به صورت $Fe(OH)_2$ رسوب می‌کند. این رسوب دوباره با آب و اکسیژن واکنش داده و به زنگ آهن تبدیل می‌شود.



نکته مهم: در محیط اسیدی، نیم‌واکنش کاهش به صورت $2H_2O(l) + 4e^- \rightarrow 2H_2(g) + 4OH^-(aq)$ انجام می‌شود که E° بزرگ‌تری نسبت به نیم‌واکنش کاهش محیط خنثی داشته و سبب افزایش سرعت زنگ‌زدن آهن می‌شود.

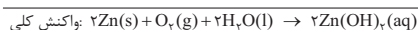
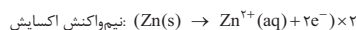
در روش حفاظت کاتدی، فلز با E° کوچک‌تر (منفی‌تر) آند بوده و دچار خوردگی می‌شود اما فلز با E° بزرگ‌تر (مثبت‌تر) کاتد بوده و در سطح آن، واکنش کاهش اکسیژن صورت می‌گیرد اما خود فلز خورده نمی‌شود.

نیم‌واکنش کاهش در حفاظت کاتدی مشابه نیم‌واکنش کاهش در خوردگی آهن است که در هر دو حالت، اکسیژن کاهش می‌یابد.

ورقه آهنی با پوششی از فلز روی - کاربرد در ساخت تانکر آب و کانال کولر

قبل از ایجاد خراش فلز روی به عنوان پوشش، مانع از ورود رطوبت و اکسیژن به سطح آهن می‌شود - آهن خورده نمی‌شود.

با ایجاد خراش فلز روی خورده می‌شود تا از خورده شدن فلز آهن جلوگیری کند (حفاظت کاتدی).



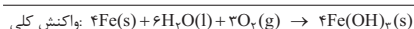
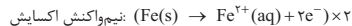
ورقه آهنی پوشیده شده با لایه نازک قلع - کاربرد در ساخت قوطی کنسرو روغن نباتی

قبل از ایجاد خراش حفاظت فلز قلع از آهن به عنوان پوشش - آهن دچار خوردگی نمی‌شود.

بعد از ایجاد خراش آهن به دلیل E° کوچک‌تر (منفی‌تر) از قلع، به عنوان آند اکسایش یافته و خورده می‌شود.

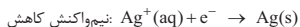
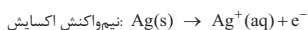
قوطی‌های حلبی در اثر خراش زودتر دچار خوردگی می‌شوند.

برای ساخت ظروف بسته‌بندی مواد غذایی از حلبی استفاده می‌شود و از آهن سفید نباید استفاده کرد.



پوشاندن سطح یک فلز با لایه نازکی از فلزهای ارزشمند و مقاوم در برابر خوردگی، آبکاری نام دارد که در سلول‌های الکترولیتی انجام می‌شوند.

فلز پوشاننده (نقره) در آند خورده شده و به صورت یون (Ag^+) وارد محلول الکترولیت می‌شود.



کاتیون‌های فلز پوشاننده (Ag^+) در کاتد کاهش یافته و روی جسم مورد نظر (جسم فولادی) می‌نشینند.

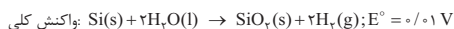
الکترولیت باید حاوی کاتیون‌های فلز آند (Ag^+) باشد.

جسمی که به عنوان کاتد (فولاد) قرار است توسط فلز نقره پوشیده شود، باید رسانای جریان برق باشد.

مرورنامه آزمون آزمایشی خیلی سبز



برای انجام فرایندهای اکسایش و کاهش از نور استفاده می کنند. نمونه ای از آن ها برای تهیه گاز H_2 به کار می رود:



سلول های نور الکتروشیمیایی

مزایا:

(۱) استفاده از نور خورشید، ارزان است.

(۲) آلاینده گی کمیتری تولید می شود.

عدد اکسایش عنصرها در حالت آزاد برابر صفر و در حالت یون تک اتمی برابر بار آن هاست.

عدد اکسایش فلزها در ترکیب ها: فلزهای گروه (۱) برابر (+۱)، فلزهای گروه (۲) برابر (+۲) و Al برابر (+۳)

عدد اکسایش فلوئور در ترکیب های مختلف آن، برابر (-۱) است.

عدد اکسایش هیدروژن معمولاً برابر (+۱) است، به جز در ترکیب نافلزها که برابر (-۱) است.

عدد اکسایش اکسیژن، معمولاً برابر (-۲) است؛ به جز در ترکیب های: OF_2 ، HOF ، H_2O_2 و O_2F_2

مجموع عدد اکسایش اتم ها در یک مولکول، برابر صفر و در یک یون چند اتمی برابر با بار یون است.

(۲) مسائل

در واکنش های «اکسایش - کاهش» برای تعیین شمار الکترون های مبادله شده می توان از روابط زیر استفاده کرد:

ضریب گونه کاهنده $\times$ زیروند گونه کاهنده $\times$ میزان تغییر عدد اکسایش گونه کاهنده
یا
ضریب گونه اکسنده $\times$ زیروند گونه اکسنده $\times$ میزان تغییر عدد اکسایش گونه اکسنده

$$emf = E^\circ (\text{سلول}) = E^\circ (\text{کاتد}) - E^\circ (\text{آند})$$

محاسبه نیروی الکتروموتوری (emf) یک سلول گالوانی:

برای محاسبه تغییر جرم آند و کاتد در سلول های گالوانی، ابتدا واکنش انجام شده را نوشته و سپس با استفاده از روش کسرهای تناسب یا کسرهای تبدیل، مسئله را حل می کنیم:

$$\frac{\text{شمار } e^- \text{ مبادله شده}}{\text{ضریب } e^- \text{ در واکنش}} \times N_A = \frac{\text{مول } e^- \text{ مبادله شده}}{\text{ضریب } e^- \text{ در واکنش}}$$

وقتی تیغه ای را وارد محلول یونی با خاصیت اکسندگی بیشتر می کنیم، تغییر جرم تیغه برابر است با:

$$| \text{جرم فلز کاتدی کاهش یافته} - \text{جرم فلز آندی اکسایش یافته} | = \text{تغییر جرم تیغه}$$

اگر همه رسوب تشکیل شده روی تیغه قرار گیرد، می توانیم از کسر تناسب زیر استفاده می کنیم:

$$\frac{\text{تغییر جرم تیغه}}{\text{جرم مولی فلز کاهنده} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{جرم مولی یون اکسنده} \times \text{ضریب}}{\text{ضریب}}$$



راهنمای استفاده از بسته‌های ۱ و ۲

چندکنکور بامؤلفین خیلی سبز



ریاضه