

مرورنامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۰۵



مرحله سیزدهم

پایه دوازدهم

این مرورنامه، ویژه مباحث جدید آزمون است. مرورنامه مباحثی که در آزمون‌های قبل به آن‌ها پرداخته شده، در پنل کاربری شما قابل دریافت است و در این فایل از تکرار آن پرهیز شده است.

نام درس	مباحث	مؤلف	ویراستار	از صفحه	تا صفحه
حسابان و ریاضیات پایه	ریاضی دهم: فصل ۳ - صفحه ۴۷ تا ۶۸ حسابان دوازدهم: فصل ۴ (درس ۲ از ابتدای مشتق توابع مثلثاتی و درس ۳) و فصل ۵ (درس ۱) صفحه ۹۵ تا ۱۲۶	علی شهبازی	احمدرضا رسولی محسن فراهانی سینا نیک‌نژاد	۲	۷
هندسه	هندسه یازدهم: فصل ۳ (درس ۱ و ۲) صفحه ۵۹ تا ۶۷ هندسه دوازدهم: فصل ۳ (درس ۱ و ۲ تا ابتدای ضرب خارجی) صفحه ۶۱ تا ۸۰	علیرضا نصرالهی	شقایق راهبریان محسن فراهانی بردیا نصیری سینا نیک‌نژاد	۷	۹
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	ریاضی دهم: فصل ۶ صفحه ۱۱۸ تا ۱۴۰ ریاضیات گسسته: فصل ۲ (درس ۲ از ابتدای معرفی یک نماد) و فصل ۳ (درس ۱) صفحه ۴۷ تا ۷۲	سروش مؤثینی	محسن فراهانی مهدی خوشنویس سینا نیک‌نژاد	۹	۱۳
فیزیک	فیزیک یازدهم: فصل ۲ (از ابتدای ترکیب مقاومت‌ها) و فصل ۳ (تا ابتدای میدان مغناطیسی حاصل از جریان الکتریکی) صفحه ۷۰ تا ۹۴ فیزیک دوازدهم: فصل ۴ و ۵ صفحه ۸۹ تا ۱۳۶	نوبد شاهی داوود پاشا	امین امینی نرجس تیمناک ماهان فنی‌فر علی حسن‌زاده	۱۳	۲۱
شیمی	شیمی یازدهم: فصل ۲ (از ابتدای آنتالپی، همان محتوای انرژی است) صفحه ۶۵ تا ۹۸ شیمی دوازدهم: فصل ۳ (از ابتدای هنرنمایی شاره (سیال)‌های مولکولی و یونی برای تولید برق) و فصل ۴ (تا ابتدای آمونیاک و بهره‌وری در کشاورزی) صفحه ۷۷ تا ۱۰۲	سروش عبادی	یاسر راش مهدی سلطانی	۲۲	۳۶

ویژه کنکورهای ۱۴۰۵



پایه دهم

فصل سوم: توان گویا

۱ اگر $a^n = b$ و n عددی طبیعی باشد، می‌گوییم a ریشه n ام b است. چند مثال:

$\sqrt[3]{8} = 2$	ریشه سوم ۸
$\pm\sqrt{25} = \pm 5$	ریشه‌های دوم ۲۵
$\pm\sqrt[3]{3}$	ریشه‌های چهارم ۳
$\sqrt[5]{-1} = -1$	ریشه پنجم -۱

۲ ریشه n ام عدد a در دو حالت $a \geq 0$ و $a < 0$:

علامت a	ریشه n ام (فرد)	ریشه n ام (زوج)
$a \geq 0$	$\sqrt[n]{a}$	$\pm\sqrt[n]{a}$
$a < 0$	$\sqrt[n]{a}$	ندارد

$$\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} a & \text{فرد } n \\ |a| & \text{زوج } n \end{cases}$$

۳ حاصل $\sqrt[n]{a^n}$

۴ قواعد رادیکال‌ها:

مثال	توضیح	
$5\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - \sqrt{2} = 7\sqrt{2}$	باید «عبارت زیر رادیکال‌ها» و «فرجه‌هایشان» برابر باشد.	۱ جمع و تفریق رادیکال‌ها
$\sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{6}$	باید «فرجه‌ها» برابر باشد.	۲ ضرب و تقسیم رادیکال‌ها
$\sqrt{54} = \sqrt{2 \times 3^2} = 3\sqrt{2}$	$\sqrt[n]{a^n b} = \begin{cases} a\sqrt[n]{b} & \text{فرد } n \\ a \sqrt[n]{b} & \text{زوج } n, b > 0 \end{cases}$	۳ عدد بیرون کشیدن
$\sqrt[4]{32} = \sqrt[4]{2^5} = \sqrt[4]{2^4 \times 2} = 2\sqrt[4]{2}$	$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \times n]{a}$	۴ رادیکال تو رادیکال
$\sqrt[12]{12} = \sqrt[3 \times 4]{12} = \sqrt[3]{\sqrt[4]{12}} = \sqrt[3]{2}$	$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \times m]{a}$ (اگر k زوج بود، a قدرمطلق می‌گیرد.)	۵ ساده کردن توان و فرجه

$$\sqrt[n]{a^m} = \begin{cases} \text{توان} \rightarrow \frac{m}{n} \\ \text{فرجه} \rightarrow n \end{cases}$$

۵ توان گویا، اگر $a > 0$ باشد، آن‌گاه:

۶ قواعد توان:

ضرب یا پایه‌های مساوی	ضرب یا توان‌های مساوی	تقسیم یا پایه‌های مساوی	تقسیم یا توان‌های مساوی	توان منفی	توان به توان
$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$	$a^n \cdot b^n = (ab)^n$	$a^n \div a^m = a^{n-m}$	$a^n \div b^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n$	$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	$(a^n)^m = a^{(n \times m)}$

عبارات جبری

۱ اتحاد: هر تساوی جبری که به ازای تمام مقادیر متغیرها برقرار باشد. مثلاً $x(x+2) = x^2 + 2x$ یک اتحاد است.

۲ اتحادهای معروف:

اسم اتحاد	فرم کلی اتحاد	مثال
۱ مربع دو جمله‌ای	$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$	$(2x+5)^2 = 4x^2 + 20x + 25$
۲ مربع سه جمله‌ای	$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$	$(x-2y+3z)^2 = x^2 + 4y^2 + 9z^2 - 4xy + 6xz - 12yz$
۳ مزدوج	$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$	$(5x-3)(5x+3) = 25x^2 - 9$
۴ جمله مشترک	$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$	$(3x+2)(3x+5) = 9x^2 + 21x + 10$
۵ مکعب	$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$	$(2x-5)^3 = 8x^3 - 60x^2 + 150x - 125$
۶ چاق و لاغر	$(a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2) = a^3 \pm b^3$	$(3x+2)(9x^2 - 6x + 4) = 27x^3 + 8$



مرورنامه آزمون آزمایشی خیل سبز

حسابان

۳ دو فرم پر استفاده از اتحاد مربع و مکعب:

شبه سازی P و S	فرم اتحادی	
$\alpha^3 + \beta^3 = S^3 - 3P$	$a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$	۱
$\alpha^3 + \beta^3 = S^3 - 3PS$	$a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$	۲

۴ برای سؤالاتی که «a و b» را می دهند و $a^3 + b^3$ یا $a^3 + b^3$ را می خواهند (یا سؤالاتی که $x + \frac{1}{x}$ را می دهند و $x^3 + \frac{1}{x^3}$ را می خواهند) از دو اتحاد بالا استفاده کنید.

۵ ساده کردن رادیکال های به فرم $\sqrt{A \pm 2\sqrt{B}}$

اگر رادیکال به شکل $\sqrt{A \pm 2\sqrt{B}}$ دیدید، باید زیر رادیکال یعنی $A \pm 2\sqrt{B}$ را به شکل $(\sqrt{C} \pm \sqrt{D})^2$ بنویسید:

$$(\sqrt{C} \pm \sqrt{D})^2 = A \pm 2\sqrt{B} \Rightarrow C + D \pm 2\sqrt{CD} = A \pm 2\sqrt{B} \Rightarrow \begin{cases} A = C + D \\ B = C \times D \end{cases}$$

یعنی باید دنبال دو تا عدد باشیم که جمعشان A و ضربشان B باشد. مثلاً برای ساده کردن $\sqrt{5+2\sqrt{6}}$ ، باید دو تا عدد پیدا کنیم که جمعشان ۵ و ضربشان ۶ باشد. این دو تا عدد ۳ و ۲ هستند، پس جای $5+2\sqrt{6}$ می نویسیم $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$ و داریم:

$$\sqrt{5+2\sqrt{6}} = \sqrt{(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2} = \sqrt{3} + \sqrt{2}$$

۶ تجزیه، نوشتن یک عبارت جبری به صورت حاصل ضرب دو یا چند عبارت جبری دیگر.

۷ روش های معروف تجزیه:

اسم روش	توضیح	مثال
فاکتورگیری	از بزرگ ترین عامل مشترک بین جملات فاکتور می گیریم.	$12x^5 - 18x^3 = 6x^3(2x^2 - 3)$
استفاده از اتحادها	- در تجزیه $a^n - b^n$، اگر n زوج باشد، از اتحاد مزدوج کمک می گیریم. - در تجزیه $a^n \pm b^n$، اگر n مضرب ۳ باشد، از اتحاد جاق و لاغر کمک می گیریم. - در سه جمله ای ها دنبال اتحاد جمله مشترک (یا مربع) باشید.	$x^8 - 7x^2 - 8 = (x^2 - 8)(x^2 + 1)$ $(x-2)(x^2+2x+4)(x+1)(x^2-x+1)$
دسته بندی	چند جمله را با هم می گیریم و چند جمله دیگر را نیز با هم، بعد با تجزیه هر دسته به عبارتی می رسیم که به کمک اتحادها یا فاکتورگیری تجزیه نهایی می شود.	$x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = x^2(x+3) - 4(x+3)$ $\xrightarrow[\text{فاکتور از } x+3]{\text{جاق و لاغر}} (x+3)(x^2-4) = (x+3)(x-2)(x+2)$
شکستن جملات	برای تجزیه عبارتهای به فرم $x^2 + bx + c$ که در نگاه اول قابل تجزیه نیستند مناسب است. باید bx^2 را به شکل $dx^2 + ex^2$ بنویسید که dx^2 با دو جمله دیگر تشکیل اتحاد مربع بدهد و بعد از آن از اتحاد مزدوج استفاده کنید.	$x^4 + 5x^2 + 9 \xrightarrow[\text{جای } 5x^2 \text{ می نویسیم}]{\text{فاکتور از } x^2 - x^2} x^4 + 6x^2 + 9 - x^2 = (x^2+3)^2 - x^2 = (x^2+3+x)(x^2+3-x)$

۸ گویا کردن مخرج کسرها:

فرم کسر	روش گویا کردن مخرج	مثال
$\frac{\bigcirc}{\sqrt{a}}$	صورت و مخرج را در $\sqrt{a}$ ضرب می کنیم.	$\frac{6}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$
$\frac{\bigcirc}{\sqrt[n]{a^n}}$	صورت و مخرج را در $\sqrt[n]{a^k}$ ضرب می کنیم (k کوچک ترین عددی است که به ازای آن n مضرب m است).	$\frac{12}{\sqrt[3]{24}} \times \frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{4}} = \frac{12\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{4^3}} = \frac{12\sqrt[3]{4}}{4} = 3\sqrt[3]{4}$
$\frac{\bigcirc}{\sqrt{a} \pm \sqrt{b}}$ یا $\frac{\bigcirc}{\sqrt{a} \pm b}$	صورت و مخرج را در مزدوج مخرج ضرب می کنیم.	$\frac{6}{\sqrt{2}-2} \times \frac{\sqrt{2}+2}{\sqrt{2}+2} = \frac{6(\sqrt{2}+2)}{2-4} = \frac{6(\sqrt{2}+2)}{-2} = -3(\sqrt{2}+2)$
$\frac{\bigcirc}{\sqrt{a} \pm \sqrt[3]{b}}$ یا $\frac{\bigcirc}{\sqrt{a} \pm b}$	صورت و مخرج را در جاق مخرج ضرب می کنیم.	$\frac{3}{\sqrt{2} + \sqrt[3]{4}} \times \frac{\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4}} = \frac{3(\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4})}{5}$
$\frac{\bigcirc}{\sqrt[n]{a^2} \pm \sqrt[n]{ab} \pm \sqrt[n]{b^2}}$	صورت و مخرج را در لاغر مخرج ضرب می کنیم.	$\frac{10}{\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4}} \times \frac{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2}} = \frac{10(\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{2})}{5} = 2(\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{2})$



پایه دوازدهم

کاربرد مشتق

- یکنوایی -

یکنوایی به کمک علامت f'

علامت f' در یک بازه	یکنوایی f
+	اکیداً صعودی
-	اکیداً نزولی
۰	ثابت

پیدا کردن بازه‌های یکنوایی تابع f

روش	توضیح
۱ رسم نمودار	اگر رسم نمودار آن تابع را بلد باشیم، رسمش می‌کنیم و از روی شکل، بازه‌های یکنوایی را مشخص می‌کنیم.
۲ مشتق	گام ۱) f' را حساب می‌کنیم و آن را تعیین علامت می‌کنیم. گام ۲) هر جا f' مثبت بود، f صعودی اکید است و هر جا f' منفی بود، f نزولی اکید است.

۲۲ نکته مهم

ریشه‌ها با فاصله f'	● اگر f' مثبت باشد و در تعدادی نقطه جدا از هم، صفر شود، باز هم f اکیداً صعودی است. ● مثلاً تابع $f(x) = x - \sin x$ را در نظر بگیرید. مشتق آن به صورت $f'(x) = 1 - \cos x$ است، ولی چون f' در نقاطی به طول $0, 2\pi, 4\pi, \dots, -2\pi, -4\pi, \dots$ صفر شود و این نقاط جدا از هم هستند (تشکیل بازه نمی‌دهند)، پس f اکیداً صعودی است.
ریشه‌های مخرج f'	● اگر f' در بازه (a, b) مثبت باشد و $x = c$ که c در این بازه است) ریشهٔ مخرج f' باشد، می‌توانیم بگوییم f در بازه‌های (a, c) و (c, b) صعودی اکید است، ولی در بازه (a, b) غیر یکنواخت است. ● مثلاً تابع $f(x) = x - \frac{1}{x}$ که مشتق آن $f'(x) = 1 + \frac{1}{x^2}$ می‌شود، با این‌که f' همواره مثبت است، ولی f در بازه‌های $(-\infty, 0)$ و $(0, +\infty)$ یا هر بازه‌ای که شامل صفر نباشد، اکیداً صعودی است و در بازه‌های شامل صفر مثلاً $(-1, 4)$ غیر یکنواخت است.

نقطه بحرانی

نقطهٔ بحرانی: $x = c$ طول نقطهٔ بحرانی تابع f است، اگر $f'(c) = 0$ یا $f'(c)$ موجود نباشد.
 $c \in D_f$

نقاط بحرانی روی نمودار f

نوع نقطه	بعضی حالات ممکن روی شکل	مثال
$f'(a) = 0$	نقاط با مماس افقی	چند جمله‌ای، مثلثاتی
$f'(a)$ موجود نیست.	نقاط ناپیوستگی	براکتی، چندضابطه‌ای
	نقاط گوشه	قدر مطلق چندضابطه‌ای
	نقاط بازگشتی و عطف قائم	رادیکالی

تشخیص نقاط بحرانی f از روی نمودار f'

اسم نقطه	وضعیت نقطه روی f'
محل برخورد f' با محور x ها	مماس افقی



مرورنامه آزمون آزمایشی خیال سبز

حسابان

اسم نقطه	وضعیت نقطه روی f'
(۱) گوشه (مشتق چپ و راست نابرابر)	
(۲) بازگشتی (مشتق یک طرف $+\infty$ و طرف دیگر $-\infty$)	
(۳) عطف قائم (مشتق دو طرف $+\infty$ یا $-\infty$)	

نقاط ناپوستگی f'

پیدا کردن نقاط بحرانی تابع f

روش	توضیح
۱ رسم نمودار	اگر رسم نمودار آن تابع را بلد باشیم، رسمش می کنیم و از روی شکل، نقاط بحرانی را پیدا می کنیم. گام ۱) f' را حساب می کنیم.
۲ مشتق	گام ۲) معادله $f' = 0$ را حل می کنیم. ریشه هایش در صورتی که در D_f باشند، بحرانی اند. گام ۳) نقطه ای که f' در آن ها موجود نیست نیز بحرانی اند. (معروف ترین: ریشه های داخل قدرمطلق در f و ریشه های f').

چند نکته از نقاط بحرانی

نکته	مثال
۱ نقاط ابتدا و انتهای دامنه، بحرانی هستند.	اگر $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ باشد، با توجه به $x = \pm 1, D_f = [-1, 1]$ بحرانی اند.
۲ در توابع به فرم $ g(x) \times h(x) $ ، ریشه های داخل قدر مطلق بحرانی اند. بعد با حذف قدرمطلق، آن را به شکل $g(x)h(x)$ می نویسیم و بقیه بحرانی ها را حساب می کنیم.	اگر $f(x) = x^2 x-2 $ باشد، $x = 2$ که بحرانی است. حالا با حذف قدرمطلق آن را به شکل $y = x^2 - 2x^3$ می نویسیم و داریم: $y' = 2x^2 - 6x^2 = x(2-6x) = 0 \Rightarrow x = 0, \frac{1}{3}$ بحرانی
۳ در توان های گویا (غیر ۰ و ۱)، هر عددی عضو دامنه که پایه را صفر کند، بحرانی است. (بعد با محاسبه $y' = 0$ ، سایر بحرانی ها را پیدا می کنیم)	$y = x(x-2)^{\frac{1}{2}}$ بحرانی $x = 2$

اکسترم نسبی

تعریف اکسترم های نسبی:

تعریف	روی نمودار
max نسبی $x = a$ طول نقطه max نسبی تابع f است. اگر نسبت به نقاط یک همسایگی a ، پایین تر نباشد.	
min نسبی $x = a$ طول نقطه min نسبی تابع f است. اگر نسبت به نقاط یک همسایگی a ، بالاتر نباشد.	

طریقه پیدا کردن اکسترم های نسبی:

روش		توضیح																								
۱	رسم نمودار	اگر رسم نمودار آن تابع را بلد باشیم، رسمش می کنیم و از روی شکل، نقاط اکسترم نسبی را پیدا می کنیم. گام ۱) f' را حساب می کنیم.																								
	مشتق	گام ۲) f' را تعیین علامت می کنیم: <table><tr><td></td><td>-</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>+</td></tr><tr><td>f'</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>f</td><td>↘</td><td>↗</td><td>↘</td><td>↗</td><td>↘</td></tr><tr><td></td><td></td><td>min</td><td></td><td>max</td><td></td></tr></table>		-	+	0	-	+	f'						f	↘	↗	↘	↗	↘			min		max	
			-	+	0	-	+																			
f'																										
f	↘	↗	↘	↗	↘																					
		min		max																						
۲		گام ۳) هر جا علامت f' از + به - رفته بود، max نسبی و هر جا از - به + رفته بود، min نسبی داریم.																								



اگر نقطه (a, b) ، اکسترمم نسبی تابع مشتق پذیر f باشد، آن گاه دو تا معادله داریم:

۱	این نقطه روی تابع قرار دارد.	$f(a) = b$
۲	شیب خط مماس (مشتق) در آن صفر است.	$f'(a) = 0$

در توابع کسری (به فرم $y = \frac{1}{2}$ یا $y = \frac{2}{1}$ درجه ۲ یا $y = \frac{2}{2}$ درجه ۲) که پس از طرفین وسطین کردن یک معادله درجه دوم می‌رسیم. جواب $\Delta = 0$ در این معادله، عرض

نقطه اکسترمم را می‌دهد.

$$y = \frac{x^2}{x+2} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} x^2 - yx - 2y = 0 \xrightarrow{\Delta=0} y^2 + 8y = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ y = -8 \end{cases}$$

مثلاً در تابع $y = \frac{x^2}{x+2}$ داریم:

یعنی مقدار اکسترمم‌های نسبی این تابع، ۰ و -۸ است.

– بازه‌های یکنوایی و اکسترمم‌های نسبی f (از روی نمودار f') –

بازه‌های یکنوایی f	هر جا f' بالای محور x است، f اکیداً صعودی است.
	هر جا f' پایین محور x است، f اکیداً نزولی است.
	هر جا نمودار f' از + به - تغییر علامت دهد، آن نقطه $\max$ نسبی f است.
	هر جا نمودار f' از - به + تغییر علامت دهد، آن نقطه $\min$ نسبی f است.

اکسترمم مطلق

(۱) تعریف اکسترمم‌های مطلق:

تعریف	روی نمودار
اگر نقطه $(a, f(a))$ بالاترین نقطه نمودار f باشد، آن را نقطه $\max$ مطلق f و $f(a)$ را مقدار $\max$ مطلق f می‌نامیم.	
اگر نقطه $(a, f(a))$ پایین‌ترین نقطه نمودار f باشد، آن را نقطه $\min$ مطلق f و $f(a)$ را مقدار $\min$ مطلق f می‌نامیم.	

(۲) طریقه پیدا کردن اکسترمم‌های مطلق در بازه $[a, b]$:

روش	توضیح
۱ رسم نمودار	اگر رسم نمودار آن تابع را بلد باشیم، رسمش می‌کنیم و از روی شکل، نقاط اکسترمم مطلق را پیدا می‌کنیم.
۲ مشتق	گام (۱) ریشه‌های f' در بازه $[a, b]$ را حساب می‌کنیم (معادله $f' = 0$ را حل می‌کنیم). گام (۲) مقدار f را به ازای ریشه‌های f' و به ازای نقاط ابتدا و انتهای بازه حساب می‌کنیم. گام (۳) از بین مقادیر به دست آمده از گام ۲، هر کدام از بقیه بیشتر بود، می‌شود $\max$ مطلق و هر کدام از بقیه کمتر بود، می‌شود $\min$ مطلق.

(۳) پیدا کردن اکسترمم مطلق $f \circ g$ (دو حالت خاص):

یکنوایی f	$f \circ g$ مطلق $\max$	$f \circ g$ مطلق $\min$
۱ اکیداً صعودی	در نقطه $\max$ مطلق g رخ می‌دهد.	در نقطه $\min$ مطلق g رخ می‌دهد.
۲ اکیداً نزولی	در نقطه $\min$ مطلق g رخ می‌دهد.	در نقطه $\max$ مطلق g رخ می‌دهد.

پیدا کردن اکسترمم مطلق $f \circ g$ (در حالت کلی):

گام ۱	برد تابع داخلی (R_g) را حساب می‌کنیم. این برد نقش دامنه را برای تابع بیرونی یعنی f دارد.
گام ۲	پس الان به جای $f \circ g$ ، با تابع $f(x)$ با دامنه R_g طرف هستیم.
گام ۳	نقاط بحرانی تابع f در بازه R_g را پیدا می‌کنیم.
گام ۴	مقدار f را در این نقاط بحرانی را حساب می‌کنیم. بین مقادیر به دست آمده کم‌ترین و بیشترین مقدار به ترتیب مقدار $\min$ و $\max$ مطلق اند.

بهبینه‌سازی

بهبینه‌سازی: در سوالات بهینه‌سازی به دنبال پیدا کردن $\max$ و $\min$ یک تابع هستیم. فقط سختی کار در این است که سؤال مستقیم تابع را به ما نمی‌دهد و باید خودمان با اطلاعاتی که سؤال داده آن تابع را بنویسیم.



مرورنامه آزمون آزمایشی خیل سبز

حسابان

گام‌های حل بهینه‌سازی را در زیر می‌بینید:

اسم مختصر گام	توضیح
۱ شکل	رسم شکل مناسب و وارد کردن متغیرها روی شکل (در صورتی که نیاز باشد).
۲ رابطه	رابطه بین دو متغیر را می‌نویسیم.
۳ یکی بر حسب دیگری	یکی از متغیرها را بر حسب دیگری می‌نویسیم. (بعضی وقت‌ها مهمه که کدوم رو بر حسب اون یکی بنویسیم).
۴ تابع‌نویسی	تابع مورد نظر (چیزی که قرار است بهینه شود) را می‌نویسیم.
۵ $f' = 0$	از تابع مشتق می‌گیریم و ریشه‌هایش را پیدا می‌کنیم.
۶ پیدا کردن اکسترمم	ریشه‌های به دست آمده از گام ۵ را در تابع قرار می‌دهیم، مقدار به دست آمده همان اکسترمم مورد نظر است.

فرمول‌هایی در مسائل بهینه‌سازی به آن‌ها نیاز داریم:

هندسه	استوانه	کره	مخروط
	$S_{\text{ج}} = 2\pi rh$ $S_{\text{ج}} = 2\pi rh + 2\pi r^2$ $V = \pi r^2 h$	$S = 4\pi r^2$ $V = \frac{4}{3}\pi r^3$	$S_{\text{ج}} = \pi r l$ $S_{\text{ج}} = \pi r l + \pi r^2$ $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$
فاصله	فاصله دو نقطه		
	فاصله نقطه (x, y) از خط $ax + by + c = 0$		
	$\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$ $\frac{ ax_0 + by_0 + c }{\sqrt{a^2 + b^2}}$		

نکات مهم بهینه‌سازی:

رابطه‌ای که داریم	دنبال ماکزیمم چی هستیم؟	کی max می‌شود؟
$ax + by = c$	xy	ax و by سهم یکسانی از c ببرند (هر کدام $\frac{c}{2}$ باشند)
مثال: اگر $2x + 3y = 24$ باشد برای آن که xy ماکزیمم شود، باید $2x = 12$ و $3y = 12$ باشد.		
$ax + by = c$	$x^n y^m$	ax و by به نسبت m و n از c سهم ببرند.
مثال: اگر $2x + 3y = 24$ باشد، برای آن که $x^2 y$ ماکزیمم شود، باید $2x$ و $3y$ به ترتیب ۳ و ۱ سهم از ۲۴ ببرند. که به ترتیب ۱۸ و ۶ می‌شود: $2x = 18$ و $3y = 6$.		

اگر ضرب دو عدد مثبت مقدار ثابتی باشد، جمعشان زمانی min می‌شود که با هم برابر باشند.

مثلاً min عبارت $x + \frac{9}{x}$ (به ازای $x > 0$) را می‌خواهیم. چون ضرب x و $\frac{9}{x}$ مقدار ثابتی می‌شود (۹ می‌شه)، پس برای آن که جمعشان min باشد، باید $x = \frac{9}{x}$ یا $x = 3$ باشد.

پس min جمعشان برابر با $6 + 3 = 9$ است.

هندسه

پایه یازدهم

فصل سوم: روابط طولی در مثلث

قضیه سینوس‌ها

شکل	رابطه
	$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$



روابط مربوط به شعاع دایره محیطی و محاطی مثلث

شعاع دایره محیطی مثلث	شعاع دایره محاطی مثلث
$R = \frac{abc}{4S}$	$r = \frac{S}{p}$
$R = \frac{a}{2 \sin A} = \frac{b}{2 \sin B} = \frac{c}{2 \sin C}$	$\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r}$

- قضیه کسینوس ها -

شکل	رابطه
	$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$ $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

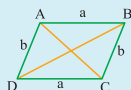
تشخیص نوع مثلث

یکی از نتایج قضیه کسینوس ها رابطه $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$ می باشد که با توجه به آن داریم:

مثلث متفرجه الزاویه	مثلث قائم الزاویه	مثلث حاده الزاویه
$\hat{A} > 90^\circ \Rightarrow \cos \hat{A} < 0$	$\hat{A} = 90^\circ \Rightarrow \cos \hat{A} = 0$	$\hat{A} < 90^\circ \Rightarrow \cos \hat{A} > 0$
$a^2 > b^2 + c^2$	$a^2 = b^2 + c^2$	$a^2 < b^2 + c^2$

نکته

با توجه به قضیه کسینوس ها در متوازی الاضلاع ABCD داریم:



$$AC^2 + BD^2 = 2(a^2 + b^2)$$

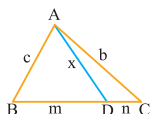
رابطه طول میانه

شکل	رابطه ها
	$b^2 + c^2 = \frac{a^2}{3} + 3m_a^2$ $a^2 + c^2 = \frac{b^2}{3} + 3m_b^2$ $a^2 + b^2 = \frac{c^2}{3} + 3m_c^2$ $m_a^2 + m_b^2 + m_c^2 = \frac{3}{4}(a^2 + b^2 + c^2)$

قضیه استوارت

اگر AD یک پاره خط دخواه درون مثلث ABC باشد، داریم:

$$x^2 = \frac{mb^2 + nc^2}{m+n} - mn$$



- ضرب داخلی -

$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \vec{b} \cos \theta$	$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$
خواص ضرب داخلی	
$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$	$\vec{a} \cdot \vec{j} = a_y$
$\vec{b} = \vec{c} \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c}$	



مرورنامه آزمون آزمایشی خیل سبز

هندسه

خواص ضرب داخلی		
$\vec{a} \cdot (\vec{b} \pm \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} \pm \vec{a} \cdot \vec{c}$	$\vec{a} \cdot \vec{k} = a_p$	$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c} \not\Rightarrow \vec{b} = \vec{c}$
$\vec{a} \cdot \vec{a} = \vec{a} ^2$	$\vec{i} \cdot \vec{j} = \vec{j} \cdot \vec{k} = \vec{k} \cdot \vec{i} = 0$	$\vec{i} \cdot \vec{i} = \vec{j} \cdot \vec{j} = \vec{k} \cdot \vec{k} = 1$
$\vec{a} \cdot \vec{i} = a_1$	$(m\vec{a}) \cdot \vec{b} = m(\vec{a} \cdot \vec{b}) = \vec{a} \cdot (m\vec{b})$	$\vec{a} \cdot (\vec{b} \cdot \vec{c}) \neq (\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{c}$

– روابط مهم در ضرب داخلی –

نامساوی کوشی – شوارتز	زاویه بردار با محور	اتحاد
	محور X $\cos \alpha = \frac{a_1}{ \vec{a} }$	
	محور Y $\cos \beta = \frac{a_2}{ \vec{a} }$	
	محور Z $\cos \gamma = \frac{a_3}{ \vec{a} }$	
$ \vec{a} \cdot \vec{b} \leq \vec{a} \vec{b} $ $(a_1^2 + a_2^2 + a_3^2)(b_1^2 + b_2^2 + b_3^2) \geq (a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3)^2$		$ \vec{a} + \vec{b} ^2 = \vec{a} ^2 + \vec{b} ^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b}$ $ \vec{a} - \vec{b} ^2 = \vec{a} ^2 + \vec{b} ^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b}$

اندازه بردار تصویر	بردار تصویر بردار $\vec{a}$ بر بردار $\vec{b}$
$ \vec{a}' = \frac{ \vec{a} \cdot \vec{b} }{ \vec{b} }$	$\vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{b} ^2} \times \vec{b}$

ریاضیات گسسته و آمار و احتمال

شمارش

۱ اصل جمع و اصل ضرب

اصل	تعریف	حرف ربط
جمع	اگر بتوان کار ۱ را به m_1 روش، کار ۲ را به m_2 روش، کار ۳ را به m_3 روش و ... انجام داد و این کارها را نتوان با هم انجام داد، در این صورت به $m_1 + m_2 + m_3 + \dots$ روش می‌توان کار ۱ یا کار ۲ یا کار ۳ یا ... را انجام داد.	یا
ضرب	اگر کاری در چند مرحله انجام شود به طوری که مرحله اول به m_1 روش و مرحله دوم به m_2 روش و ... انجام‌پذیر باشد، کل آن کار به $m_1 \times m_2 \times \dots$ روش می‌توان انجام داد.	و

۲ در حل سؤالات مربوط به اصل ضرب، با خانه‌ای شروع می‌کنیم که محدودیت بیشتری دارد. مثلاً وقتی بخواهیم «تعداد اعداد ۳ رقمی بدون تکرار که با ارقام صفر تا ۶ می‌توان نوشت» را حساب کنیم، با خانه «صدگان» شروع می‌کنیم که محدودیت دارد (صفر نباید باشد).

۳ بعضی وقت‌ها باید مسئله را به چند قسمت تفکیک کنیم. حالت‌های هر قسمت را به کمک اصل ضرب یا ... حساب کنیم.

سپس تعداد حالت‌های تمام قسمت‌ها را با هم جمع کنیم:

$$\Rightarrow \text{تعداد کل حالات} = n_1 + n_2 + n_3 + \dots$$



چند تیپ مهم سؤالات این مدلی را ببینید:

سؤال	مثال	حالت‌ها	جواب
۱ تعداد حالات رفتن از A به D		مسیر A به B به D مسیر A به C به D مجموع	$3 \times 2 = 6$ $2 \times 4 = 8$ $6 + 8 = 14$
۲ تعداد اعداد ۳ رقمی زوج (بدون تکرار)	با ارقام ۶, ۵, ۴, ۳, ۲, ۱, ۰	یکان صفر باشد. یکان ۲ یا ۴ یا ۶ باشد. مجموع	$\frac{5}{3} \times \frac{4}{2} \times \frac{1}{1} = 20$ $\frac{4}{2} \times \frac{4}{2} \times \frac{2}{1} = 48$ $20 + 48 = 68$

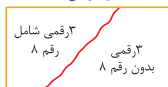


سؤال	مثال	حالت‌ها	جواب
۳ تعداد اعداد ۳ رقمی مضرب ۵ (بدون تکرار)	با ارقام ۰, ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶	یکان صفر باشد. یکان ۵ باشد. مجموع	$\frac{5}{5} \times \frac{4}{4} \times \frac{1}{1} = 20$ $\frac{4}{5} \times \frac{4}{4} \times \frac{1}{1} = 16$ $20 + 16 = 36$

۴ اصل متمم: جملات « عدد ۳ رقمی شامل رقم ۸ باشد » و « عدد ۳ رقمی شامل رقم ۸ نباشد » را در نظر بگیرید.
جمله ۱ جمله ۲

حساب کردن مستقیم تعداد حالات جمله ۱، کار دشواری است ولی شمردن مستقیم تعداد حالات جمله ۲ آسان است. از طرفی مجموع این دو حالت برابر با کل اعداد ۳ رقمی می‌شود:

کل ۳ رقمی‌ها



این‌چنین مواقع اگر تعداد حالات جمله را خواستند، تعداد کل ۳ رقمی‌ها و تعداد ۳ رقمی‌های بدون رقم ۸ را حساب می‌کنیم و از هم کم می‌کنیم:

= (تعداد ۳ رقمی‌های بدون رقم ۸) - (تعداد کل ۳ رقمی‌ها) = تعداد ۳ رقمی‌های شامل رقم ۸

$$9 \times 10 \times 10 - 9 \times 9 \times 9 = 342$$

تذکر هر وقت در سؤال، واژه « حداقل » یا « حداکثر » دیدید به احتمال زیاد سؤال با اصل متمم حل می‌شود.

۵ فاکتوریل

تعریف	حاصل ضرب اعداد طبیعی متوالی از ۱ تا n را با n! نشان می‌دهیم: $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n = n!$
مقادیر: $0! = 1$, $1! = 1$, $2! = 2$, $3! = 6$, $4! = 24$, $5! = 120$, $6! = 720$	
بازکردن: $n! = n \times (n-1)! = n \times (n-1) \times (n-2)! = \dots$	

۶ چند تپ سؤال مهم در جایگشت با مثال

تپ سؤال	مثال	جواب
فلان جا باشد یا فلان جا نباشد.	در جایگشت از حروف کلمه alish، حرف اول s است و حرف آخر i نیست؟	$\frac{1}{1} \times \frac{3}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{5} = 18$ ترتیب برگردن
چند چیز کنار هم باشند.	۶ نفر می‌خواهند کنار هم قرار بگیرند. در چند حالت علی، راستین و ایمان کنار هم هستند؟	A, B, C, ایمان, راستین, علی و بسته جواب: $4! \times 3!$ داخل بسته C, B, A بسته
چند چیز با ترتیب خاصی کنار هم باشند.	در چند جایگشت از حروف کلمه shomal عبارت mos وجود دارد؟	mos, h, a, l جواب: $4! \times 3!$ داخل بسته l, a, h بسته
n جنس نوع A و n جنس نوع B یکی در میان باشند.	به چند طریق می‌توان ۳ مهندس و ۳ دکتر را کنار هم قرار داد به طوری که همکارها کنار هم نباشند؟	$\frac{3}{3} \times \frac{2}{2} \times \frac{3}{3} \times \frac{2}{2} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1}$ جواب: $3! \times 3! \times 2$ شروع با دکتر یا مهندس
n+1 جنس نوع A و n جنس نوع B یکی در میان باشند.	به چند طریق می‌توان ۴ مهندس و ۳ دکتر را کنار هم قرار داد به طوری که همکارها کنار هم نباشند؟	$\frac{4}{4} \times \frac{3}{3} \times \frac{3}{3} \times \frac{2}{2} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1}$ جواب: $4! \times 3!$

۷ فرق جایگشت و تبدیل

جایگشت	تعریف	رابطه
n شیء داریم و می‌خواهیم با آن‌ها صف n نفره تشکیل دهیم.		$n!$
n شیء داریم و می‌خواهیم با آن‌ها صف n نفره تشکیل دهیم.		$p(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$



۸ جایگشت با تکرار و جایگشت دوری

مثال	توضیح	جایگشت با تکرار
تعداد حالات قرار گرفتن حروف کلمه $azadiiii$ کنار هم کل حروف $7!$ $3! \times 2!$ تعداد a تعداد i	فرض کنید در کل n شیء داریم که n_1 تای آن‌ها از یک نوع، n_2 تای آن‌ها هم از نوعی دیگر و ... باشند. در این صورت تعداد حالات قرارگرفتن آن‌ها کنار هم برابر است با: $\frac{n!}{n_1! \times n_2! \times \dots}$	جایگشت دوری
تعداد حالات قرارگرفتن ۶ نفر دور یک میز گرد برابر با ۵! یعنی ۱۲۰ است.	تعداد حالات قرارگرفتن n شیء دور یک میز گرد برابر با $(n-1)!$ است.	

۹ تعداد حالت‌های انتخاب (ترکیب) r شیء از بین n شیء متمایز که ترتیب قرارگرفتن آن‌ها برایمان مهم نیست را با $C(n, r)$ یا C_r^n یا $\binom{n}{r}$ نشان می‌دهیم و برابر است با:

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

۱۰ چند تپ سوال مهم در ترکیب با مثال

تپ	مثال	جواب
بدون شرط (ساده‌ترین)	به چند طریق می‌توان از بین ۸ نفر یک گروه ۳ نفره ساخت؟	$\binom{8}{3}$
یکی باشد	به چند طریق می‌توان با ۸ نفر یک گروه ۳ نفره ساخت به طوری که علی در گروه باشد؟	$\binom{8-1}{3-1} = \binom{7}{2}$
یکی نباشد	به چند طریق می‌توان با ۸ نفر یک گروه ۳ نفره ساخت به طوری که ایمان در گروه نباشد؟	$\binom{8-1}{3} = \binom{7}{3}$
یکی باشد و یکی نباشد	به چند طریق می‌توان با ۸ نفر یک گروه ۳ نفره ساخت به طوری که علی در گروه باشد ولی ایمان نباشد؟	ایمان علی $\binom{8-1-1}{3-1} = \binom{6}{2}$ علی انتخاب شد.
تشکیل چند گروه	به چند طریق می‌توان ۸ نفر را به گروه‌های ۲، ۳ و ۳ نفری تقسیم کرد؟	$\binom{8}{2} \times \binom{6}{3} \times \binom{3}{3}$
انتخاب از بین چند گروه	به چند طریق می‌توان از بین ۴ مهندس و ۵ پزشک، ۲ مهندس و ۲ پزشک انتخاب کرد؟	$\binom{4}{2} \times \binom{5}{2}$
حالت‌بندی	به چند طریق می‌توان از بین ۴ مهندس و ۵ پزشک، یک گروه ۴ نفره انتخاب کرد که حداقل ۳ پزشک در آن باشد.	یا $\binom{5}{3} \times \binom{4}{1} + \binom{5}{4}$ پزشک ۱ مهندس و ۳ پزشک

۱۱ تعداد زیرمجموعه

۱	تعداد زیرمجموعه‌های k عضوی یک مجموعه n عضوی برابر با $\binom{n}{k}$ است.
۲	تعداد کل زیرمجموعه‌های یک مجموعه n عضوی برابر با 2^n است، پس: $\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n} = 2^n$

۱۲ بعضی تپ سوال‌های مهم در زیرمجموعه

تپ	مثال	جواب
بدون شرط	تعداد زیرمجموعه‌های ۶ عضوی مجموعه $\{1, 2, \dots, 10\}$ کدام است؟	$\binom{10}{6}$
بعضی‌ها باشند.	در چند زیرمجموعه ۶ عضوی از مجموعه $\{1, 2, \dots, 10\}$ ، عدد ۲ وجود دارد؟	$\binom{10-1}{6-1} = \binom{9}{5}$



تیب	مثال	جواب
بعضی‌ها نباشند.	در چند زیرمجموعهٔ ۶ عضوی از مجموعهٔ $\{1, 2, \dots, 10\}$ ، اعداد ۷ و ۸ و ۹ وجود ندارند؟	$\binom{10-3}{6} = \binom{7}{6}$
بعضی‌ها باشند و بعضی‌ها نباشند.	در چند زیرمجموعهٔ ۶ عضوی از مجموعهٔ $\{1, 2, \dots, 10\}$ ، اعداد ۲ و ۳ وجود دارند ولی ۵ وجود ندارد؟	$\binom{10-2-1}{6-2} = \binom{7}{4}$
حداقل تعداد عضو	مجموعهٔ $\{1, 2, \dots, 10\}$ چند زیرمجموعهٔ حداقل ۳ عضو دارد؟	$\binom{10}{0} + \binom{10}{1} + \binom{10}{2} + \binom{10}{3}$
استفاده از اصل ضرب	مجموعهٔ $\{1, 2, \dots, 9\}$ چند زیرمجموعهٔ ۵ عضوی دارد که ۳ عضو آن فرد و ۲ عضو آن زوج باشد؟	$\binom{5}{3} \times \binom{4}{2}$

۱۳ مقایسهٔ تبدیل و ترکیب

$C(n, r)$	$P(n, r)$	
ترکیب (انتخاب) r شی از n شی	جایگشت r شیء از n شیء	چی می‌خوانیم.
تشکیل گروه r نفره با n نفر	تشکیل صف r نفره با n نفر	تعریف
است.	نیست.	محل قرارگرفتن افراد در آن مهم ...
$C_r^n, \binom{n}{r}$	P_r^n	نمادهای دیگر
$C(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!r!}$	$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$	فرمول
$\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$	$\binom{n}{1} = \binom{n}{n-1} = n$	روابط پرستفاده
$\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$	$P(n, 1) = n$	رابطهٔ بین C و P
$p(n, r) = C(n, r) \times r!$	$P(n, r) = n(n-1) \dots (n-r+1)$	

۱۴ دو تساوی مهم در ترکیب

مثال	رابطه	
$\binom{10}{3} = \binom{10}{7}$	$\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$	۱
$\binom{10}{3} + \binom{10}{4} = \binom{11}{4}$	$\binom{n}{r} + \binom{n}{r+1} = \binom{n+1}{r+1}$	۲

معادلهٔ خطی ضرایب واحد

در معادلهٔ $x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$ تعداد جواب‌ها را با شرط‌های زیر یاد می‌گیریم:جواب صحیح و نامنفی ($x_i \geq 0$)

$$\binom{n+k-1}{k-1}$$

جواب طبیعی ($x_i > 0$)

$$\binom{n-1}{k-1}$$

جواب با شرط $x_1 \geq a_1$

$$\binom{n-a_1+k-1}{k-1}$$

نکات مهم

۱ اگر مجهولی ضریب یا توان داشته باشد، آن را از معادله جدا و تمام مقادیرش را جای‌گذاری می‌کنیم. مثلاً در معادلهٔ $x_1 + x_2 + 2x_3 = 20$.مجهول x_3 فقط ۰ و ۱ و ۲ است و ۴ معادلهٔ ۱۲ یا ۱۸ یا $x_1 + x_2 = 20$ را بررسی می‌کنیم.۲ تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادلهٔ $x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$ با شرط $x_1 < a_1$ برابر است با تعداد کل جواب‌های صحیح و نامنفی منهای تعداد جواب‌های مردود که در آن‌ها $x_1 \geq a_1$ است.۳ تعداد جواب‌های حسابی نامعادلهٔ خطی $x_1 + x_2 + \dots + x_k \leq n$ با تعداد جواب‌های حسابی معادلهٔ $x_1 + x_2 + \dots + x_k + x_{k+1} = n$ برابر است؛ یعنی یک مجهول اضافه کرده و نامعادله را به معادله تبدیل می‌کنیم.



مرورنامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

گسسته

جایگشت با تکرار

اگر n شیء متمایز در کنار هم قرار گیرند $n!$ حالت داریم.

اگر n_1 تا از آن‌ها یکسان باشند، تعداد جایگشت‌ها $\frac{n!}{n_1!}$ خواهد بود.

$$a, b, c, d, e, f \Rightarrow 6!$$

$$a, b, c, d, d, d \Rightarrow \frac{6!}{3!}$$

مثال

$$a, b, b, c, c, c \Rightarrow \frac{6!}{2!3!}$$

$$\Rightarrow \frac{9!}{2!3!2!2!} \text{ کمال الملک}$$

ا م ل ک

شمارش افزایشی

اگر n نفر در اتاق‌های $n_1, n_2, \dots, n_r$ نفری قرار گیرند تعداد حالت‌ها برابر است با: $\frac{n!}{n_1!n_2! \dots}$

اگر در بین n_i ها تکراری باشد بر «تکراری فاکتوریل» تقسیم می‌شود.

۶ نفر در اتاق‌های ۱ و ۵ تختی:

$$\frac{6!}{1!5!}$$

$$\frac{6!}{3!3!2!} \text{ تکرار}$$

$$\frac{6!}{2!2!2!1!1!1!}$$

۶ نفر در ۲ اتاق ۳ تختی:

۶ نفر در اتاق‌های ۱ و ۲ و ۳ تختی:

تعریف

یک جدول مربعی از اعداد ۱ و ۲ و ... تا n به شکل یک مربع $n \times n$ که سطرها و ستون‌های آن با اعداد ۱ و ۲ و ... تا n پر شده باشد و در هیچ سطر آن و نیز در هیچ ستون آن عدد تکراری وجود نداشته باشد، مربع لاتین می‌نامیم.

دو مربع لاتین متعامد:

فرض کنید A و B دو مربع لاتین هم‌مرتبه باشند، به طوری که از کنار هم قرار گرفتن درایه‌های نظیر از این دو مربع، مربع جدیدی از همان مرتبه حاصل شود که هر خانه حاوی یک عدد دورقمی است که تمام رقم‌های سمت چپ مربوط به مربع A و تمام رقم‌های سمت راست مربوط به مربع B است و (یا برعکس). در این صورت گوییم دو مربع لاتین A و B متعامدند. هر گاه هیچ‌یک از اعداد دورقمی موجود در خانه‌های مربع جدید تکرار نشده باشند.

مثالی از دو مربع لاتین و متعامد A و B :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 & 1 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 22 & 33 & 44 & 11 \\ 34 & 31 & 12 & 43 \\ 41 & 14 & 22 & 32 \\ 13 & 42 & 31 & 24 \end{bmatrix}$$

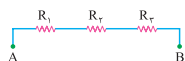
فیزیک

پایه یازدهم

بخش ۴: ترکیب مقاومت‌ها

الف) مقاومت‌های متوالی (سری)

دو مقاومت متوالی اند، اگر یک سر مشترک داشته باشند و از این سر مشترک انشعاب مفید دیگری خارج نشود.



نکته

کلید باز، سیمی که به نقطه دیگر مدار متصل نیست، ولت‌سنج آرمانی و خازن پرشده انشعاب مفید محسوب نمی‌شوند. در شکل مقابل مقاومت‌ها متوالی‌اند.



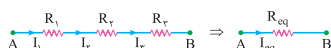
جریان الکتریکی: $I_1 = I_2 = I_3 = I_{eq}$

توان مصرفی: $P_1 + P_2 + P_3 = P_{eq}$

اختلاف پتانسیل: $V_1 + V_2 + V_3 = V_{eq} = V_{AB}$

مقاومت الکتریکی: $R_1 + R_2 + R_3 = R_{eq}$

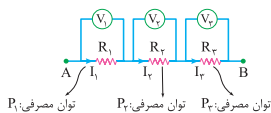
رابطه بین مقاومت‌های متوالی و معادلشان



مرورنامه آزمون آزمایشی خیلی سبز



روابط بین چند مقاومت متوالی

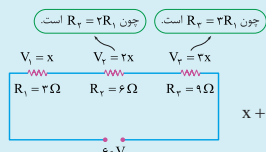


$$V \propto R \Rightarrow \text{مثلاً: } \frac{V_2}{V_1} = \frac{R_2}{R_1}$$

$$P \propto R \Rightarrow \text{مثلاً: } \frac{P_2}{P_1} = \frac{R_2}{R_1}$$

نکته

برای تقسیم ولتاژ بین چند مقاومت متوالی، ولتاژ مقاومت کوچکتر را X می‌گیریم و ولتاژ مقاومت‌های دیگر را برحسب X به دست می‌آوریم؛ سپس به کمک داشتن ولتاژ دو سر مجموعه مقاومت‌ها، X را به دست می‌آوریم. اگر از میان چند لامپ سری، یکی بسوزد، سایر لامپ‌ها خاموش می‌شوند (مدار قطع می‌شود).

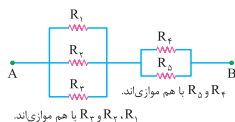


$$x + 2x + 3x = 6 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow \begin{cases} V_1 = 1 \text{ V} \\ V_2 = 2 \text{ V} \\ V_3 = 3 \text{ V} \end{cases}$$

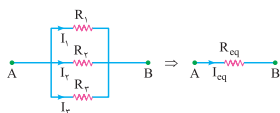
مقاومت معادل چند مقاومت متوالی از تک‌تک آن‌ها بزرگ‌تر است. $R_{eq} = nR$ اگر n مقاومت R اهمی، متوالی باشند.

(ب) مقاومت‌های موازی

دو مقاومت موازی‌اند، اگر دوسرشان به هم وصل باشد.



رابطه بین مقاومت‌های موازی و معادلشان



اختلاف پتانسیل: $V_1 = V_2 = V_3 = V_{eq} = V_{AB}$

توان مصرفی: $P_1 + P_2 + P_3 = P_{eq}$

جریان الکتریکی: $I_1 + I_2 + I_3 = I_{eq}$

مقاومت الکتریکی: $\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{R_{eq}}$

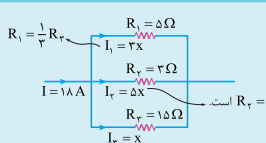
رابطه بین چند مقاومت موازی

$$I \propto \frac{1}{R} \Rightarrow \text{مثلاً: } \frac{I_2}{I_1} = \frac{R_1}{R_2}$$

$$P \propto \frac{1}{R} \Rightarrow \text{مثلاً: } \frac{P_2}{P_1} = \frac{R_1}{R_2}$$

نکته

۱ برای تقسیم جریان بین چند مقاومت موازی، جریان عبوری از مقاومت بزرگتر را X در نظر می‌گیریم و جریان عبوری از مقاومت‌های دیگر را برحسب X به دست می‌آوریم؛ سپس به کمک داشتن جریان کل (مجموع جریان‌ها)، X را حساب می‌کنیم.



$$3x + x + 5x = 18 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow \begin{cases} I_1 = 3 \text{ A} \\ I_2 = 5 \text{ A} \\ I_3 = 10 \text{ A} \end{cases}$$

۲ اگر از میان چند لامپ موازی، یکی بسوزد، سایر لامپ‌ها خاموش نمی‌شوند (مدار قطع نمی‌شود).

۳ مقاومت معادل چند مقاومت موازی از تک‌تک آن‌ها کوچک‌تر است.

۴ اگر n مقاومت R اهمی، موازی باشند:

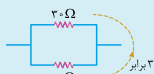
۵ اگر مقاومت‌های R_1 و R_2 موازی باشند:

۶ اگر از دو مقاومت موازی، یکی مضربی از دیگری باشد، مقاومت معادل برابر است با مضرب ۱+ مقاومت بزرگتر.

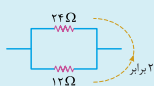
$$R_{eq} = \frac{R}{n}$$

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \text{ضرب جمع}$$

$$R_{eq} = \frac{R}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}}$$

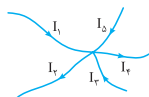


$$R_{eq} = \frac{30 \times 10}{30 + 10} = \frac{300}{40} = 7.5 \Omega$$



$$R_{eq} = \frac{24 \times 12}{24 + 12} = \frac{288}{36} = 8 \Omega$$

قاعده انشعاب

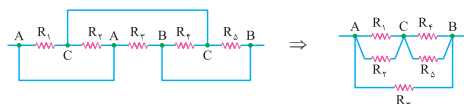


$$\vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \vec{I}_3 = \vec{I}_4 + \vec{I}_5 + \vec{I}_6$$

مجموع جریان‌های خروجی از نقطه انشعاب = مجموع جریان‌های ورودی به هر نقطه انشعاب

تذکر قاعده انشعاب: نتیجه‌ای از اصل پایستگی بار الکتریکی

روش نقطه‌گذاری

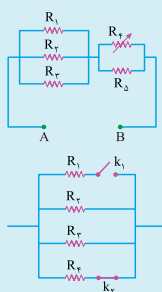


انشعاب‌های مدار داده‌شده را نام‌گذاری می‌کنیم (C, B, A) و به کمک این نقاط مدار ساده‌شده را رسم می‌کنیم.

تذکر

- 1) انشعاب‌هایی که با سیم بدون مقاومت به هم وصل‌اند، اسم یکسانی دارند.
- 2) در مدار داده‌شده به این توجه می‌کنیم که دو سر هر مقاومت به چه نقاطی متصل است و در مدار جدید هم بین همان دو نقطه رسم می‌کنیم.

نکته



1) اگر مقدار یکی از مقاومت‌های مدار افزایش (یا کاهش) یابد، مقاومت معادل مدار حتماً افزایش (یا کاهش) می‌یابد.

$$R_T: \uparrow \Rightarrow R_{eq}: \uparrow$$

$$R_T: \downarrow \Rightarrow R_{eq}: \downarrow$$

2) اگر {به} چند مقاومت موازی، یک مقاومت موازی دیگر {اضافه} {کم} شود، مقاومت معادل {کاهش} {افزایش} می‌یابد.

$$k_1 \text{ کلید وصل} \Rightarrow R_{eq}: \downarrow$$

$$k_2 \text{ کلید قطع} \Rightarrow R_{eq}: \uparrow$$

نکته

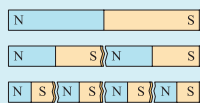
فیوز: قطعه‌ای در مدار که اگر جریان عبوری از آن از حد معینی بیشتر باشد، مدار را قطع می‌کند. جریان بیشینه عبوری از هر فیوز مقدار معینی است؛ مثلاً اگر جریان عبوری از یک فیوز ۱۵ A، بیشتر از ۱۵ A شود، فیوز مدار را قطع می‌کند.

مغناطیس

– آهنربا و قطب‌های مغناطیسی –

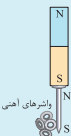
آهنربا، به موادی که خاصیت مغناطیسی دارند گفته می‌شود. (مانند مگنتیت Fe_3O_4)

نکته

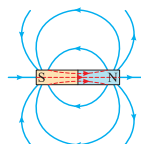


آهنربا دارای دو قطب N و S است و تک‌قطبی مغناطیسی نداریم.

نکته



در پدیده القای مغناطیسی، همیشه جسم القا شونده (جسم آهنی) جذب جسم القا کننده (آهنربا) می‌شود.



– ویژگی خطوط میدان مغناطیسی –

1) در خارج آهنربا: از قطب N خارج و به قطب S وارد می‌شوند.

در داخل آهنربا: از قطب S به قطب N

2) هر یک از این خطوط یک حلقه بسته را تشکیل می‌دهند.

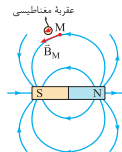
مرورنامه آزمون آزمایشی خیلی سبز



۳ هر چه تراکم (میزان فشردگی) خطوط در یک ناحیه بیشتر → اندازه میدان در آن ناحیه بزرگ‌تر

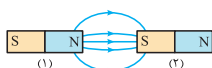


۴ بردار میدان مغناطیسی در هر نقطه → مماس بر خط میدان مغناطیسی عبوری از آن نقطه و هم‌جهت با آن → هم‌جهت با عقربه مغناطیسی قرار گرفته در آن نقطه

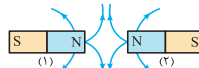


۵ هرگز یکدیگر را قطع نمی‌کنند (از هر نقطه فقط یک خط میدان می‌گذرد).

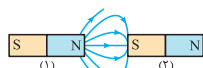
خطوط میدان مغناطیسی در اطراف دو آهنربای مجاور هم



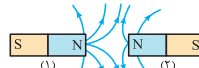
(الف) دو آهنربای یکسان



(ب) دو آهنربای یکسان

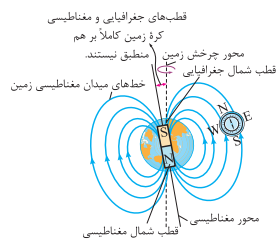


(پ) آهنربای (۱) قوی‌تر از آهنربای (۲)



(ت) آهنربای (۱) قوی‌تر از آهنربای (۲)

– میدان مغناطیسی زمین –

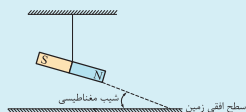


نکته

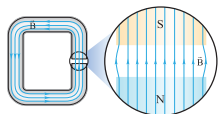
خطوط میدان مغناطیسی زمین از قطب جنوب جغرافیایی خارج و به قطب شمال جغرافیایی داخل می‌شوند.

نکته

شیب مغناطیسی: زاویه بین یک آهنربا آویزان از سقف با سطح افقی زمین.



– میدان مغناطیسی یگنواخت –

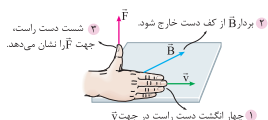


۱ اندازه و جهت میدان مغناطیسی در تمام نقاط یکسان

۲ خطوط میدان مغناطیسی مستقیم، موازی، هم‌جهت و هم‌فاصله

– جهت و اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار متحرک –

قاعده دست راست:



نکته

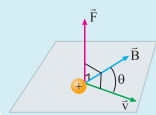
ذره باردار
مثبت → استفاده از دست راست
منفی → استفاده از دست چپ



مرورنامه آزمون آزمایشی خیل سبز

فیزیک

نکته



۱) بردار $\vec{F}$ بر هر دو بردار $\vec{v}$ و $\vec{B}$ عمود است.

۲) زاویه بین $\vec{v}$ و $\vec{B}$ هر مقداری می تواند باشد.

اندازه میدان مغناطیسی (T) اندازه بار الکتریکی (C)

$$F = |q| v B \sin \theta$$

زاویه بین بردارهای $\vec{v}$ و $\vec{B}$
 اندازه سرعت v (m/s) $\vec{v}$
 اندازه نیروی مغناطیسی (N) F

رابطه اندازه نیرو مغناطیسی وارد بر ذره باردار متحرک:

نکته

$$1T = 10^{-4} G$$

فصل پنجم: آشنایی با فیزیک اتمی

فوتون -

نور به صورت مجموعهای از بسته های انرژی به نام فوتون در نظر گرفته می شود.

$$E = hf \quad (E = nhf) \quad \text{انرژی یک فوتون (فوتون ها)}$$

$$h: \text{ثابت پلانک: } 6.63 \times 10^{-34} \text{ J.s}$$

n : تعداد فوتون هم بسامد

(w)

$$P = \frac{E}{t} = \frac{nhf}{t}$$

زمان تابش (n) فوتون (s)

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{|q|} = 1V = \frac{\Delta U}{1.6 \times 10^{-19}} \Rightarrow \Delta U = 1.6 \times 10^{-19} J \Rightarrow 1eV = 1.6 \times 10^{-19} J$$

الکترون ولت (eV)

$$h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J.s} \times \frac{1eV}{1.6 \times 10^{-19} J} \Rightarrow h = 4.14 \times 10^{-15} eV.s$$

ثابت پلانک برحسب الکترون ولت در ثانیه:

نکته

$$\lambda = \frac{v}{f} \xrightarrow{v=c} \lambda = \frac{c}{f} \Rightarrow f = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow E = \frac{hc}{\lambda} \xrightarrow{hc=1240 eV.nm} \frac{1240 (eV.nm)}{\lambda (nm)}$$

نکته

روابط نسبی:

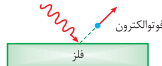
$$\frac{P_r}{P_i} = \frac{n_r}{n_i} \times \frac{f_r}{f_i} \times \frac{t_i}{t_r} \quad \text{یا} \quad \frac{P_r}{P_i} = \frac{n_r}{n_i} \times \frac{\lambda_i}{\lambda_r} \times \frac{t_i}{t_r}$$

انرژی فوتون های
رسیده به سطح (J)

$$I = \frac{E}{At}$$

زمان اندازه گیری (s) مساحت سطح
(m^2)

نور با بسامد مناسب



شدت تابشی نور:

اثر فوتوالکتریک -

با تابش نوری با بسامد مناسب به سطح فلز، الکترون ها از سطح فلز کنده می شوند. این پدیده فوتوالکتریک نام دارد.

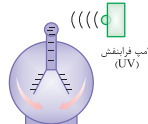
به الکترون های گسیل شده، فوتوالکترئون می گویند.

تابع کار (W_0): کمترین کار (انرژی) لازم برای جدا کردن سست ترین الکترون از سطح فلز

آزمایش فوتوالکتریک در الکتروسکوپ



لامپ معمولی نتوانسته باعث گسیل الکترون شود و تغییری در ورقه ها ایجاد نشده.



نور فرابنفش باعث گسیل تعدادی الکترون شده و ورقه ها به سرعت به هم نزدیک می شوند.



نکته

شرط رخ دادن پدیده فوتوالکتریک: (طول موج آستانه) $\lambda \leq \lambda_0$ یا (بسامد آستانه) $f \geq f_0$ یا $hf \geq W_0$

نکته

- هر الکترون برای گسیل شدن تنها با یک فوتون برهم کنش می کند.
- تابع کار، بسامد آستانه و طول موج آستانه به جنس فلز بستگی دارد.

بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترونها

طبق قانون پایستگی انرژی،

مابقی انرژی فوتون باعث پرت شدن الکترون ها می شود.

$$hf = W_0 + K$$

انرژی مورد نیاز برای گسیل فوتوالکترونها

$$hf = W_0 + K_{\max} \Rightarrow K_{\max} = hf - W_0$$

بسیارترین الکترون بیشترین انرژی را دارد.

معادله فوتوالکتریک

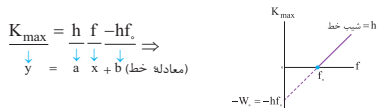
نکته

اگر بسامد نور تابشی n برابر شود، انرژی جنبشی بیشینه فوتوالکترونها از n برابر، بیشتر خواهد شد.

نکته

طول موج آستانه (λ_0)	بسامد آستانه (f_0)
بسیارترین طول موج نور برای گسیل کردن الکترون ها	کمترین بسامد نور برای گسیل کردن الکترون ها
$\lambda_0 = \frac{c}{f_0} = \frac{hc}{W_0}$	$K_{\max} = hf - W_0 \xrightarrow{f=f_0, K_{\max}=0} hf = W_0$
$K_{\max} = hf - hf_0 \xrightarrow{f=\frac{c}{\lambda}} K_{\max} = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda_0}$	$\Rightarrow f_0 = \frac{W_0}{h}$
$\Rightarrow K_{\max} = hc(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0})$	$K_{\max} = hf - hf_0$

نمودار $K_{\max} - f$



نکته

نمودار همه فلزها با هم موازی هستند.



نکته

نتیجه آزمایش	فیزیک جدید (نظریه اینشتین)	فیزیک کلاسیک
تأیید فیزیک جدید	فوتوالکتریک در بسامدهای بیشتر از بسامد آستانه یا برابر با آن رخ می دهد.	فوتوالکتریک با هر بسامدی رخ می دهد.
تأیید فیزیک جدید	بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترونها مستقل از شدت نور تابشی است.	بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترونها به شدت نور وابسته است.

نکته

انرژی فوتون	بسامد نور تابشی	طول موج نور تابشی	اثر فوتوالکتریک	افزایش شدت تابش نور	بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترونها آزاد شده
$E > W_0$	$f > f_0$	$\lambda < \lambda_0$	رخ می دهد.	باعث افزایش فوتون های تابشی و افزایش فوتوالکترونها می شود.	$K_{\max} > 0$
$E = W_0$	$f = f_0$	$\lambda = \lambda_0$	رخ می دهد.	باعث افزایش فوتون های تابشی و افزایش فوتوالکترونها می شود.	$K_{\max} = 0$
$E < W_0$	$f < f_0$	$\lambda > \lambda_0$	رخ نمی دهد.	تأثیری ندارد و الکترون جدا نمی شود.	—

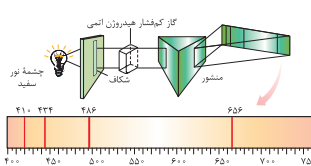


مرورنامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

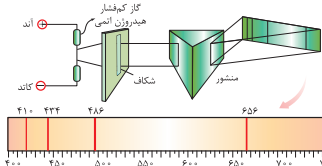
فیزیک

طیف‌های اتمی

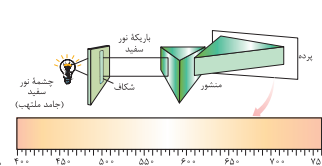
نوع طیف	عامل تولید	علت تشکیل	ویژگی‌های طیف
گسیلی پیوسته	جامدهای ملتهب	برهم کنش قوی بین اتم‌ها	- به دما بستگی دارد اما به جنس جامد بستگی ندارد. - گستره‌اند (تعداد محدود طول موج) - شدت نور خط‌ها یکسان نیست.
گسیلی خطی	گازهای رقیق و کم‌فشار برانگیخته	جهش الکترون‌ها از ترازهای بالا به پایین	برای هر گاز منحصر به فرد است.
جذبی خطی	عبور نور سفید از یک گاز رقیق و کم‌فشار	جهش الکترون‌ها از ترازهای پایین به بالا	- برای هر گاز منحصر به فرد است. - گستره‌اند (تعداد محدود طول موج)



طیف جذبی خطی



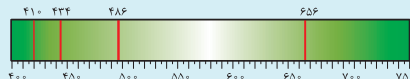
طیف گسیلی خطی



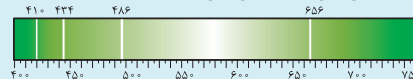
طیف گسیلی پیوسته

نکته

مقایسه طیف گسیلی خطی و طیف جذبی خطی



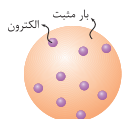
(ب) طیف جذبی گاز هیدروژن اتمی



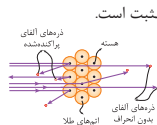
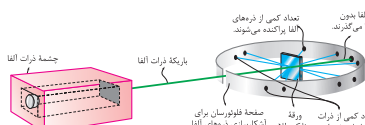
(الف) طیف گسیلی گاز هیدروژن اتمی

طول موج‌های گسیل شده و جذب شده کاملاً بر هم منطبق هستند.

مدل‌های اتمی



- بار مثبت به صورت همگن در اتم پخش است.
- الکترون‌ها در فضای اتم پراکنده هستند.



- (۱) به چگونگی قرار گرفتن الکترون در اتم و هم‌چنین ساکن یا متحرک بودن آن‌ها اشاره‌ای نکرد.
- (۲) قادر به توجیه کردن طیف گستره اتمی نیست.

نکته

انرژی الکترون	شعاع مدار الکترون	بسامد حرکت الکترون	بسامد موج الکترومغناطیسی گسیلی	طول موج موج الکترومغناطیسی گسیلی	نیروی الکتریکی وارد بر الکترون
کاهش	کاهش	افزایش	افزایش	کاهش	افزایش

ناپایداری اتم در مدل رادرفورد را حل کرد.

معادله ریذبرگ برای طیف خطی اتم هیدروژن نتیجه داد.

(۱) مدارها و انرژی‌های الکترون در هر اتم کوانتیده است.

شعاع مدارهای الکترون برای اتم هیدروژن:

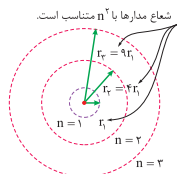
$$r_n = a_0 \cdot n^2$$

شماره مدار

$(n=1)$ کوچک‌ترین شعاع مدار (شعاع بور)

$a_0 = 5/29 \times 10^{-11} \text{ m}$

مرورنامه آزمون آزمایشی خیلی سبز



انرژی الکترون در اتم هیدروژن:

$$E_n = -\frac{13.6 \text{ eV}}{n^2} = -\frac{E_R}{n^2}$$

$$E_1 = -13.6 \text{ eV} \Rightarrow (E_R)$$

$$\frac{E_{n'}}{E_n} = \frac{r_n}{r_{n'}} = \left(\frac{n}{n'}\right)^2$$

(۲) وقتی الکترون در یکی از مدارهای مجاز است، هیچ گونه تابش الکترومغناطیسی ندارد، در این حالت می‌گوییم الکترون در مدار مانا یا حالت مانا قرار دارد.

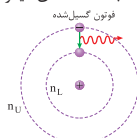
(۳) الکترون می‌تواند از یک حالت مانا به حالت مانای دیگر برود.

انرژی فوتون تابش شده

$$E_U - E_L = hf$$

حالت مانا
حالت مانا
با انرژی کمتر با انرژی بیشتر

$$hf = E_R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right) \quad (\text{معادله گسیل فوتون از اتم})$$

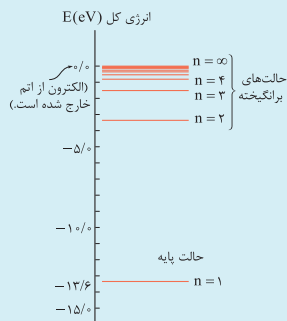


(۱) برای اتم‌هایی با بیش از یک الکترون کارایی ندارد.

(۲) نمی‌تواند شدت نور خط‌های طیف گسیلی را توجیه کند.

نکته

نمودار ترازهای انرژی الکترون برای اتم هیدروژن:



توجه در دمای اتاق، الکترون بیشترین زمان را در حالت پایه دارد.

نکته

طیف خطی هیدروژن شامل ۴ خط در گستره مرئی است.

معادله ریدبرگ

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n' < n)$$

$$R = 1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1} \quad (\text{ثابت ریدبرگ})$$

$$R = \frac{E_R}{hc}$$

نکته

$$\Delta n = 1 \Rightarrow \lambda = \lambda_{\max} \rightarrow E = E_{\min} \quad (\text{الف})$$

$$\Delta n = \infty \Rightarrow \lambda = \lambda_{\min} \rightarrow E = E_{\max} \quad (\text{ب})$$

نکته

تعداد فوتون‌های تابشی در اتم هیدروژن:

خط طیفی nام

$$N = \frac{n(n-1)}{2}$$



مرورنامه آزمون آزمایشی خیال سبز

فیزیک

نام گذاری رشته های طیف خطی هیدروژن:

نام طیف	شماره مدار پایین تر (n') (مدار مقصد)	رابطه ریدبرگ مربوط به رشته	شماره مدار بالاتر (n)	ناحیه طیف
لیمان	۱	$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right)$	۲, ۳, ۴, ...	فرا بنفش
بالمر	۲	$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)$	۳, ۴, ۵, ...	فرا بنفش و مرئی
پاشن	۳	$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right)$	۴, ۵, ۶, ...	فروسرخ
براکت	۴	$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2} \right)$	۵, ۶, ۷, ...	فروسرخ
یفوند	۵	$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2} \right)$	۶, ۷, ۸, ...	فروسرخ

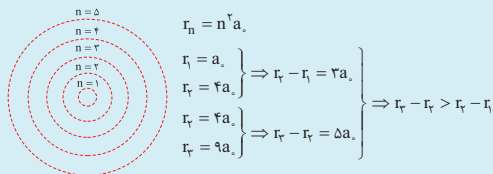
نکته

$$n = n' + k \quad \leftarrow \quad n' \text{ رشته } k$$

انرژی یونش، کمترین انرژی لازم برای خارج کردن الکترون از حالت پایه و بردن آن به بالاترین حالت برانگیخته.

نکته

با افزایش n در اتم هیدروژن، اختلاف فاصله در مدارهای کنار هم بیشتر می شود.



لیزر

الکترون از تراز انرژی بالا به تراز انرژی پایین گذر کند، یک فوتون گسیل می شود.

گسیل القایی	گسیل خود به خودی
با فوتون ورودی، الکترون برانگیخته تحریک می شود تا به تراز انرژی پایین تر برود. $E_U - E_L = \text{انرژی فوتون ورودی}$	فوتون در جهت کانونه های گسیل می شود. $E_U - E_L = hf$ (انرژی فوتون تابش شده)

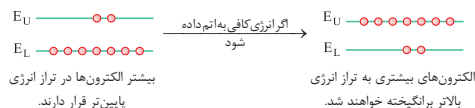
تکات گسیل القایی: هر فوتون ورودی می تواند دو فوتون خارج کند.

فوتون ورودی و فوتون گسیل شده هم بسامد، هم جهت و هم فاز هستند.

لیزر، چشمه نوری که تمامی پرتوهای خروجی از آن با تقریب خوبی با هم موازی هستند.

اساس کار لیزر، گسیل القایی است.

وارونی جمعیت:



$$10^{-8} \text{ s} \xrightarrow{\text{استفاده از ترازهای شبه پایدار در لیزرها}} 10^{-3} \text{ s}$$

زمان محدودی الکترون ها در حالت برانگیخته

زمان محدودی الکترون ها در حالت برانگیخته به کمک شبه ترازها

پایه یازدهم

آنتالپی، همان محتوای انرژی است

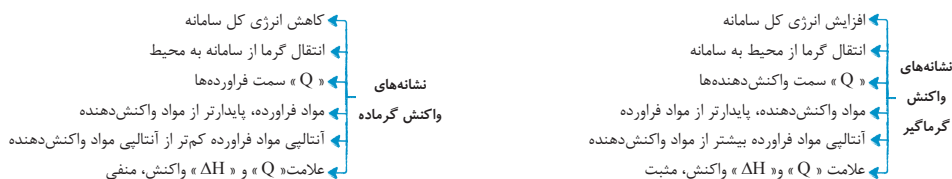
هر نمونه ماده دو نوع انرژی دارد: انرژی جنبشی (گرمایی): جنبش های نامنظم انرژی پتانسیل (شیمیایی): برهم کنش بین ذره ها

● آنتالپی (H) یا محتوای انرژی، انرژی کل سامانه است.

انجام واکنش → تغییر آنتالپی مواد (ΔH) ← مبادله گرما

● تغییر آنتالپی واکنش (ΔH)، هم ارز با گرمای واکنش در فشار ثابت است.

$$Q_p = (\text{مواد واکنش دهنده}) - H - (\text{مواد فراورده}) = H \text{ واکنش } \Delta H$$



ΔH همانند گرمای واکنش در دما و فشار ثابت، به سه عامل وابسته است:

(۱) نوع مواد واکنش دهنده و فراورده

(۲) حالت فیزیکی واکنش دهنده و فراورده

(۳) مقدار واکنش دهنده ها ← ترکیب استوکیومتری و گرمای واکنش

برای حل تست های استوکیومتری و ΔH می توانیم از روش نسبت مولی (یا کسر تناسب) استفاده کنیم و به نسبت های قبل، (...)= $\frac{\text{جرم}}{\text{ضریب مولی}} = \frac{\text{مول}}{\text{ضریب}}$ نسبت را اضافه کنیم.

دقت کنید که q، ΔH باید برحسب یک واحد باشند. (KJ)

q: گرمای مبادله شده در واکنش به ازای مقداری که در مسئله داده شده است.

ΔH: گرمای مبادله شده در واکنش طبق ضرایب استوکیومتری مواد در معادله موازنه شده است.

$$\frac{\text{مول}}{\text{ضریب}} = \frac{\text{تعداد ذره ها}}{\text{تعداد ذره ها}} = \frac{\text{جرم}}{\text{ضریب} \times \text{جرم مولی}} = \frac{\text{لیتر گاز}}{\text{ضریب} \times \text{لیتر گاز (STP)}} = \frac{\text{لیتر گاز}}{\text{ضریب} \times \text{حجم مولی}} = \frac{\text{چگالی} \times \text{لیتر گاز}}{\text{ضریب} \times \text{جرم مولی}} = \frac{M \times V(L)}{\text{ضریب} \times \text{غلظت مولی (L)}}$$

$$\frac{M \times V(\text{mL})}{1000 \times \text{ضریب}} = \frac{q}{\Delta H} \rightarrow (KJ) \quad \frac{q}{\Delta H} \rightarrow (KJ) \quad \frac{q}{\text{جرم}} \rightarrow (KJ)$$

مثال

برای بالا بردن دمای یک قطعه مس به وزن ۲/۵ کیلوگرم از ۲۵°C به ۲۲۵°C، چند کیلوژول گرما لازم است و این مقدار گرما، به تقریب از سوختن کامل چند گرم گاز متان تأمین می شود؟ (ظرفیت گرمایی ویژه مس را برابر با ۰/۳۹۹ J.g⁻¹.°C⁻¹ در نظر بگیرید، گزینه ها را از راست به چپ بخوانید، C=۱۲: g.mol⁻¹، H=۱) (کنکور سراسری علوم تجربی فارغ از کشور (۱۳۹۹))



$$25, 1950 \text{ (۴)}$$

$$25, 1950 \text{ (۳)}$$

$$3/5, 195 \text{ (۲)}$$

$$2/5, 195 \text{ (۱)}$$

پاسخ

قسمت اول: استفاده از رابطه $q = mc\Delta\theta$

اگر در رابطه $q = mc\Delta\theta$ ، m، q را برحسب kg بگیریم q برحسب kJ محاسبه می شود:

$$q = 2/5 \times 0/399 \times (225 - 25) = \frac{10}{4} \times \frac{39}{100} \times 20 = \frac{390}{2} = 195 \text{ kJ}$$

قسمت دوم: استفاده از کسر تناسب های نسبت گرما و نسبت جرم CH_4 :

$$\frac{\text{جرم}}{\text{ضریب} \times \text{جرم مولی}} = \frac{q}{|\Delta H|} \Rightarrow \frac{x}{16 \times 1} = \frac{195}{890} \rightarrow x = \frac{16 \times 195}{890} = \frac{16 \times 390}{890 \times 2} = \frac{1}{89} \times 39 = 3/9 \downarrow = 3/5 \text{ g}$$



مرورنامه آزمون آزمایشی خیل سبز

شیمی

آنتالپی پیوند و میانگین آن

به انرژی لازم برای شکستن یک مول پیوند در حالت گازی و تبدیل آن به دو مول اتم مجزای گازی، آنتالپی پیوند می‌گوییم.

● شکستن پیوند $\leftarrow$ گرماگیر ($\Delta H > 0$)

● تشکیل پیوند $\leftarrow$ گرماده ($\Delta H < 0$)

جدول آنتالپی برخی پیوندها

پیوند	Cl—Cl	Br—Br	I—I	H—F	H—Cl	O=O	N≡N
آنتالپی (kJ mol^{-1})	۲۴۲	۱۹۳	۱۵۱	۵۶۷	۴۳۱	۴۹۵	۹۴۵

● برای پیوندهایی که در مولکول‌های دواتمی وجود دارند، مثل H—H ، N≡N و ... از آنتالپی پیوند و برای پیوندهایی که در مولکول‌های چنداتمی وجود دارند، مانند C—H ، N—H و ... از «میانگین آنتالپی پیوند» استفاده می‌کنیم.

میانگین آنتالپی برخی پیوندها

پیوند	C—O	N—H	O—H	C—C	C=C	C≡C	C=O	N—N	O—O
میانگین آنتالپی (kJ mol^{-1})	۳۸۰	۳۹۱	۴۶۳	۳۴۸	۶۱۴	۸۳۹	۷۹۹	۱۶۳	۱۴۶

۱) مرتبه پیوند (تعداد پیوند بین دو اتم): هر چه مرتبه پیوند بیشتر، میانگین آنتالپی پیوند بیشتر:



۲) شعاع اتم‌ها: به طور کلی، هر چه شعاع اتم‌های تشکیل دهنده پیوند کمتر، آنتالپی پیوند بیشتر:



عوامل مؤثر بر آنتالپی پیوند

روش محاسباتی $\leftarrow$ استفاده از آنتالپی پیوند $\leftarrow$ مناسب برای واکنش‌های گازی

استفاده از قانون هس

روش تجربی $\leftarrow$ استفاده از گرماسنج لیوانی $\leftarrow$ مناسب برای واکنش‌های در حالت محلول

روش‌های تعیین ΔH واکنش

آنتالپی پیوند راهی برای تعیین ΔH واکنش

● شکستن هر نوع پیوند $\leftarrow$ گرماگیر (ΔH مثبت)

● تشکیل هر نوع پیوند $\leftarrow$ گرماده (ΔH منفی)

[مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده] - [مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش دهنده] = واکنش ΔH

مثال اگر آنتالپی پیوندهای H—H ، N—N ، N—H و $\text{N}\equiv\text{N}$ با یکای کیلوژول بر مول، به ترتیب برابر ۴۳۵، ۳۸۹، ۱۵۹ و ۹۴۱ باشد، مطابق واکنش:



(کنکور سراسری ریاضی و فیزیک قاجار از کشور (۱۳۹۹))

(۴) ۴۸۰۰

(۳) ۳۶۰۰

(۲) ۲۴۰۰

(۱) ۱۲۰۰

پاسخ مرحله اول: محاسبه ΔH واکنش: پیوندهای سمت چپ با علامت مثبت، پیوندهای سمت راست با علامت منفی

$$\Delta H = (2\text{N}\equiv\text{N}) + 3(\text{H—H}) - (2\text{N—N}) - 6(\text{N—H}) = 2(941) + 3(435) - 2(389) - 6(391) = +96 \text{ kJ}$$

مرحله دوم: استفاده از نسبت گرما و نسبت تعداد ذره‌های H_2

$$\frac{\text{تعداد ذره‌ها}}{\text{ضریب} \times \text{تعداد ذره‌ها}} = \frac{q}{|\Delta H|} \Rightarrow \frac{1}{6 \times 10^3} = \frac{x}{96 \text{ kJ}} \Rightarrow x = 2400 \text{ kJ}$$

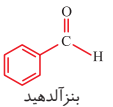
● هر چه مولکول‌های یک واکنش ساده‌تر $\leftarrow$ مولکول‌های دواتمی بیشتر $\leftarrow$ استفاده بیشتر از آنتالپی پیوندی $\leftarrow$ دقیق‌تر $\leftarrow$ همخوانی بیشتر ΔH با داده‌های تجربی

● هر چه مولکول‌های یک واکنش پیچیده‌تر $\leftarrow$ مولکول‌های چنداتمی بیشتر $\leftarrow$ استفاده بیشتر از میانگین آنتالپی پیوند $\leftarrow$ دقت کمتر $\leftarrow$ همخوانی کمتر ΔH با داده‌های تجربی



پیوند با زندگی (گروه‌های عاملی)

گروه عاملی: آرایش منظمی از اتم‌ها که به مولکول آلی دارای آن، خواص فیزیکی و شیمیایی منحصر به فردی می‌بخشد.

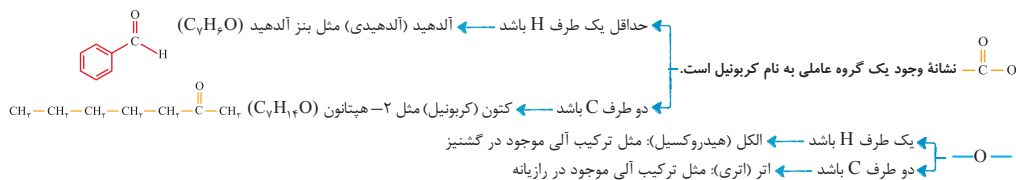
خانواده (فرمول مولکولی)*	فرمول ساختاری و نام گروه عاملی	فرمول کلی	تعداد کربن‌های ساده‌ترین عضو	مثال‌های معروف
الکل‌ها ($C_nH_{2n+1}OH$)	$—OH$ هیدروکسیل	$R—OH$ R گروه هیدروکربنی است.	۱	$CH_3CH_2—OH$ اتانول
اترها ($C_nH_{2n+2}O$)	$—O—$ اتری	$R—O—R'$ R و R' گروه هیدروکربنی هستند.	۲	$CH_3—O—CH_3$ دی‌متیل اتر
آلدهیدها ($C_nH_{2n}O$)	$\begin{array}{c} O \\ \\ -C-H \end{array}$ آلدهیدی	$\begin{array}{c} O \\ \\ R-C-H \end{array}$ R هیدروژن یا گروه هیدروکربنی است.	۱	توجه: دقت کنید که بنزآلدهید، آلدهیدی سیر نشده است و فرمول مولکولی آن از $C_nH_{2n}O$ پیروی نمی‌کند.  بنزآلدهید
کتون‌ها ($C_nH_{2n}O$)	$\begin{array}{c} O \\ \\ -C-کربونیل$	$\begin{array}{c} O \\ \\ R-C-R' \end{array}$ R و R' گروه هیدروکربنی هستند.	۳	$CH_3CH_2CH_2CH_2C(=O)CH_3$ ۲-پنتانون
کربوکسیلیک اسیدها ($C_nH_{2n}O_2$)	$\begin{array}{c} O \\ \\ -C-OH \end{array}$ کربوکسیل	$\begin{array}{c} O \\ \\ R-C-OH \end{array}$ R هیدروژن یا گروه هیدروکربنی است.	۱	$CH_3-C(=O)OH$ اتانویک (استیک) اسید
استرها ($C_nH_{2n}O_2$)	$\begin{array}{c} O \\ \\ -C-O-استری$	$\begin{array}{c} O \\ \\ R-C-O-R' \end{array}$ R' گروه هیدروکربنی است؛ ولی R هیدروژن یا گروه هیدروکربنی می‌تواند باشد.	۲	$CH_3CH_2CH_2-C(=O)O-CH_2CH_3$ اتیل بوتانوات
آمین‌ها ($C_nH_{2n+3}N$)	$\begin{array}{c} -N- \\ \end{array}$ آمینی	$\begin{array}{c} R-N-R'' \\ \\ R' \end{array}$ R، R' و R'' می‌توانند گروه هیدروکربنی یا هیدروژن باشند. اما هر سه‌تای آن‌ها نباید هیدروژن باشند.	۱	CH_3-NH_2 متیل آمین
آمیدها ($C_nH_{2n+1}NO$)	$\begin{array}{c} O \\ \\ -C-N- \\ \end{array}$ آمیدی	$\begin{array}{c} O \\ \\ R-C-N-R'' \\ \\ R' \end{array}$ R، R' و R'' هیدروژن یا گروه هیدروکربنی هستند.	۱	$H-C(=O)NH_2$ متانامید

ایزومر (همپار): ترکیب‌هایی با فرمول مولکولی یکسان، ولی فرمول ساختاری متفاوت

تشخیص ارتباط دو ساختار:

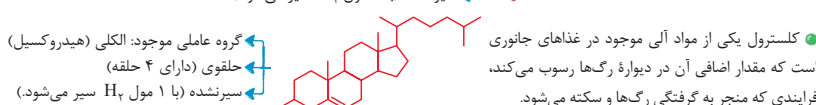
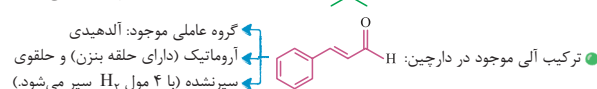
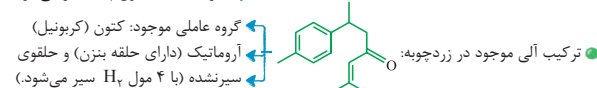
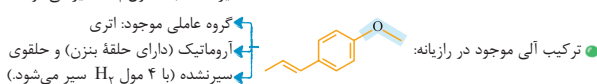
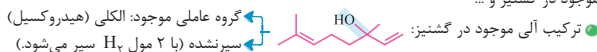
حالت	فرمول مولکولی	فرمول ساختاری	وضعیت
I	×		متفاوت
II	✓	✓	یکسان
III	✓	×	ایزومر

* فرمول مولکولی برای ترکیب‌های یک‌عاملی و سیر شده
** اگر تعداد کربن‌ها یکسان باشد.



اگر نام علمی ماده‌ آلی در کتاب درسی نوشته شده باشد باید همه اطلاعات آن (شامل فرمول مولکولی، ساختار، ویژگی‌ها و ...) را بلد باشین. مثل بنزآلدهید (ترکیب عالی موجود در بادام)، ۲- هپتانول (ترکیب عالی موجود در میخک) و بنزنونیک اسید (ترکیب عالی موجود در تشنگی)

اگر فقط ساختار ماده در کتاب درسی آمده باشد؛ صرفاً باید ویژگی‌هایش را بلد باشین (مانند گروه‌های عاملی آن، سیر شده یا سیر نشده بودن و ...) مثل ویتامین‌ها، ترکیب موجود در گشنیز و ...



● چربی ذخیره‌شده در کوهان شتر هنگام اکسایش افزون بر آب مورد نیاز، انرژی لازم برای فعالیت‌های جانور را نیز تأمین می‌کند.



آنتالپی سوختن، تکیه‌گاهی برای تأمین انرژی

- کربوهیدرات‌ها، پروتئین‌ها و چربی‌ها، منابعی برای تأمین انرژی بدن هستند.
- کربوهیدرات‌ها در بدن به گلوکز شکسته شده، گلوکز حاصل در خون حل می‌شود ➡ قند خون
- ارزش سوختی:** انرژی حاصل از سوختن یا اکسایش یک گرم از ماده
- ارزش سوختی سه ماده غذایی،

ماده غذایی	کربوهیدرات	چربی	پروتئین
ارزش سوختی (kJ g^{-1})	۱۷	۳۸	۱۸

پروتئین = کربوهیدرات > چربی: ارزش سوختن

آنتالپی سوختن: آنتالپی واکنش سوختن کامل یک مول ماده در اکسیژن کافی

$$\text{آنتالپی سوختن} = \frac{|\text{آنتالپی سوختن}| (\text{kJ.mol}^{-1})}{\text{جرم مول} (\text{g.mol}^{-1})} = \text{ارزش سوختی} (\text{kJ.g}^{-1})$$

- همه واکنش‌های سوختن گرماده هستند $\Delta H < 0$.
آنتالپی سوختن برخی ترکیب‌های آلی در 25°C :

ماده آلی	آنتالپی سوختن (kJ mol^{-1})	ماده آلی	آنتالپی سوختن (kJ mol^{-1})
$\text{CH}_4(\text{g})$	-۸۹۰	$\text{C}_7\text{H}_7(\text{g})$	-۱۳۰۰
$\text{C}_7\text{H}_8(\text{g})$	-۱۵۶۰	$\text{C}_7\text{H}_8(\text{g})$	-۱۹۲۸
$\text{C}_7\text{H}_8(\text{g})$	-۱۴۱۰	$\text{CH}_3\text{OH}(\text{l})$	-۷۲۶
$\text{C}_7\text{H}_8(\text{g})$	-۲۰۵۸	$\text{C}_7\text{H}_8\text{OH}(\text{l})$	-۱۳۶۸



● بخش عمده گاز شهری را متان (CH_4) تشکیل می‌دهد: $\text{CH}_4(\text{g}) + 2\text{O}_2(\text{g}) \rightarrow \text{CO}_2(\text{g}) + 2\text{H}_2\text{O}(\text{l}), \Delta H = -890 \text{ kJ.mol}^{-1}$

- ← ماده مورد نظر به همراه O_2 واکنش دهنده‌های واکنش سوختن هستند.
- ← ضریب استوکیومتری ماده مورد نظر یک باشد.
- ← سوختن کامل باشد؛ یعنی تبدیل همه کربن‌ها به CO_2 (محصولات CO و H_2O)
- ← حالت فیزیکی H_2O مایع باشد. ($\text{H}_2\text{O}(\text{l})$)

مقایسه آنتالپی سوختن در هیدروکربن‌ها،

نکته

به طور کلی هر چه مقدار یک هیدروکربن (در مول برابر، هر چه جرم مولی یک هیدروکربن) بیشتر باشد، مقدار گرمای حاصل از سوختن آن بیشتر است.
 $\text{CH}_4 < \text{C}_2\text{H}_6 < \text{C}_3\text{H}_8 < \dots$ قدرمطلق آنتالپی سوختن
 متان اتان پروپان
 $\text{C}_2\text{H}_6 > \text{C}_3\text{H}_8 > \text{C}_4\text{H}_{10}$ قدرمطلق آنتالپی سوختن
 اتان اتین

نکته

به طور کلی وقتی جرم‌های برابر از هیدروکربن‌های هم‌خانواده می‌سوزد، گرمای حاصل از سوختن هیدروکربن سبک‌تر، بیشتر است.
 $\text{CH}_4 < \text{C}_2\text{H}_6 < \text{C}_3\text{H}_8$ ارزش سوختن
 متان اتان پروپان
 kJ.g^{-1}

نکته

گرمای سوختن مولی الکل‌هایی که یک گروه OH دارند، از گرمای سوختن مولی آلکان‌های هم‌کربن آن‌ها کم‌تر است.
 $\text{C}_2\text{H}_6 > \text{C}_2\text{H}_5\text{OH} > \text{CH}_4 > \text{CH}_3\text{OH}$ آنتالپی سوختن

نکته

در خانواده آلکان‌ها، آلکن‌ها و آلکین‌ها، تفاوت آنتالپی سوختن دو عضو متوالی از یک خانواده تقریباً ثابت و برابر آنتالپی سوختن مولی یک گروه CH_2 است، زیرا هر دو عضو متوالی از خانواده آلکان‌ها، آلکن‌ها و آلکین‌ها در یک گروه CH_2 با هم تفاوت دارند.

● سوخت‌های سبز (مثل اتانول) در ساختار خود، علاوه بر C.H اکسیژن (O) هم دارند. ← استخراج از پسماندهای گیاهیانی مانند سویا، نیشکر و دیگر دانه‌های روغنی



- ← تعیین گرمای واکنش در فشار ثابت به روش تجربی
- ← مناسب برای تعیین ΔH فرایندهای انحلال واکنش‌هایی که در حالت محلول انجام می‌شوند.
- ← روش: انجام واکنش و تعیین ΔH ← محاسبه گرمای واکنش ($q = mc\Delta\theta$) با نسبت $\left(\frac{q}{\Delta H}\right)$ لیوان یکبارمصرف (عایق گرما) همزن

- واکنش‌های گرماده ($\Delta H < 0$) با افزایش دما همراه خواهد بود ← مثل انحلال CaCl_2 در بسته‌های گرم‌زا.
- واکنش‌های گرماگیر ($\Delta H > 0$) با کاهش دما همراه خواهد بود ← مثل انحلال NH_4NO_3 در رتبه‌های سرمازا.

جمع‌پذیری گرمای واکنش‌ها، قانون هس

آنتالپی بسیاری از واکنش‌های شیمیایی را برخی مرحله‌ای از یک واکنش پیچیده هستند. نمی‌توان به روش تجربی اندازه‌گیری کرد. برخی واکنش‌ها به آسانی انجام نمی‌شوند، تأمین شرایط بهینه برای انجام آن‌ها بسیار دشوار است.

- ← ساده‌ترین هیدروکربن
- ← نخستین عضو خانواده آلکان‌ها
- ← بخش عمده گاز طبیعی
- ← از تجزیه گیاهان به وسیله باکتری‌های بی‌هوازی نیز در زیر آب تولید می‌شود.
- ← نخستین بار از سطح مرداب‌ها جمع‌آوری شده ← معروف به گاز مرداب
- ← تأمین شرایط بهینه برای تهیه آن از گرافیت و گاز هیدروژن بسیار دشوار و پرهزینه است. (گرماده) $\text{C}(\text{s}) + 2\text{H}_2(\text{g}) \rightarrow \text{CH}_4(\text{g}), \Delta H < 0$
- گرمای یک واکنش معین به راهی که برای انجام آن در پیش گرفته می‌شود، وابسته نیست.
- قانون هس، اگر معادله واکنشی را بتوان از جمع معادله دو یا چند واکنش دیگر به دست آورد، ΔH آن نیز از جمع جبری ΔH همان واکنش‌ها به دست می‌آید.

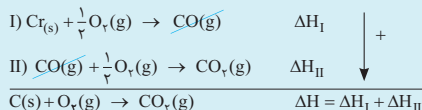


مرورنامه آزمون آزمایشی خیل سبز

شیمی

نکته

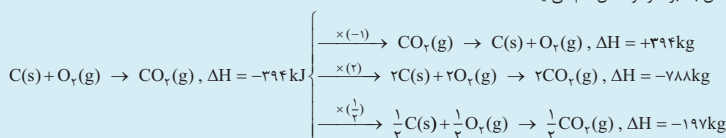
وقتی معادله‌های شیمیایی را با هم جمع کنیم، می‌توانیم ماده‌های مشترک، ولی در سمت‌های مخالف هم در واکنش‌ها (در دو طرف فلش $\rightarrow$) را با هم خط بزنیم.



نکته

اگر بلایی بر سر یک واکنش بیآوریم دقیقاً همان بلا بر سر واکنش هم می‌آید.

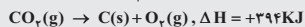
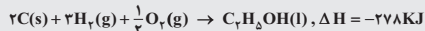
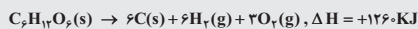
مثال:



– ابزارهای حل تست‌های قانون هس –

۱) رسیدن به مواد موجود در معادله نهایی: نگاه به معادله نهایی $\leftarrow$ ببینیم هر ماده کدام سمت است و چه ضریبی دارد $\leftarrow$ به معادله دارای آن ماده ضریب مناسبی بدهیم تا به آن ماده با ضریب برسیم.
اول ماده‌ای را بررسی می‌کنیم که فقط در یک معادله وجود داشته باشد. مثلاً در حل تست زیر:

مثال با توجه به واکنش‌های گرمایشیمیایی مقابل:



ΔH واکنش: $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 \rightarrow 2\text{C}_2\text{H}_5\text{OH(l)} + 2\text{CO}_2(\text{g})$ ، برابر چند کیلوژول است و با آزاد شدن ۲۱۰ کیلوژول انرژی گرمایی در این واکنش، چند گرم گلوکز به اتانول تبدیل می‌شود؟

$$540, -84 \quad (2)$$

$$450, -84 \quad (1)$$

$$540, -92 \quad (4)$$

$$450, -92 \quad (3)$$

پاسخ مرحله اول: $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6(\text{s})$ در معادله نهایی سمت چپ، با ضریب ۱ است. $\leftarrow$ معادله اول را بدون تغییر نگاه می‌داریم.

$\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}_2(\text{l})$ در معادله نهایی سمت راست با ضریب ۲ است. $\leftarrow$ معادله دوم را در ۲ ضرب می‌کنیم.

$\text{CO}_2(\text{g})$ در معادله نهایی سمت راست با ضریب ۲ است. $\leftarrow$ معادله سوم را معکوس و در ۲ ضرب می‌کنیم.

$$\Delta H_{\text{نهایی}} = (1) \times \Delta H_1 + (2) \times \Delta H_2 + (-2) \times \Delta H_3 = +1260 + (-556) + (-788) = -84 \text{ kJ}$$

مرحله دوم: نوشتن نسبت گرما و نسبت گرم $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$:

$$\frac{x}{180 \times 1} = \frac{210}{84} \rightarrow x = 450 \text{ g}$$

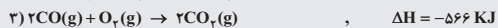
ممکن است ابزار اول برای حل بعضی تست‌ها کافی نباشد.

۲) حذف کردن موادی که در معادله نهایی نیستند.

تا جای ممکن با ابزار اول پیش می‌رویم $\leftarrow$ اگر به بن‌بست خوردیم $\leftarrow$ تعیین ضریب معادله‌ها به نحوی باید انجام شود که ماده‌ای که در معادله نهایی واکنش وجود ندارد از معادله‌ها حذف شود.

مثال

با توجه به واکنش‌های داده‌شده، ΔH واکنش: $2\text{N}_2(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{N}_2\text{O(g)}$ ، چند کیلوژول است؟



$$+144 \quad (2)$$

$$+21 \quad (1)$$

$$+164 \quad (4)$$

$$+119 \quad (3)$$



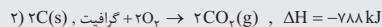
پاسخ

$N_2(g)$ در معادله نهایی سمت چپ، با ضریب ۲ است ← ضریب معادله اول: ۲-

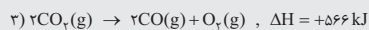


$N_2O(g)$ خودبه خود به دست آمده، ولی $O_2(g)$ در دو معادله وجود دارد ← بنیست ابزار اول!

گرافیت $C(s)$ در معادله نهایی نیست. ← به معادله دوم ضریب ۲ می دهیم تا گرافیت، $C(s)$ حذف شود.



$CO_2(g)$ در معادله نهایی وجود ندارد ← به معادله سوم ضریب ۱ می دهیم تا $CO_2(g)$ حذف شود.



$$\Delta H_{\text{نهایی}} = (+386) + (-788) + (+566) = +164 \text{ kJ}$$

در نتیجه:

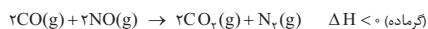
● هیدروژن پراکسید (H_2O_2) ماده‌ای است که با نام تجاری آب‌اکسیژنه به فروش می‌رسد.

← تهیه آن از واکنش مستقیم گاز هیدروژن با اکسیژن ممکن نیست.

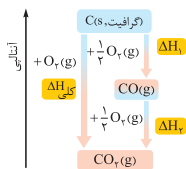


● گازهای آلاینده مانند CO ، NO از آگروز خودروها به هواکره وارد می‌شوند.

← واکنش زیر، تبدیل این آلاینده‌ها به گازهایی پایدارتر و با آلاینده‌گی کمتر است.



● واکنش سوختن کامل گرافیت را می‌توان مجموعه‌ای از دو واکنش پی‌درپی، واکنش دومرحله‌ای مطابق نمودار مقابل دانست.



یادآوری

ΔH تولید $CO(g)$ را نمی‌توان به روش تجربی تعیین کرد.

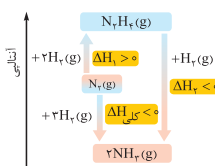
● تهیه آمونیاک به روش هابر از گازهای نیتروژن و هیدروژن

مطابق نمودار روبه‌رو یک واکنش دومرحله‌ای است.

← هیدرازین (N_2H_4) پایدارتر از آمونیاک (NH_3) است.

● ΔH یک واکنش را می‌توانیم از طریق آنتالپی سوختن مواد هم به دست بیاوریم.

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = [\text{آنتالپی سوختن مواد فرآورده}] - [\text{آنتالپی سوختن مواد واکنش دهنده}]$$



غذای سالم

روش‌های نگهداری مواد غذایی
← خشک کردن میوه‌ها
← تهیه ترشی
← نمک‌سود کردن

عوامل محیطی در چگونگی و زمان نگهداری غذا مؤثرند
← دما: دمای کمتر ← ماندگاری بیشتر
← نور: نور کمتر ← ماندگاری بیشتر
← رطوبت: رطوبت کمتر ← ماندگاری بیشتر
← اکسیژن: اکسیژن کمتر ← ماندگاری بیشتر

● در محیط مرطوب، میکروب‌ها شروع به رشد و تکثیر نموده تا جایی که ماده غذایی کپک زده و سرانجام فاسد می‌شود.

● وجود پوست و پوشش میوه‌ها و خشکبار یک عامل طبیعی برای افزایش زمان ماندگاری است و مانع از ورود اکسیژن و جانداران ذره‌بینی به درون آن‌ها می‌شود.

آهنگ واکنش

گستره زمان انجام واکنش‌ها از چند صدم ثانیه تا چند سده را دربر می‌گیرد.



ب) سریع: افزودن محلول سدیم کلرید ($NaCl$) به محلول نقره نیترات ($AgNO_3$)

باعث تشکیل سریع رسوب سفیدرنگ نقره کلرید ($AgCl(s)$) می‌شود.



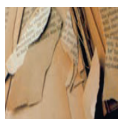
الف) بسیار سریع: انفجار، واکنش شیمیایی بسیار سریعی است که در آن مقدار کمی

ماده منفجرشونده به حالت جامد یا مایع، حجم زیادی از گازهای داغ تولید می‌شود.



مرورنامه آزمون آزمایشی خیل سبز

شیمی



(ت) بسیار کند: بسیاری از کتاب‌های قدیمی در گذر زمان زرد و پوسیده می‌شوند. این پدیده نشان می‌دهد که واکنش تجزیه سلولز کاغذ بسیار کند رخ می‌دهد.



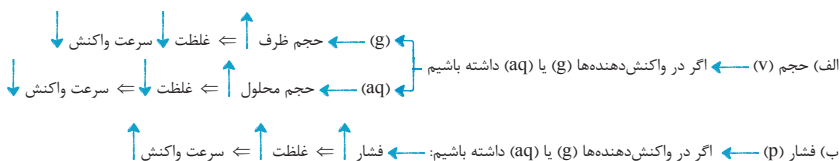
(ب) کند: اشیای آهنی در هوای مرطوب به کندی زنگ می‌زنند، زنگار تولیدشده در این واکنش، ترد و شکننده است و فرومی‌ریزد.

عوامل مؤثر بر سرعت واکنش (همه این عوامل تنها روی واکنش دهنده‌ها اثرگذار هستند).

- 1 نوع مواد واکنش‌دهنده: واکنش پذیری بیشتر $\rightarrow$ سرعت بیشتر
سرعت واکنش پتاسیم (K) با آب، بیشتر از سرعت واکنش سدیم (Na) با آب است.
- 2 دما: دما بیشتر $\rightarrow$ سرعت بیشتر
نگهداری طولانی مدت فراورده‌های گوشتی و پروتئین به حالت منجمد
محلول بنفش رنگ پتاسیم پرمنگنات (KMnO_4) با یک اسید آلی در دمای اتاق به کندی واکنش می‌دهد اما با گرم شدن محلول به سرعت بی‌رنگ می‌شود.

- 3 غلظت: غلظت بیشتر واکنش‌دهنده‌ها $\rightarrow$ سرعت بیشتر واکنش
بیمارانی که مشکل تنفسی دارند، در شرایط اضطراری نیاز به تنفس از کپسول اکسیژن دارند.
الیاف آهن داغ و سرخ شده در هوا نمی‌سوزد در حالی که در یک ارلن پر از اکسیژن می‌سوزد.

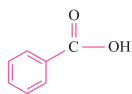
عواملی مثل حجم (V) و فشار (P) در مواردی می‌توانند روی غلظت واکنش‌دهنده‌ها اثر گذاشته و سرعت را تغییر دهند:



- 4 کاتالیزگر: سرعت واکنش را افزایش می‌دهد ولی خودش باقی می‌ماند.
قند آغشته به خاک باغچه سریع‌تر می‌سوزد.
برخی افراد با مصرف کلم و حبوبات دچار نفخ می‌شوند، زیرا فاقد آنزیمی هستند که آن‌ها را کامل و سریع هضم کند.
محلول هیدروژن پراکسید در دمای اتاق به کندی تجزیه شده و گاز اکسیژن تولید می‌کند در حالی که افزودن دو قطره از محلول پتاسیم یدید، سرعت واکنش را به طور چشمگیری افزایش می‌دهد.

- 5 سطح تماس: سطح تماس واکنش دهنده‌ها، $\rightarrow$ شعله آتش، گرد آهن موجود در کپسول جیتی را داغ و سرخ می‌کند؛ در حالی که پاشیدن و پخش کردن گرد آهن بر روی شعله، سطح تماس بیشتر $\rightarrow$ سرعت بیشتر
سب سوختن آن می‌شود.

پیوند با صنعت (کربوکسیلیک اسیدها)



نگهدارنده‌ها، موادی هستند که سرعت واکنش‌های شیمیایی را که منجر به فاسدشدن ماده غذایی می‌شود، کاهش می‌دهند.

$\rightarrow$ یکی از این مواد بنزویک اسید ($\text{C}_6\text{H}_5\text{CO}_2$) است که در تمشک و توت‌فرنگی وجود دارد.

کربوکسیلیک اسیدها، یک یا چند گروه عاملی کربوکسیل ($\text{C}=\text{O}$ و OH) دارند.

$\rightarrow$ آشناترین عضو کربوکسیلیک اسیدها، اتانویک اسید (استیک اسید) یا فرمول CH_3COOH است.

واکنش‌ها در طبیعت، مفید و ضروری: به دنبال سرعت‌بخشیدن به آن‌ها هستیم: گوارش، تنفس، تهیه دارو و تولید فراورده‌های صنعتی
صنعت و آزمایشگاه: زیانبار و ناخواسته: به دنبال کاهش سرعت یا توقف آن‌ها هستیم: خوردگی وسایل آهنی، تولید آلاینده‌ها و زرد و پوسیده شدن کاغذ کتاب

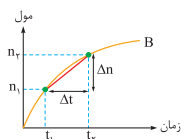
سرعت تولید یا مصرف مواد شرکت‌کننده در واکنش از دیدگاه کیفی

سرعت متوسط مصرف یا تولید مواد موجود در واکنش را می‌توان با اندازه‌گیری کمیت‌هایی مانند جرم، فشار و ... تعیین کرد.

$$\bar{R}_{(B)} = \frac{\Delta n_{(B)}}{\Delta t}$$

سرعت برای یک فراورده، در واکنش فرضی $A \rightarrow B$ رابطه سرعت:

شیب نمودار ~ سرعت متوسط، نمودار صعودی، $\Delta n > 0$



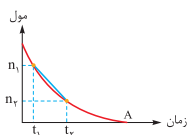


سرعت برای واکنش دهنده -

$$\bar{R}_{(A)} = -\frac{\Delta n_{(A)}}{\Delta t}$$

سرعت همیشه کمیتی مثبت است، به همین دلیل یک علامت منفی در رابطه قرار می‌دهیم:

شیب نمودار | ~ سرعت متوسط، نمودار نزولی، $\Delta n < 0$



$$\bar{R}_{(A)} = -\frac{\Delta n_{(A)}}{\Delta t}, \quad \bar{R}_{(B)} = \frac{\Delta n_{(B)}}{\Delta t}$$

۱) مول بر زمان: برای هر حالت فیزیکی: aq و g ، l ، s یا $(mol \cdot min^{-1})$ یا $(mol \cdot s^{-1})$.

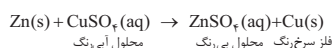
$$\bar{R}_{(A)} = -\frac{\Delta[A]}{\Delta t} = -\frac{\Delta n_{(A)}}{v \cdot \Delta t}, \quad \bar{R}_{(B)} = \frac{\Delta[B]}{\Delta t} = \frac{\Delta n_{(B)}}{v \cdot \Delta t}$$

۲) غلظت مولی بر زمان: برای حالت فیزیکی aq یا g یا $(mol \cdot L^{-1} \cdot s^{-1})$ یا $(mol \cdot L^{-1} \cdot min^{-1})$.

۳) غلظت مواد جامد (S) و مایع (l) خالص، با گذشت زمان تغییر نمی‌کند و ثابت است.

$$\bar{R}_{(A)} = -\frac{\Delta v_{(A)}}{\Delta t} = -\frac{\overbrace{\Delta n_{(A)} \times 22.4 / 22.4}^{STP \text{ در}}}{\Delta t}, \quad \bar{R}_{(B)} = \frac{\Delta v_{(B)}}{\Delta t} = \frac{\overbrace{\Delta n_{(B)} \times 22.4 / 22.4}^{STP \text{ در}}}{\Delta t}$$

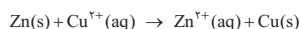
۳) حجم بر زمان: برای حالت فیزیکی g .



واکنش تیغه روی با محلول مس (II) سولفات:

← واکنش پذیری: $Zn > Cu$

← رفته رفته به دلیل مصرف $Cu^{2+}(aq)$ ، رنگ آبی محلول کم می‌شود.



← یون سولفات (SO_4^{2-}) ناظر بر تماشای است و می‌توان آن را حذف کرد:

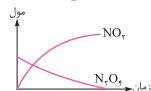
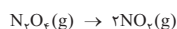


واکنش کلسیم کربنات با محلول هیدروکلریک اسید:

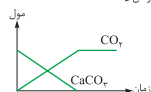
← گاز CO_2 به صورت حباب از مخلوط واکنش بیرون رفته و در ظرف سرباز، رفته رفته جرم مخلوط واکنش کاهش می‌یابد.

سرعت متوسط و شیب نمودار مول-زمان

در اکثر واکنش‌های شیمیایی، رفته رفته سرعت مصرف واکنش دهنده‌ها و سرعت تولید فرآورده‌ها، کاهش می‌یابند.



سرعت هر ماده متناسب با ضریب استوکیومتری آن است. سرعت (شیب نمودار) $\propto$ ضریب

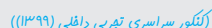


واکنش‌هایی که در سمت چپ (g) یا (aq) نداشته باشند، با سرعت ثابت انجام می‌شود.

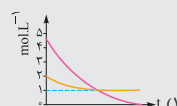
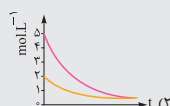
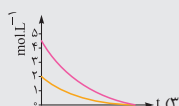
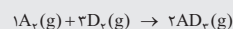
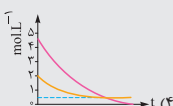
$$\frac{\bar{R}_{(A)}}{a} = \frac{\bar{R}_{(B)}}{b} = \frac{\bar{R}_{(C)}}{c}$$

برای واکنش فرضی $aA + bB \rightarrow cC$ داریم:

مثال روند تقریبی نمودار تغییر غلظت نسبت به زمان برای گازهای A_p و D_r دو واکنش فرضی زیر، به کدام صورت است؟ (با این شرط که غلظت آغازی گازها A_p و D_r ، به ترتیب برابر با ۲ و ۴/۵ مول بر لیتر باشد). (معادله واکنش موازنه شود).



(کنکور سراسری تهرانی دافنی ۱۳۹۹)



پاسخ واکنش موازنه شده:

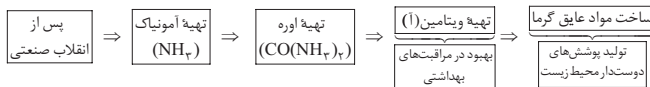
غلظت آغازی D_r ، ۴/۵ مول بر لیتر است ← رد گزینه (۲)

تغییرات غلظت (شیب نمودار) A_p و D_r باید طبق ضرایب استوکیومتری به صورت ۱ به ۳ باشد.

تنها گزینه (۴) به این صورت است. تغییرات غلظت A_p : ۱/۵ مول بر لیتر، تغییرات غلظت D_r : ۴/۵ مول بر لیتر



۳) نمودار زیر، نمونه فراورده حاصل از فناوری‌های شیمیایی در گذر زمان را نشان می‌دهد:



آلاینده‌های هوا

۱) هوای خشک و پاک مخلوطی از گازهای گوناگون است که به طور یکنواخت در هواکره پخش شده‌اند. گازهای نیتروژن، اکسیژن، کربن دی‌اکسید و آرگون، از جمله مواد موجود در هوای پاک و خشک هستند. این در حالی که هوای آلوده افزون بر این گازها، حاوی گازهای گوناگونی مانند C_xH_y ، NO ، CO ، NO_2 ، O_3 ، SO_2 و ذره‌های معلق و مواد آلی فرار است.

۲) به دلیل وجود آلاینده‌های مختلف، هوای آلوده:

۱) بوی بدی دارد، چهره شهر را زشت می‌کند. ۲) فرسودگی ساختمان‌ها و پوسیدگی خودروها را سرعت می‌بخشد. ۳) سبب ایجاد و تشدید بیماری‌های تنفسی از جمله برونشیت، آسم، سرطان ریه و حتی مرگ می‌شود.

۳) منشأ تولید آلاینده‌های هواکره،

گاز آلوده‌کننده هواکره	منشأ تولید و معادله شیمیایی
CO	سختن ناقص هیدروکربن‌ها $\text{C}_x\text{H}_y + \left(\frac{2x+y}{4}\right)\text{O}_2 \xrightarrow{\text{ناقص}} x\text{CO} + \frac{y}{2}\text{H}_2\text{O}$
NO (گاز بی‌رنگ)	در موتور خودرو دمای بالاتر از 1000°C و طی واکنش ناخواسته $\text{O}_2(\text{g}) + \text{N}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{NO}(\text{g})$ $\text{O}_2(\text{g}) + \text{N}_2(\text{g}) \xrightarrow[\text{دمای بالا}]{\text{رعد و برق}} 2\text{NO}(\text{g})$ $\text{NO}_2(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g}) \xrightarrow{\text{نور خورشید}} \text{NO}(\text{g}) + \text{O}_3(\text{g})$ (مقدار اندک)
NO_2 (گاز قهوه‌ای روشن)	سختن زغال‌سنگ و $2\text{NO}_2(\text{g})$ هواکره
O_3 (اوزون تروپوسفری)	$\text{NO}_2(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g}) \xrightarrow{\text{نور خورشید}} \text{NO}(\text{g}) + \text{O}_3(\text{g})$
SO_2	زغال‌سنگ، بنزین، گازوئیل و نفت خام با کیفیت پایین، مقادیر مختلفی گوگرد دارند (به ویژه زغال‌سنگ). $\text{S}(\text{s}) + \text{O}_2(\text{g}) \rightarrow \text{SO}_2(\text{g})$
C_xH_y	هیدروکربن‌های نسخته خروجی از اگزوز خودرو

۴) مقایسه مقدار چند مورد از آلاینده‌های تولیدشده در اگزوز خودرو به ازای طی یک کیلومتر به صورت $\text{CO} > \text{C}_x\text{H}_y > \text{NO}$ است.

۵) دو آلاینده O_3 و NO_2 در خروجی اگزوز خودروها وجود ندارند و در هواکره تشکیل می‌شوند.

۶) هوای آلوده حاوی آلاینده‌هایی است که اغلب بی‌رنگ هستند و نمی‌توان به آسانی وجود آن‌ها را تشخیص داد. هم‌چنین نوع آلاینده‌ها و مقدار هر یک از آن‌ها در شهرهای گوناگون متفاوت است. یکی از روش‌هایی که با توجه به آن می‌توانیم نوع و غلظت آلاینده‌ها را تشخیص دهیم، برهم‌کنش این مواد با پرتوهای الکترومغناطیسی است.

طیف‌سنجی: بررسی برهم‌کنش‌های بین پرتوهای الکترومغناطیسی و ماده -

۱) هرگاه یک نمونه ماده در برابر پرتوهای الکترومغناطیسی قرار گیرد، ممکن است گستره معینی از آن‌ها را جذب کرده و پرتوهای باقی‌مانده را بازتاب کند یا عبور دهد. شیمیدان‌ها با استفاده از برهم‌کنش‌های پرتوهای مرئی، فروسرخ، فرابنفش و به طور کلی پرتوهای الکترومغناطیسی، روش‌های گوناگون طیف‌سنجی را برای شناسایی ساختار مواد، پایه‌گذاری کرده‌اند.

۲) به عنوان مثال، تصویر زیر برهم‌کنش دو ماده با نور را نشان می‌دهد:





۳ جسمی که به رنگ سیاه دیده می‌شود، تمام طول موج‌های نور مرئی را جذب می‌کند در حالی که جسمی که به رنگ سفید دیده می‌شود، هیچ پرتویی از ناحیه مرئی را جذب نمی‌کند.

۴ یکی از رایج‌ترین روش‌های طیف‌سنجی که برای شناسایی گروه‌های عاملی به کار می‌رود، طیف‌سنجی فروسرخ (نوعی پرتو الکترومغناطیسی با λ بلندتر از 700 نانومتر) نام دارد. با توجه به این که شمار و نوع اتم‌های سازنده (و نوع پیوندهای اشتراکی) هر گروه عاملی متفاوت از دیگری است، موادی که شامل هر نوع گروه عاملی می‌شوند تنها گستره معین و منحصر به فردی از پرتوهای فروسرخ را جذب می‌کنند.

کاربرد طیف‌سنجی فروسرخ $\leftarrow$ تشخیص گروه‌های عاملی
 $\leftarrow$ شناسایی آلاندهای کربن مونوکسید (CO) و اکسیدهای نیتروژن (NO_x) در هواکره
 $\leftarrow$ شناسایی برخی مولکول‌ها در فضای بین ستاره‌ای

۵ افزون بر طیف‌سنجی فروسرخ، می‌توان از بهرم‌کنش پرتوهای فرابنفش، نور مرئی و یا امواج رادیویی نیز برای شناسایی مواد گوناگون بهره برد. دستگاه ام.آ.آی (MRI)، نمونه‌ای از کاربرد طیف‌سنجی در علم پزشکی است.

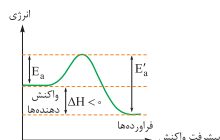
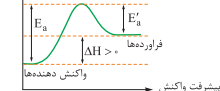
– انرژی فعال‌سازی (E_a) در واکنش‌های شیمیایی –

۱ واکنش‌های شیمیایی با سرعت‌های گوناگون انجام می‌شوند. برای نمونه واکنش زنگ‌زدن آهن کند است، در حالی که واکنش سوختن متان، تند است. افزایش دما سبب افزایش سرعت واکنش‌های شیمیایی می‌شود. برای نمونه گاز نیتروژن با گاز اکسیژن در دمای اتاق واکنش نمی‌دهد، اما درون موتور خودرو که دمایی بیشتر از 1000°C دارد، اندکی از این گازها به نیتروژن مونوکسید تبدیل می‌شود.

۲ به حداقل مقدار انرژی مورد نیاز برای آغاز واکنش‌های شیمیایی، انرژی فعال‌سازی (E_a) می‌گویند و با یکای کیلوژول گزارش می‌شود.

۳ یکی از روش‌های تأمین انرژی فعال‌سازی، گرمادادن به واکنش‌دهنده‌ها است. در معادله واکنش‌های شیمیایی این عامل فعال‌سازی را با علامت Δ بر روی پیکان به صورت (Δ) نشان می‌دهند.

۴ همه واکنش‌های شیمیایی صرف نظر از این که گرماده یا گرماگیر باشند، برای آغازشدن به انرژی فعال‌سازی نیاز دارند. به طور مثال برای روشن شدن کبریت، هنگامی که نوک آن روی سطح زیر قطعی کبریت کشیده شود، گرما تولید می‌شود. این گرما انرژی فعال‌سازی واکنش را تأمین می‌کند. پس از تأمین انرژی فعال‌سازی اولیه، ادامه واکنش سوختن کبریت به طور خودبه‌خودی پیش می‌رود.



۱) واکنش‌های شیمیایی گرماگیر

سطح انرژی: قله نمودار < فرآورده‌ها < واکنش‌دهنده‌ها

پایداری: قله نمودار > فرآورده‌ها > واکنش‌دهنده‌ها

۲) واکنش‌های شیمیایی گرماده

سطح انرژی: قله نمودار > واکنش‌دهنده‌ها > فرآورده‌ها

پایداری: قله نمودار < واکنش‌دهنده‌ها < فرآورده‌ها

$E_a < |\Delta H|$ یا $E_a > |\Delta H|$

• هر چه انرژی فعال‌سازی واکنشی بیشتر باشد، تأمین این مقدار انرژی دشوارتر بوده و سرعت آن واکنش کمتر است. چنین واکنشی در شرایط دشوارتر و دمای بالاتری انجام می‌شود.

۵ با افزایش دما، انرژی واکنش‌دهنده‌ها بیشتر می‌شود؛ به طوری که انرژی فعال‌سازی واکنش تأمین شده و شمار ذره‌هایی که در واحد زمان می‌توانند به فرآورده‌ها تبدیل شوند، افزایش یافته و در نتیجه سرعت واکنش افزایش می‌یابد.

۶ اگر محتوای انرژی (آنتالپی) فرآورده‌ها پایین‌تر از واکنش‌دهنده‌ها باشد، واکنش مورد نظر گرماده است و اگر محتوای انرژی فرآورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها بالاتر باشد، واکنش مورد نظر، گرماگیر است.

۷ به تفاوت سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها و فرآورده‌ها، ΔH و به تفاوت سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها و قله نمودار، E_a می‌گویند. سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها، فرآورده‌ها و قله نمودار، نمایانگر پایداری آن‌هاست؛ به طوری که هر چه سطح انرژی کمتر باشد، پایداری بیشتر خواهد بود.

۸ فسفر سفید، برخلاف گاز هیدروژن در هوا و در دمای اتاق می‌سوزد. علت این پدیده، انرژی فعال‌سازی کمتر واکنش سوختن فسفر سفید در مقایسه با گاز هیدروژن است. به همین خاطر است که فسفر سفید را در زیر آب نگهداری می‌کنند.

مقایسه سوختن هیدروژن (H_2) و فسفر سفید (P_4)		
سوختن H_2	سوختن P_4	
$2\text{H}_2(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{H}_2\text{O}(\text{g})$	$\text{P}_4(\text{s}) + 5\text{O}_2(\text{g}) \rightarrow \text{P}_4\text{O}_{10}(\text{s})$	معادله
هیدروژن گازی	فسفر سفید جامد	حالت فیزیکی
گرماده	گرماده	گرماده یا گرماگیربودن
در دمای اتاق و در حضور O_2 نمی‌سوزد.	در دمای اتاق و در حضور O_2 می‌سوزد.	انجام‌پذیربودن

مرورنامه آزمون آزمایشی خیلی سبز



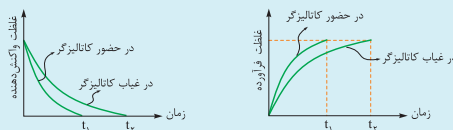
مقایسه سوختن هیدروژن (H_2) و فسفر سفید (P_4)		
سرعت واکنش	سرعت کمتر (E_a بیشتر)	سرعت بیشتر (E_a کمتر)
نمودار		

– کاتالیزگر –

- کاتالیزگر ماده‌ای است که سرعت واکنش را افزایش می‌دهد در حالی که خودش در پایان واکنش، دست نخورده باقی می‌ماند؛ بنابراین با استفاده از کاتالیزگر می‌توان واکنش‌هایی را که انرژی فعال‌سازی زیادی دارند، در دما و فشار پایین‌تر با سرعت مناسب انجام داد.
- هر کاتالیزگر می‌تواند به شمار معدودی واکنش سرعت ببخشد. این مواد اغلب اختصاصی و انتخابی عمل می‌کنند. در نقطه مقابل، مواد بازدارنده سرعت انجام واکنش شیمیایی را برخلاف کاتالیزگرها کاهش می‌دهند.
- در حضور کاتالیزگر استفاده‌شده در یک فرایند، نباید واکنش‌های ناخواسته دیگری انجام شود. همچنین، کاتالیزگر در شرایط انجام واکنش باید پایداری شیمیایی و گرمایی مناسبی داشته باشد.
- کاتالیزگر با تغییر مسیر واکنش، مقدار انرژی فعال‌سازی را کاهش داده و سبب می‌شود واکنش‌دهنده‌ها سریع‌تر به فرآورده تبدیل شوند، اما توجه داریم که در حضور کاتالیزگر آنتالپی واکنش (سطح انرژی مواد اولیه و فرآورده‌ها) ثابت مانده و تغییر نمی‌کند.

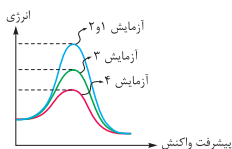
نکات مهم

- کاتالیزگرها موجب افزایش شیب منحنی مصرف واکنش‌دهنده‌ها و تولید فرآورده‌ها در نمودار مقدار - زمان می‌شوند. (شیب منحنی مقدار ماده - زمان، سرعت مصرف یا تولید ماده را نشان می‌دهد).

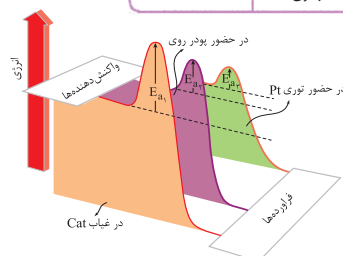


- کاتالیزگر مسیر انجام واکنش را الزاماً کوتاه نمی‌کند، بلکه با تغییر مسیر واکنش، E_a را کاهش می‌دهد.
- در میان عوامل مؤثر بر سرعت واکنش، تنها کاتالیزگر می‌تواند انرژی فعال‌سازی و شکل نمودار «انرژی - پیشرفت واکنش» را تغییر دهد.
- در حضور کاتالیزگر، انرژی فعال‌سازی واکنش رفت (E_a) و برگشت (E_a') به یک اندازه (نه به یک نسبت) کاهش می‌یابد.
- افزایش دما، گرمادادن به مواد و یا زدن جرقه در مخلوط واکنش‌دهنده‌ها، باعث کاهش انرژی فعال‌سازی واکنش نمی‌شود، اما این عوامل با تأمین انرژی فعال‌سازی، توانایی افزایش سرعت واکنش را دارند.

گازهای هیدروژن و اکسیژن با یکدیگر واکنش داده و بخار آب را تولید می‌کنند. در جدول و نمودار زیر، سرعت واکنش گاز هیدروژن و اکسیژن در دمای اتاق (دمای $25^\circ C$) با شرایط مختلف را بررسی می‌کنیم:



آزمایش	شرایط آزمایش	سرعت واکنش	ΔH واکنش
۱	بدون حضور کاتالیزگر	ناچیز	-572 kJ
۲	ایجاد جرقه در مخلوط	انفجاری	-572 kJ
۳	در حضور پودر روی	سریع	-572 kJ
۴	در حضور توری پلاتینی	انفجاری	-572 kJ



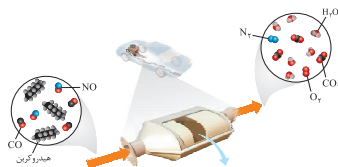
- ایجاد جرقه و افزایش دما از طریق تأمین E_a واکنش باعث انفجاری انجام شدن واکنش می‌شوند؛ ولی نمی‌توانند E_a واکنش را کاهش دهند. جمع‌بندی مهم:

– کاتالیزگرهای کتاب شیمی –

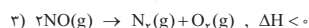
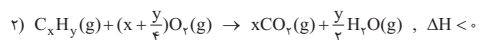
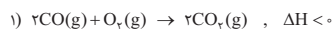
واکنش	Cat
۱) $N_2 + 3H_2 \rightarrow 2NH_3$	(Fe)
۲) $2H_2 + O_2 \rightarrow 2H_2O$	(Zn – Pt)
۳) $C_2H_4 + Cl_2 \rightarrow C_2H_4Cl_2$	(FeCl ₃)
۴) $C_2H_4 + H_2 \rightarrow C_2H_6$	(Ni)
۵) پلی‌مرشدن اتن	(Al – Ti)
۶) $C_2H_4 + H_2O \rightarrow C_2H_5OH$	(H ₂ SO ₄)
۷) استر → اسید + الکل	(H ₂ SO ₄)
۸) سوختن قند	خاک باغچه
۹) مبدل کاتالیستی	(Pd – Pt – Rh)

– مبدل کاتالیستی خودروهای بنزینی –

- یکی از راهکارهای مهم برای حذف آلاینده‌های تولیدشده توسط خودروها (گازهای CO ، NO ، C_xH_y)، گذاشتن قطعه‌ای به نام مبدل کاتالیستی در مسیر خروج گازها از موتور است.
- برای حذف آلاینده‌های CO ، NO و C_xH_y موجود در گازهای خروجی از موتور خودرو دو مشکل اساسی وجود دارد: ۱) این آلاینده‌ها در کسری از ثانیه (حدود ۴/۰ ثانیه) از موتور خودرو خارج و وارد هواکره می‌شوند. ۲) دمای آلاینده‌ها پس از خروج از موتور خودرو به سرعت کاهش می‌یابد.
- تصویر زیر، ساختار این مبدل‌ها را نشان می‌دهد:



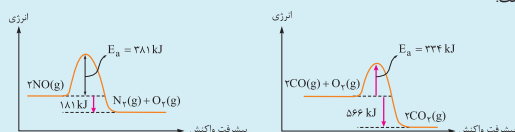
- آلاینده‌های مختلف با عبور از قطعه‌ای که بر سر راه خروج آن‌ها قرار دارد، در واکنش‌های مختلفی شرکت کرده و به فراورده‌هایی کم‌خطر تبدیل می‌شوند. معادله این واکنش‌ها به صورت زیر است:



- با انجام واکنش‌های فوق، پیش از خروج گازها و ورود به هواکره، می‌توان با تبدیل آن‌ها به ترکیب‌های بی‌خطر، آلاینده‌گی آن‌ها را تا حد زیادی (نه کامل!) کاهش داد.

نکات مهم

- هر سه واکنش فوق، گرماده هستند.
- هر سه واکنش فقط در دمای بالا با سرعت مناسب انجام می‌شوند، بنابراین برای انجام سریع واکنش‌ها و در دمای پایین‌تر نیاز به مبدل کاتالیستی است.
- هر سه واکنش در دماهای پایین انجام نمی‌شوند یا بسیار کند هستند.
- هر سه واکنش فوق، از نوع اکسایش – کاهش هستند، زیرا در هر سه تای آن‌ها، یک عنصر به حالت آزاد وجود دارد.
- مقدار گرمای آزادشده از واکنش حذف آلاینده CO ، $\Delta H = -566 \text{ kJ}$ ، بیشتر از حذف آلاینده NO ، $\Delta H = -181 \text{ kJ}$ است، ولی انرژی فعال‌سازی واکنش حذف NO بیشتر است؛ پس سرعت آن کم‌تر است.



- گازهای CO ، NO و C_xH_y وارد مبدل می‌شوند و پس از انجام واکنش‌ها، گازهای CO_2 ، H_2O ، N_2 و O_2 از مبدل خارج می‌شوند.

مرورنامه آزمون آزمایشی خیلی سبز



۶ واکنش‌های ذکرشده، مقدار E_a بالایی دارند. این حقیقت، نشان می‌دهد که این واکنش‌ها در دماهای بالا انجام می‌شوند و یا اگر هم در دمای پایین انجام شوند، سرعت واکنش بسیار کند است. به همین خاطر است که در روزهای سرد زمستان، آلاینده‌های بیشتری از آگروز خارج می‌شوند.

۷ میزان اثرگذاری مبدل کاتالیستی در رابطه با آلاینده‌های مختلف به صورت زیر است:

۱) ترتیب میزان آلاینده‌های خارج‌شده از خودرو در غیاب و حضور مبدل کاتالیستی: $CO > C_xH_y > NO$

۲) ترتیب میزان اثر مبدل کاتالیستی بر روی حذف آلاینده‌های خارج شده از خودرو: $NO > C_xH_y > CO$

۸ در ساختار مبدل‌های کاتالیستی، یک قطعه سرامیکی وجود دارد. بر روی سطح این قطعه که به شکل توری به کار می‌رود، فلزهای رودیم (Rh) (دوره ۵ و گروه ۹)، پالادیوم (Pd) (دوره ۵ و گروه ۱۰) و پلاتین (Pt) (دوره ۶ و گروه ۱۰) به عنوان کاتالیزگر نشانده شده است. این فلزها E_a واکنش‌های انجام‌شده در مبدل را کاهش می‌دهند.

۹ در سطح سرامیک‌های درون مبدل کاتالیستی، توده‌های فلزی با قطر ۲ تا ۱۰ نانومتر وجود دارند.

۱۰ محل نصب مبدل‌های کاتالیستی در خودروها در ابتدای آگروز و در نزدیکی موتور خودرو است؛ زیرا در نزدیکی موتور خودرو، هنوز دمای گازها بالا می‌باشد.

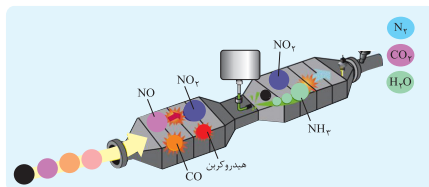
۱۱ برای افزایش کارایی مبدل کاتالیستی، گاهی سرامیک را به شکل مش (دانه‌های ریز درمی‌آورند و کاتالیزگرها را روی سطح آن می‌نشانند. این فرایند، با افزایش سطح تماس میان کاتالیزگرها و آلاینده‌ها سبب افزایش قدرت مبدل می‌شود.

۱۲ با این‌که مبدل کاتالیستی برای مدت طولانی کار می‌کند، اما کارایی این قطعه پس از مدت معینی کاهش یافته و دیگر قابل استفاده نیست.

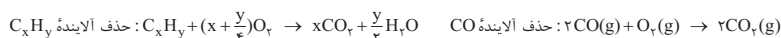
مبدل کاتالیستی خودروهای دیزلی –

۱ مبدل کاتالیستی ذکرشده صرفاً برای استفاده در خودروهای بنزینی طراحی شده است، زیرا با استفاده از این مبدل‌ها نمی‌توان گازهای NO و NO_x خروجی از خودروهای دیزلی را حذف کرد.

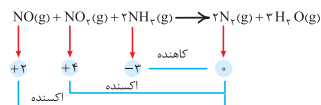
۲ بر این اساس، برای حذف آلاینده‌های خودروهای دیزلی از روشی دیگر استفاده می‌کنند. شکل زیر مبدل کاتالیستی را در خودروهای دیزلی نشان می‌دهد:



۳ این مدل در برخورد با گازهای C_xH_y و CO، مشابه به مبدل کاتالیستی خودروهای بنزینی رفتار می‌کند. معادله واکنش‌های انجام شده به صورت زیر است:



۴ در مبدل مخصوص خودروهای دیزلی، با ورود



آمونیاک و انجام واکنش مقابل، گازهای NO و NO_2 به گاز N_2 تبدیل شده و تا حدود زیادی (نه به طور کامل) از ورود آلاینده‌های NO و NO_2 به هواگر جلوگیری می‌شود.

۵ چون در واکنش مربوط به حذف اکسیدهای نیتروژن در خودروهای دیزلی گاز آمونیاک مصرف می‌شود، پس می‌توان گفت تعداد اتم‌های نیتروژن خارج شده از آگروز خودرو دیزلی بیشتر از تعداد اتم نیتروژن خارج‌شده از موتور این خودروها است.

● در واکنش فوق، عدد اکسایش نیتروژن در برخی مواد کاهش و در برخی موارد افزایش می‌یابد؛ در نتیجه می‌توان گفت که NO و NO_2 در واکنش بالا، با کاهش عدد اکسایش نیتروژن، گونه‌های اکسنده به شمار می‌آیند و با افزایش عدد اکسایش نیتروژن در NH_3 ، این مولکول کاهنده واکنش است.

● در قسمت ورودی این مبدل کاتالیستی، ۴ آلاینده وجود دارد و در قسمت خروجی این مبدل کاتالیستی، ۳ گاز (N_2 , CO_2 , H_2O) وجود دارد (دقت کنید که دیگر O_2 در خروجی این نوع مبدل کاتالیستی وجود ندارد)