

مرورنامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۰۵



مرحله چهارم

پایه دوازدهم

ویژه کنکوری‌های ۱۴۰۵

نام درس	مباحث	مؤلف	ویراستار	از صفحه	تا صفحه
حسابان و ریاضیات پایه	حسابان دوازدهم: فصل ۱ صفحه ۱ تا ۲۲ ریاضی دهم: مرتبط: فصل ۵ صفحه ۹۴ تا ۱۱۷ حسابان یازدهم: مرتبط: فصل ۲ صفحه ۳۷ تا ۷۰ ریاضی دهم: مستقل: فصل ۱ و ۲ صفحه ۱ تا ۴۶ حسابان یازدهم: مستقل: فصل ۴ صفحه ۹۱ تا ۱۱۲	علی شهرابی	محسن فراهانی ابوالفضل ناصری مهدی خوشنویس	۲	۱۷
هندسه	هندسه دهم: فصل ۳ صفحه ۵۳ تا ۷۶ هندسه یازدهم: فصل ۲ درس ۱ (از ابتدای تجانس) و فصل ۳ درس ۱ صفحه ۴۳ تا ۶۳ هندسه دوازدهم: فصل ۱ درس ۱ و ۲ (تا ابتدای دترمینان) و کاربردهای آن (صفحه ۹ تا ۲۶)	علیرضا نصراللهی	محسن فراهانی بردیا نصیری	۱۸	۲۶
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	ریاضیات گسسته: فصل ۱ (درس ۱ و ۲) صفحه ۱ تا ۱۷ آمار و احتمال: فصل ۲ درس ۴ و فصل ۳ درس ۱ و ۲ صفحه ۶۳ تا ۸۶ ریاضی دهم: فصل ۷ درس ۲ و ۳ صفحه ۱۵۲ تا ۱۷۰	سروش موئینی علی شهرابی	مهدی خوشنویس محسن فراهانی ابوالفضل ناصری	۲۶	۳۰
فیزیک	فیزیک دهم: فصل ۴ صفحه ۸۳ تا ۱۲۶ فیزیک یازدهم: فصل ۲ (از ابتدای ترکیب مقاومت‌ها) و فصل ۳ صفحه ۷۰ تا ۱۰۸ فیزیک دوازدهم: فصل ۱ صفحه ۱ تا ۲۸	نوید شاهی داوود پاشا امین امینی	داوود پاشا ماهان فنی‌فر امین امینی	۳۰	۴۶
شیمی	شیمی دهم: فصل ۲ (از ابتدای چه بر سر هواکره می‌آوریم؟) و فصل ۳ (تا ابتدای محلول و مقدار حل‌شونده‌ها) صفحه ۶۶ تا ۹۲ شیمی یازدهم: فصل ۲ (از ابتدای آنتالپی، همان محتوای انرژی است) صفحه ۶۵ تا ۹۸ شیمی دوازدهم: فصل ۱ (تا ابتدای pH مقیاسی برای تعیین میزان اسیدی‌بودن) صفحه ۱ تا ۲۴	عباس سرمایه معصومه سعیدی سروش عبادی	بنیامین یعقوبی مهدی سلطانی	۴۷	۷۲





پایه دوازدهم

– تابع چندجمله‌ای و تابع درجه ۳ –

۱) توابع چندجمله‌ای:

مثال	ضابطه
$f(x) = 2x^5 - 8x^4 + x - 7$	$f(x) = ax^n + bx^{n-1} + cx^{n-2} + \dots$
درجه تابع بالایی، ۵ است.	بزرگ‌ترین توان x ، درجه تابع چندجمله‌ای است.
	توابع معروف
	$y = ax^2 + bx + c$ (درجه دو (سه‌می)) $y = ax + b$ (درجه یک (خطی)) $y = c$ (درجه صفر (ثابت))
$f(x) = x^4 - 2x^2 + 1 \Rightarrow D_f = \mathbb{R}$	(۱) دامنه‌شان $\mathbb{R}$ است.
$f(x) = x^5 - 3x^6 + 2x^2 - 1 \Rightarrow R_f = \mathbb{R}$	(۲) اگر درجه فرد باشد، بردش هم $\mathbb{R}$ است.
$f(x) = x^2 - 6x + 1$	(۳) اگر درجه زوج باشد، بردش به صورت $[k, +\infty)$ یا $(-\infty, k]$ است.
	(۴) برای تابع $y = 0$ ، درجه تعریف نمی‌شود.

۲) تابع لری و وارونش:

دامنه و برد	نمودار	ضابطه
$D_f = R_f = \mathbb{R}$		$f(x) = x^3$
$D_{f^{-1}} = R_{f^{-1}} = \mathbb{R}$		$f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x}$

۳) نمودار تابع درجه سوم $y = a(x - \alpha)^3 + \beta$:

علامت a	اکتداد صعودی	اکتداد نزولی
$a > 0$	اکتداد صعودی	اکتداد نزولی
$a < 0$	اکتداد نزولی	اکتداد صعودی
مرکز تقارن	(α, β)	(α, β)
نمودار		

۴) برای ساده کردن ضابطه توابع درجه ۳، باید اتحاد مکعب را بلد باشیم:

صورت کلی اتحاد مکعب	مثال‌هایی که در این قسمت زیاد به کار می‌آیند.
$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$	
$(x+1)^3 = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$	
$(x+2)^3 = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$	
$(2x+1)^3 = 8x^3 + 12x^2 + 6x + 1$	



اعمال جبری روی توابع

۱) چهار عمل اصلی روی توابع به صورت زیر تعریف می‌شود:

اسم عمل	نماد	تعریف ریاضی	دامنه
جمع دو تابع	$f + g$	$(f + g)(x) = f(x) + g(x)$	$D_f \cap D_g$
تفریق دو تابع	$f - g$	$(f - g)(x) = f(x) - g(x)$	$D_f \cap D_g$
ضرب دو تابع	fg	$(fg)(x) = f(x) \cdot g(x)$	$D_f \cap D_g$
تقسیم دو تابع	$\frac{f}{g}$	$(\frac{f}{g})(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$	$D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\}$

۲) اعمال جبری در نمایش زوج مرتبی با یک مثال:

مثال فرض کنید $f = \{(1, 4), (2, 7), (3, 10)\}$ و $g = \{(2, -1), (3, 6), (4, 1)\}$ باشد و ما $f + 2g$ را بخواهیم.

مرحله ۱	اشتراک دامنه‌های f و g را می‌نویسیم: $D_{f+2g} = \{2, 3\}$
مرحله ۲	مقدار $f + 2g$ را به ازای x های دامنه به دست می‌آوریم: $x = 2: f(2) + 2g(2) = 7 + 2(-1) = 5 \xrightarrow{\text{زوج مرتب}} (2, 5)$ $x = 3: f(3) + 2g(3) = 10 + 2(6) = 22 \xrightarrow{\text{زوج مرتب}} (3, 22)$
مرحله ۳	$f + 2g = \{(2, 5), (3, 22)\}$

۳) محاسبه برد توابع $f \pm g$:

مرحله ۱	ابتدا دامنه تابع $f \pm g$ را حساب می‌کنیم.
مرحله ۲	ضابطه $f \pm g$ را تشکیل می‌دهیم.
مرحله ۳	برد تابع $f \pm g$ را در دامنه‌اش به دست می‌آوریم.

یکنوایی

۱) انواع یکنوایی:

نوع یکنوایی	وضعیت نمودار	مثال نموداری	تعریف ریاضی
صعودی اکید	فقط رو به بالا می‌رود.		$a > b \Leftrightarrow f(a) > f(b)$
نزولی اکید	فقط رو به پایین می‌رود.		$a > b \Leftrightarrow f(a) < f(b)$



مرورنامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

حسابان

دوازدهم ریاضی مرحله چهارم

نوع یکنوایی	وضعیت نمودار	مثال نموداری	تعریف ریاضی
یکنوا	صعودی	یا رو به بالا می‌رود یا ثابت است.	$a > b \Rightarrow f(a) \geq f(b)$
نزولی	یا رو به پایین می‌رود یا ثابت است.		$a > b \Rightarrow f(a) \leq f(b)$
ثابت	هم صعودی هم نزولی	روی یک خط افقی است.	$\forall a, b \in D_f \Rightarrow f(a) = f(b)$
غیریکنوا	قسمتی رو به بالا و قسمتی رو به پایین		

۲ تابعی که هم صعودی باشد هم نزولی، تابع ثابت است.

۳ معروف‌ترین توابع یکنوا:

اسم تابع	ضابطه	شرط اکیداً صعودی بودن	شرط اکیداً نزولی بودن
خطی	$y = mx + h$	$m > 0$	$m < 0$
درجه ۳	$y = a(x + \alpha)^3 + \beta$	$a > 0$	$a < 0$
رادیکالی	$y = \sqrt{ax + b} + c$	$a > 0$	$a < 0$
نمایی	$y = a^x$	$a > 1$	$0 < a < 1$
لگاریتمی	$y = \log_a x$	$a > 1$	$0 < a < 1$
آبشاری	$y = x - a - x - b $	$b \geq a$ (صعودی)	$a \geq b$ (نزولی)

۴ بازه‌های یکنوایی توابع غیریکنوای معروف:

تابع	ضابطه	نمودار	نقطه مرزی بازه‌های یکنوایی	بازه‌های یکنوایی
سهمی	$y = ax^2 + bx + c$		رأس	$(-\infty, \frac{-b}{2a}]$ یا $[\frac{-b}{2a}, +\infty)$
قدرمطلق خطی	$y = \pm ax + b $		ریشه داخل قدرمطلق	$(-\infty, \frac{-b}{a}]$ یا $[\frac{-b}{a}, +\infty)$
گلدانی	$y = x - a + x - b $		ریشه‌های داخل قدرمطلق	اکید: $(-\infty, a]$ یا $[b, +\infty)$ غیراکید: $(-\infty, b]$ یا $[a, +\infty)$
هموگرافیک	$y = \frac{ax + b}{cx + d}$		ریشه مخرج	$(-\infty, \frac{-d}{c})$ یا $(\frac{-d}{c}, +\infty)$



مرورنامه آزمون آزمایشی خیالی سبز

حسابان

$$f(x) = \begin{cases} mx + h & x \leq \frac{-b'}{a'} \\ m'x + h' & x \geq \frac{-b'}{a'} \end{cases}$$

۵ برای بررسی یکنوایی تابع $f(x) = ax + b + |a'x + b'|$ ، اول آن را دوضابطه‌ای می‌نویسیم:

حالا داریم:

علامت شیب ضابطه‌ها	نمودار	وضعیت یکنوایی	نتیجه
$m > 0$ $m' > 0$		اکیداً صعودی	$mm' > 0$: شرط اکیداً یکنوایی:
$m < 0$ $m' < 0$		اکیداً نزولی	
$m > 0$ $m' < 0$		غیریکنوا	$mm' < 0$: شرط غیریکنوایی:
$m < 0$ $m' > 0$		غیریکنوا	
$m = 0$ $m' > 0$		صعودی	شرط یکنوایی: $mm' \geq 0$
$m > 0$ $m' = 0$		صعودی	
$m = 0$ $m' < 0$		نزولی	
$m < 0$ $m' = 0$		نزولی	

۶ اگر f تابعی اکیداً یکنوا باشد، برای حل نامعادله $f(a) > f(b)$ دو حالت پیش می‌آید:

f اکیداً صعودی	در نامعادله $f(a) > f(b)$ ، با حذف f ها، جهت نامساوی تغییر نمی‌کند: $a > b$
f اکیداً نزولی	در نامعادله $f(a) > f(b)$ ، با حذف f ها، جهت نامساوی تغییر می‌کند: $a < b$

۷ یکنوایی و اعمال جبری:

f	g	$f + g$	$f - g$	fg
ص	ص	ص		
ص	ن		ص	
ن	ص		ن	
ن	ن	ن		

تذکر: خانه‌هایی که خالی هستند، هر سه حالت (صعودی، نزولی و غیریکنوا) می‌تواند برایشان رخ دهد.



۸ تعیین وضعیت یکنوایی fog : اگر صعودی بودن را + و نزولی بودن را - در نظر بگیریم، برای تعیین وضعیت یکنوایی fog ، علامت‌ها را در هم ضرب می‌کنیم؛ مثلاً اگر f صعودی و g نزولی باشد، آن‌گاه:

$fog \Rightarrow$ مثبت در منفی می‌شود منفی $\rightarrow$ پس fog نزولی است.

f	g	fog
صعودی	صعودی	صعودی
صعودی	نزولی	نزولی
نزولی	صعودی	نزولی
نزولی	نزولی	صعودی

۹ اگر $f(x)$ تابعی اکیداً صعودی (نزولی) باشد، آن‌گاه:

• $f(-x)$ و $-f(x)$ ، اکیداً نزولی‌اند (صعودی‌اند).

• تابع $\frac{1}{f(x)}$ به شرطی که f تغییر علامت ندهد، اکیداً نزولی (صعودی) است، ولی اگر f تغییر علامت بدهد، تابع $\frac{1}{f}$ غیریکنوا می‌شود.

تابع یک‌به‌یک

۱ به تابعی که در خروجی‌هایش، عدد تکراری نداریم، یک‌به‌یک می‌گوییم.

نمایش	شرط یک‌به‌یک بودن
زوج مرتبی	مؤلفه‌های دوم زوج مرتب‌ها باید متفاوت باشند.
جدولی	اعداد سطر دوم جدول باید متفاوت باشند.
پیکانی	به هیچ عددی نباید بیشتر از یک پیکان وارد شود.
نموداری	خطی موازی محور x نباید نمودار را در بیش از یک نقطه قطع کند.
ضابطه‌ای	$f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$

۲ توابع یک‌به‌یک و غیر یک‌به‌یک معروف:

اسم تابع	یک‌به‌یک	غیر یک‌به‌یک
چندجمله‌ای	خطی با شیب غیرصفر	ثابت
درجه ۳	$ax^3 + bx$ (a و b ناهم‌علامت) $a(x-b)^2 + c$	$ax^3 + bx^2$
$\frac{ax+b}{cx+d}$	با شرط $ad - bc \neq 0$ (هموگرافیک می‌شه)	با شرط $ad - bc = 0$ (ثابت می‌شه)
براکتی‌ها	$ax + b[x]$ (a و b هم‌علامت)	$ax - [ax]$
رادیکالی و قدرمطلق	$\sqrt{ax+b}$	$ x+a \pm x+b $ (گلدانی و سرسره‌ای)
سایر	a^x (نمایی) $\log_a x$ (لگاریتم)	مثلثاتی‌ها: $\sin x, \cos x, \tan x, \cot x$

۳ محاسبه $(f^{-1}og^{-1})(a)$ یا $(f^{-1}og)(a)$ یا $(fog^{-1})(a)$:

برای محاسبه همه عبارات صفحه قبل، دو مرحله داریم؛ برای مثال $(f^{-1}og^{-1})(a)$ را توضیح می‌دهیم.

مرحله ۱: اول باید $g^{-1}(a)$ را حساب کنیم. اگر ضابطه g را داریم، بهترین راه، حل معادله $g(x) = a$ است.

مرحله ۲: باید $f^{-1}(g^{-1}(a))$ را حساب کنیم. اگر ضابطه f را داریم، بهترین راه، حل معادله $f(x) = b$ است.

جوابش در مرحله قبل b شده



تقسیم و بخش پذیری

اگر $f(x)$ و $p(x)$ چندجمله‌ای باشند و درجه $p(x)$ از صفر بزرگ‌تر باشد، آن‌گاه چندجمله‌ای‌های منحصر به فرد $q(x)$ و $r(x)$ وجود دارند به طوری که: $r(x) = 0$ یا درجه $r(x)$ از درجه $p(x)$ کم‌تر است $f(x) = p(x)q(x) + r(x)$

نکته

(۱) اگر $r(x) = 0$ باشد می‌گوییم چندجمله‌ای f بر چندجمله‌ای p بخش پذیر است.

(۲) اگر f یک چندجمله‌ای و p یک چندجمله‌ای درجه ۱ مانند $ax + b$ باشد، باقی‌مانده تقسیم $f(x)$ بر p برابر است با:

$$r(x) = f\left(\frac{-b}{a}\right)$$

پایه یازدهم

وارون تابع

زوج مرتبی، $\{(y, \alpha) | (x, y) \in f\}$ اگر f^{-1} تابع باشد، f را وارون پذیر می‌نامیم.

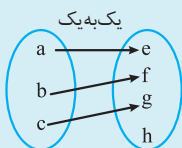
نکته

$$\frac{1}{f} \neq f^{-1}$$

نمودار: اگر f یک تابع باشد و به هر عنصر برد دقیقاً یک عنصر از دامنه نظیر شود، تابع وارون پذیر است و آن را یک‌به‌یک می‌نامیم.

نکته

یک تابع یک‌به‌یک است $\Leftrightarrow$ هر خط موازی محور x ها، نمودار آن را در حداکثر یک نقطه قطع کند.



می‌توان با محدود کردن دامنه، یک تابع غیر یک‌به‌یک را تبدیل به تابعی یک‌به‌یک کرد. مثال:

$$y = |x| - 2$$

$$x \leq 4$$

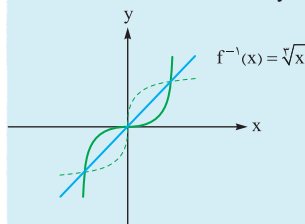
اگر $(y, x) \in f^{-1}$, $(x, y) \in f$

$$D_f = R_{f^{-1}} \text{ و } D_{f^{-1}} = R_f$$

برای به دست آوردن وارون یک تابع یک‌به‌یک مانند f ، در معادله $y = f(x)$ در صورت امکان x را بر حسب y محاسبه می‌کنیم، سپس با تبدیل y به x ، $f^{-1}(x)$ را به دست می‌آوریم.

نکته

اگر f تابعی یک‌به‌یک باشد، برای به دست آوردن نمودار f^{-1} قرینه نمودار f را نسبت به خط $y = x$ به دست می‌آوریم. مثلاً: $y = x^3$



اعمال روی توابع

f و g تابع هستند، توابع $f+g$ ، $f-g$ ، $f \cdot g$ و $\frac{f}{g}$ به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x) \quad D_{f+g} = D_f \cap D_g$$

$$(f-g)(x) = f(x) - g(x) \quad D_{f-g} = D_f \cap D_g$$

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x) \quad D_{f \cdot g} = D_f \cap D_g$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \quad D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x | g(x) = 0\}$$



مرورنامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

حسابان

• ترکیب توابع: اگر f و g دو تابع باشند، fg را ترکیب f با g می‌نامیم و به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

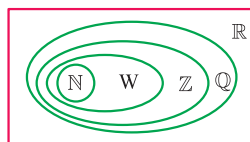
$$(fg)(x) = f(g(x)) \quad D_{fg} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$$

پایه دهم

مجموعه‌ها

۱ در مجموعه اعداد داریم:

اعداد حقیقی گویا
اعداد صحیح
اعداد حسابی طبیعی
اعداد گنگ
 $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{W} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}$
 $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}'$



۲

نوع بازه	تعریف	نمادگذاری	
بسته	شامل نقاط ابتدایی و انتهایی بازه می‌شود.	$[a, b]$	
باز	هر دو نقطه ابتدایی و انتهایی در آن نیستند.	(a, b)	
نیم باز	شامل فقط یکی از نقاط ابتدایی و انتهایی است.	$(a, b]$ یا $[a, b)$	

نکته

برای $+\infty$ (مثبت بی‌نهایت) و $-\infty$ (منفی بی‌نهایت) از نمایش باز استفاده می‌کنیم، مثلاً:

برای $+\infty$ (مثبت بی‌نهایت): $[-1, +\infty)$ یا $(-\infty, +\infty)$

برای $-\infty$ (منفی بی‌نهایت): $(-\infty, 1]$ یا $(-\infty, +\infty)$

۳ به مجموعه‌ای مانند A که تعداد اعضای آن «عدد حسابی» باشد، مجموعه «متناهی» می‌گوییم؛ در غیر این صورت به این مجموعه، مجموعه «نامتناهی» می‌گوییم؛ مثلاً: مجموعه اعداد طبیعی زوج کوچک‌تر از 20 یعنی $\{2, 4, 6, \dots, 18\}$ یک مجموعه متناهی است که ۹ عضو دارد و مجموعه اعداد طبیعی فرد یعنی $\{1, 3, 5, 7, \dots\}$ یک مجموعه نامتناهی است.

۴ مجموعه مرجع: مجموعه‌ای که همه مجموعه‌ها، زیرمجموعه آن هستند را مجموعه مرجع می‌نامیم و آن را با نماد U نشان می‌دهیم.

۵ اگر U مجموعه مرجع و مجموعه A زیرمجموعه آن باشد، $U - A$ را متمم A می‌نامیم و آن را با A' نشان می‌دهیم. در واقع مجموعه A' شامل عضوهای U است که در A نیستند. متمم‌های معروف عبارت‌اند از:

$$1) \emptyset' = U$$

$$2) U' = \emptyset$$

$$3) (A')' = A$$

$$4) (A \cup B)' = A' \cap B'$$

$$5) (A \cap B)' = A' \cup B'$$

$$A \cap B = \emptyset \Rightarrow n(A \cap B) = 0$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

۶ به دو مجموعه A و B که عضو مشترکی نداشته باشند، دو مجموعه مجزا یا جدا از هم می‌گوییم؛ پس:

۷ تعداد اعضای اجتماع دو مجموعه:

نام مجموعه	نماد و فرمول	نمودار ون	تعداد	ویژگی
مرجع	U		تعداد کل اعضا	مجموعه‌ای که همه مجموعه‌ها، زیرمجموعه آن هستند.
اجتماع	$A \cup B$		$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$	اعضایی که در حداقل یکی از دو مجموعه A و B حضور دارند.
اشتراک	$A \cap B$		تعداد اعضای مشترک بین دو مجموعه	اعضای مشترک بین دو مجموعه
متمم	$A' = U - A$		$n(A') = n(U) - n(A)$	A' شامل اعضای U است که عضو A نیستند.



مرورنامه آزمون آزمایشی خیالی سبز

حسابان

نام مجموعه	نماد و فرمول	نمودار ون	تعداد	ویژگی
متمم اجتماع	$(A \cup B)' = (A' \cap B')$		$n(A \cup B)' = n(U) - n(A \cup B) = n(A' \cap B')$	اعضایی که عضو هیچ یک از دو مجموعه A و B نیستند.
متمم اشتراک	$(A \cap B)' = (A' \cup B')$		$n(A \cap B)' = n(U) - n(A \cap B) = n(A' \cup B')$	عضوهایی از مجموعه مرجع U که بین A و B مشترک نیستند.
مجزا یا جدا از هم	$\emptyset = A \cap B$		$n(A \cap B) = 0$ یا $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$	دو مجموعه که هیچ عضو مشترکی ندارند.
عضو فقط یکی از دو مجموعه	$(A - B) \cup (B - A)$		$n((A - B) \cup (B - A)) = n(A \cup B) - n(A \cap B) = n(A) + n(B) - 2 \times n(A \cap B)$	اعضایی که عضو فقط یکی از دو مجموعه هستند.

دنباله

۱ الگوهای درجه یک و درجه دو:

الگو	فرم کلی	روش به دست آوردن a	روش به دست آوردن b (و c)
درجه یک (خطی)	$an + b$	مقداری که به جملات اضافه می شود.	با جای گذاری یک جمله از دنباله، b را به دست می آوریم.
درجه دو	$an^2 + bn + c$	- مقداری که به جملات اضافه می شود را زیرشان می نویسیم. - مقادیری که نوشتیم تشکیل یک دنباله حسابی می دهند. - نصف قدرنسبت این دنباله برابر با a می شود.	با جای گذاری دو جمله از دنباله، مقادیر b و c را به دست می آوریم.

۲ مثال از الگوی درجه یک و درجه دو:

جمله عمومی	جای گذاری جملات در الگو برای به دست آوردن ضرایب مجهول	تبدیل الگوی شکل به عددی	الگوی شکل
$t_n = 3n + 2$	$t_n = 3n + b$ $\xrightarrow{t_1=5} 5 = 3 + b \Rightarrow b = 2$	$5, 8, 11, \dots$ $\begin{matrix} +3 & +3 \end{matrix}$ $\Rightarrow a = 3$ پس درجه اوله	
$t_n = \frac{3}{2}n^2 - \frac{1}{2}n$	$t_n = \frac{3}{2}n^2 + bn + c$ $\begin{cases} \xrightarrow{t_1=1} \frac{3}{2} + b + c = 1 \\ \xrightarrow{t_2=5} 6 + 2b + c = 5 \end{cases}$ $\xrightarrow{\text{حل}} \begin{cases} b = -\frac{1}{2} \\ c = 0 \end{cases}$	$1, 5, 12, 22, \dots$ $\begin{matrix} +4 & +7 & +10 \\ +3 & +3 \end{matrix}$ $\Rightarrow a = \frac{3}{2}$ پس درجه دومه	

دنباله حسابی و هندسی

۱ روابط اصلی دنباله های حسابی و هندسی:

هندسی	حسابی	جمله عمومی
$a_n = a_1 q^{n-1}$	$a_n = a_1 + (n-1)d$	جمله عمومی
$a_{n+1} = a_n \times q$	$a_{n+1} = a_n + d$	رابطه بازگشتی
$n + m = p + t \Rightarrow a_n \times a_m = a_p \times a_t$	$n + m = p + t \Rightarrow a_n + a_m = a_p + a_t$	رابطه اندیس ها
$y^z = xz$ به y. واسطه هندسی X و Z می گویند.	$y = \frac{x+z}{2}$ به y. واسطه حسابی X و Z می گویند.	سه جمله متوالی (X, y, Z)
$q^{k+1} = \frac{b}{a}$	$d = \frac{b-a}{k+1}$	درج k واسطه بین a و b



مرورنامه آزمون آزمایشی خیل سبز

حسابان

هندسی	حسابی	
تعداد (وسطی) = حاصل ضرب مثال $a_v a_\lambda a_q = (a_\lambda)^3$	مثال $a_v + a_\lambda + a_q = 3a_\lambda$ وسطی $\times$ تعداد = مجموع	تعدادی فرد جمله متوالی
$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$	$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$ یا $S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$	مجموع n جمله اول

۲ مجموع اعداد طبیعی از ۱ تا n: $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

۳ مجموع مربع اعداد طبیعی از ۱ تا n: $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

۴ محاسبه a_n از روی S_n : $a_n = S_n - S_{n-1}$ مثال $a_\lambda = S_\lambda - S_v$

۵ نسبت مجموع $2n$ جمله اول به n جمله اول دنباله هندسی: $\frac{S_{2n}}{S_n} = q^n + 1$ مثال $\frac{S_{12}}{S_6} = q^6 + 1$

۶ اگر جملات n ام، m ام و p ام یک دنباله حسابی، سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشد، قدرنسبت دنباله هندسی از رابطه $q = \frac{p-m}{m-n}$ به دست می آید.

مثلاً اگر جملات سوم، هفتم و سیزدهم یک دنباله حسابی، سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند، آن گاه: $q = \frac{13-7}{7-3} = \frac{3}{2}$

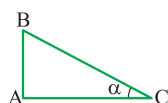
۷ اتحادهایی که از S_n دنباله هندسی نتیجه می شوند:

اتحاد	بخش پذیری $x^n \pm a^n$ بر $x \pm a$	
$x^n - a^n = (x-a)(x^{n-1} + ax^{n-2} + a^2x^{n-3} + \dots + a^{n-2}x + a^{n-1})$ $x^n - a^n = (x+a)(x^{n-1} - ax^{n-2} + a^2x^{n-3} - \dots + a^{n-2}x - a^{n-1})$	بر $x^n - a^n$ بخش پذیر است.	زوج n
—	بر $x^n + a^n$ بخش پذیر نیست.	
$x^n - a^n = (x-a)(x^{n-1} + ax^{n-2} + a^2x^{n-3} + \dots + a^{n-2}x + a^{n-1})$	بر $x^n - a^n$ بخش پذیر است.	فرد n
—	بر $x^n + a^n$ بخش پذیر نیست.	
$x^n + a^n = (x+a)(x^{n-1} - ax^{n-2} + a^2x^{n-3} - \dots - a^{n-2}x + a^{n-1})$	بر $x^n + a^n$ بخش پذیر است.	
—	بر $x^n - a^n$ بخش پذیر نیست.	

مقدمات

۱ نسبت های مثلثاتی در مثلث قائم الزاویه:

نسبت	تعریف	برای زاویه α در شکل مقابل
سینوس	$\frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}}$	$\sin \alpha = \frac{AB}{BC}$
کسینوس	$\frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}}$	$\cos \alpha = \frac{AC}{BC}$
تانژانت	$\frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}}$	$\tan \alpha = \frac{AB}{AC}$
کتانژانت	$\frac{\text{مجاور}}{\text{مقابل}}$	$\cot \alpha = \frac{AC}{AB}$





مرورنامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

حسابان

۲ نسبت‌های مثلثاتی زوایای مهم:

	۰°	۳۰°	۴۵°	۶۰°	۹۰°
sin	۰	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	۱
cos	۱	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	۰
tan	۰	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	۱	$\sqrt{3}$	ت.ن
cot	ت.ن	$\sqrt{3}$	۱	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	۰

۳ مساحت مثلث:

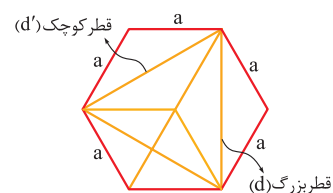
شکل	فرمول	مقادیری که داریم
	$\frac{a \cdot h_a}{2}$	قاعده و ارتفاع وارد بر آن
	$\frac{1}{2} ab \sin \hat{C}$	دو ضلع و زاویه بین
	$\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ نصف محیط	سه ضلع (هرون)
	$\frac{ (x_A y_B + x_B y_C + x_C y_A) - (x_B y_A + x_C y_B + x_A y_C) }{2}$	مختصات سه رأس

۴ مساحت چهارضلعی:

شکل	فرمول	مقادیری که داریم
	$ab \sin \alpha$ یا α'	دو ضلع و زاویه بین در متوازی‌الاضلاع
	$\frac{1}{2} cd \sin \theta$ یا θ'	دو قطر و زاویه بین در هر چهارضلعی محدب

۵ شش ضلعی منتظم:

مساحت	قطر کوچک	قطر بزرگ
$6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$ مساحت مثلث متساوی‌الاضلاع	$a\sqrt{3}$	$2a$





مرورنامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

حسابان

۶ رابطه سینوس‌ها و کسینوس‌ها در مثلث:

اسم رابطه	فرمول	زمان استفاده
سینوس‌ها	$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$	رابطه بین دو اضلاع و زوایای روبه‌رویشان
کسینوس‌ها	$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \hat{A}$	رابطه بین سه ضلع و یکی از زوایا

دایره مثلثاتی

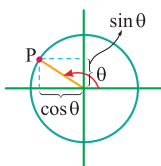
۱ نمایش نسبت‌های مثلثاتی روی دایره:

	نمایش sin و cos برای آن که سینوس و کسینوس یک زاویه دلخواه روی دایره مثلثاتی را نشان دهیم کافی است از نقطه انتهایی کمانش به محورهای سینوس و کسینوس عمود کنیم.
	نمایش cot و tan برای نمایش تانژانت و کتانژانت یک زاویه کافی است ضلع دوم زاویه را از دو طرف امتداد دهیم تا محورهای تانژانت و کتانژانت را قطع کند. نقطه برخوردش با این محورها، $\tan \theta$ و $\cot \theta$ را نشان می‌دهد.

۲ علامت نسبت‌های مثلثاتی در ۴ ناحیه دایره مثلثاتی:

ناحیه	محدوده	sin	cos	tan	cot
اول	$0^\circ < x < \frac{\pi}{2}$	+	+	+	+
دوم	$\frac{\pi}{2} < x < \pi$	+	-	-	-
سوم	$\pi < x < \frac{3\pi}{2}$	-	-	+	+
چهارم	$\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$	-	+	-	-

۳ مختصات هر نقطه روی دایره مثلثاتی به صورت $P(\cos \theta, \sin \theta)$ است.



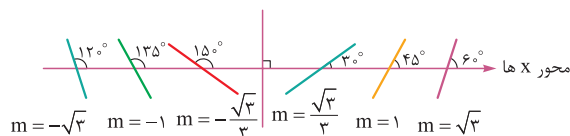
۴ محاسبه سایر نسبت‌های مثلثاتی با داشتن یکی از آن‌ها (بدون استفاده از اتحادها):

مثلاً فرض کنید $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ و α دو ربع چهارم است و $\cot \alpha$ را می‌خواهیم. ابتدا با این که α در ربع چهارم است کاری نداریم.

	گام ۱ با توجه به تعریف کسینوس که می‌شد اندازه ضلع مجاور به وتر، مثلث قائم‌الزاویه‌ای مثل شکل روبه‌رو می‌کشیم.
	گام ۲ ضلع سوم را با فیثاغورس درمی‌آوریم: $x = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$
$\cot \alpha = \frac{\text{مجاور}}{\text{مقابل}} = \frac{3}{4}$	گام ۳ حالا کتانژانت α را طبق تعریف می‌نویسیم و علامتش را با توجه به قراردادن آن در ربع چهارم می‌گذاریم.



۵) تانژانت زاویه‌ای که هر خطی با جهت مثبت محور x می‌سازد، برابر با شیب آن خط است: $m = \tan \alpha$.



اتحادهای مثلثاتی

صورت اصلی اتحاد	صورت فرعی اتحاد	
$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$	$1 - \sin^2 x = \cos^2 x$	۱
$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$	$1 - \cos^2 x = \sin^2 x$	۲
$\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$	$\tan x \cdot \cot x = 1$	۳
$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$	$\cot x = \frac{1}{\tan x}$	۴
$1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$		۵

پایه یازدهم

رادیان

۱) نکات اولیه رادیان:

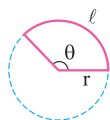
تعریف ۱ رادیان	۱
تقریب ۱ رادیان	۲
مرزها برحسب رادیان	۳
رابطه بین درجه و رادیان	۴
تبدیل سریع درجه به رادیان و برعکس	۵

۲) زوایای مهم برحسب درجه و رادیان:

15°	30°	45°	60°	75°	90°	120°	135°	150°
$\frac{\pi}{12}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{12}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$
180°	210°	225°	240°	270°	300°	315°	330°	360°
π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π



۳ طول کمان روبه‌رو زاویه θ رادیان در دایره‌ای به شعاع r :



$$\ell = r\theta$$

بر حسب رادیان

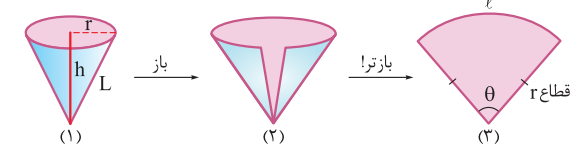
۴ در سؤالات «چرخیدن دو قرقره متصل به یک تسمه» یا «چرخیدن دو چرخ وسیله‌ای که چرخ‌های نابرابر دارد»، شروع حل با برابر قرار دادن طول کمان‌های طی شده است:

$$\ell_1 = \ell_2 \rightarrow r_1 \theta_1 = r_2 \theta_2 \rightarrow \dots$$

۵ قطاع (θ بر حسب رادیان):

مساحت	محیط	شکل
$\frac{1}{2}\theta r^2$	$\ell + 2r$ یا $r\theta + 2r$	

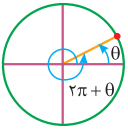
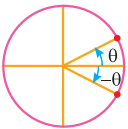
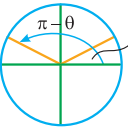
۶ گسترده مخروط:

شکل	
روابط بین قطاع و مخروط	(۱) مولد مخروط با شعاع قطاع برابر است: قطاع $r = L$ (۲) محیط قاعده مخروط با طول کمان قطاع برابر است: قطاع $\theta = 2\pi r_m \rightarrow \ell = P_{\text{قاعده}}$
دو رابطه مهم در مخروط	(۱) $L = \sqrt{r_m^2 + h^2}$ (۲) $S_{\text{جانبی}} = \pi r_m L$

۷ $| \frac{11}{4}m - 30h | =$ زاویه بین عقربه ساعت‌شمار و دقیقه‌شمار در ساعت h و m دقیقه

نسبت‌های مثلثاتی زوایای $\frac{k\pi}{2} \pm \alpha$

۱ زوایای متمم، مکمل، قرینه و هم‌پایان ($k \in \mathbb{Z}$):

هم‌پایان	قرینه	مکمل	متمم	تعریف
زوایایی که اختلافشان مضربی از 360° است.	قرینه θ یعنی $-\theta$	دو زاویه که مجموعشان 180° است.	دو زاویه که مجموعشان 90° است.	
$2k\pi + \theta$ یا $360^\circ k + \theta$	$-\theta$	$\pi - \theta$ یا $180^\circ - \theta$	$\frac{\pi}{2} - \theta$ یا $90^\circ - \theta$	برای زاویه θ
 یک یا چند دور کامل می‌زنند.	 قرینه نسبت به محور x ها	 قرینه نسبت به محور y ها	 قرینه نسبت به $y = x$	روی دایره
همه چی ثابت می‌ماند.	$\cos$ ها برابر و بقیه قرینه هم هستند. (کسینوس منفی را می‌خورد!)	$\sin$ ها برابر و بقیه قرینه هم هستند.	$\sin$ یکی با $\cos$ دیگری و $\tan$ یکی با $\cot$ دیگری برابر است و بالعکس.	رابطه با نسبت‌های زاویه θ
$\sin 39^\circ = \sin 3^\circ$	$\cos(-3^\circ) = \cos 3^\circ$	$\sin 17^\circ = \sin 6^\circ$	$\sin 2^\circ = \cos 7^\circ$	مثال



مرورنامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

حسابان

۲ نوشتن نسبت‌های مثلثاتی زوایای $\frac{k\pi}{p} \pm \alpha$ برحسب زاویه α در ۳ مرحله:

مرحله ۱	$0 < \alpha < 2\pi$ زاویه	اگر کمان از 2π بیشتر بود، مجاز هستیم مضارب 2π را از آن کم کنیم تا به زاویه‌ای در محدوده صفر تا 2π برسیم.
مرحله ۲	تغییر اسم می‌دهد یا نه؟	اگر π یا 2π داشتیم، نسبت مثلثاتی عوض نمی‌شود. ولی اگر $\frac{\pi}{p}$ یا $\frac{2\pi}{p}$ داشتیم، $\sin$ به $\cos$ (و بالعکس) و $\tan$ به $\cot$ (و بالعکس) تبدیل می‌شود.
مرحله ۳	علامت + یا -	α را زاویه‌ای در ربع اول (مثلاً 1°) در نظر می‌گیریم و با توجه به آن، محدوده زاویه $\frac{k\pi}{p} \pm \alpha$ را مشخص و علامت نسبت را تعیین می‌کنیم.

مثال $\sin(\frac{7\pi}{4} - \alpha)$

$$\sin(\frac{7\pi}{4} + \frac{3\pi}{4} - \alpha) = \sin(\frac{3\pi}{4} - \alpha)$$

حذف

مرحله ۱: از $\frac{7\pi}{4}$ ، 2π کم می‌کنیم:

مرحله ۲: به خاطر $\frac{3\pi}{4}$ ، $\sin$ به $\cos$ تبدیل می‌شود.

مرحله ۳: با فرض $\alpha = 1^\circ$ ، زاویه $\frac{3\pi}{4} - \alpha$ می‌شود 26° که در ربع (۳) قرار دارد و در این ربع $\sin$ منفی است.

$$\sin(\frac{7\pi}{4} - \alpha) = -\cos \alpha$$

مرحله ۲
↑
مرحله ۳
↓

پس:

۳ جدول نسبت‌های مثلثاتی زوایای $\frac{k\pi}{p} \pm \alpha$

	$\frac{\pi}{4} - \alpha$	$\frac{\pi}{4} + \alpha$	$\pi - \alpha$	$\pi + \alpha$	$\frac{3\pi}{4} - \alpha$	$\frac{3\pi}{4} + \alpha$	$2\pi - \alpha$	$2\pi + \alpha$
تغییر اسم می‌دهد یا نمی‌دهد؟	می‌دهد	می‌دهد	نمی‌دهد	نمی‌دهد	می‌دهد	می‌دهد	نمی‌دهد	نمی‌دهد
ناحیه (ربع) زاویه جدید	۱	۲	۲	۳	۳	۴	۴	۱
$\sin$	$\cos \alpha$	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\sin \alpha$	$\sin \alpha$
$\cos$	$\sin \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\sin \alpha$	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\cos \alpha$
$\tan$	$\cot \alpha$	$-\cot \alpha$	$-\tan \alpha$	$\tan \alpha$	$\cot \alpha$	$-\cot \alpha$	$-\tan \alpha$	$\tan \alpha$
$\cot$	$\tan \alpha$	$-\tan \alpha$	$-\cot \alpha$	$\cot \alpha$	$\tan \alpha$	$-\tan \alpha$	$-\cot \alpha$	$\cot \alpha$

۴ برای آن که کسرهایی به فرم $\frac{a \sin \alpha + b \cos \alpha}{c \sin \alpha + d \cos \alpha}$ را برحسب $\tan \alpha$ بنویسیم، باید همه نسبت‌ها را به $\cos \alpha$ تقسیم کنیم:

$$\frac{\frac{a \sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{b \cos \alpha}{\cos \alpha}}{\frac{c \sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{d \cos \alpha}{\cos \alpha}} = \frac{a \tan \alpha + b}{c \tan \alpha + d}$$



توابع مثلثاتی سینوس و کسینوس

ضابطه تابع	نمودار	دامنه	بُرد	دوره تناوب	نقاط max	نقاط min	صفرهای تابع
$y = \sin x$		$\mathbb{R}$	$[-1, 1]$	2π	$2k\pi + \frac{\pi}{2}$	$2k\pi + \frac{3\pi}{2}$	$k\pi$
$y = \cos x$		$\mathbb{R}$	$[-1, 1]$	2π	$2k\pi$	$2k\pi + \pi$	$k\pi + \frac{\pi}{2}$

● نمودار $a \cos(bx + c) + d$ و $a \sin(bx + c) + d$:

$$\min = -|a| + d \quad (T) = \frac{2\pi}{|b|} \text{ دوره تناوب}$$

$$\max = |a| + d$$

روابط مثلثاتی مجموع و تفاضل زوایا

$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha$	جمع	سینوس
$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha$	تفاضل	
$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$	جمع	کسینوس
$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$	تفاضل	
$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$	جمع	تانزان
$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$	تفاضل	

۱ اتحادهای $\alpha \pm \beta$:

۲ برای محاسبه نسبت‌های مثلثاتی زوایای 15° ، 75° ، 105° و ... از اتحادهای بالا استفاده می‌کنیم.

۳ اتحادهای 2α :

$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$	اتحاد	سینوس
$\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha$	نتیجه	
$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha$	اتحاد	کسینوس
$1 + \cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha$ $1 - \cos 2\alpha = 2 \sin^2 \alpha$	نتایج	
$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$	اتحاد	تانزان



مرورنامه آزمون آزمایشی خیالی سبز

حسابان

۴ اتحادهای ۳α :

$$\sin 3\alpha = 3\sin \alpha - 4\sin^3 \alpha$$

$$\cos 3\alpha = 4\cos^3 \alpha - 3\cos \alpha$$

۵ نسبت‌های مثلثاتی زوایای ۱۵° و (۷۵°) و ۲۲/۵° و (۶۷/۵°) را بلد باشید.

	sin	cos	tan	cot
$15^\circ = \frac{\pi}{12}$	$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ یا $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ یا $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}$	$2-\sqrt{3}$	$2+\sqrt{3}$
$75^\circ = \frac{5\pi}{12}$	$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ یا $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ یا $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2}$	$2+\sqrt{3}$	$2-\sqrt{3}$
$22/5^\circ = \frac{\pi}{8}$	$\frac{\sqrt{2}-\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{2}}{2}$	$\sqrt{2}-1$	$\sqrt{2}+1$
$67/5^\circ = \frac{3\pi}{8}$	$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}-\sqrt{2}}{2}$	$\sqrt{2}+1$	$\sqrt{2}-1$

● برای به دست آوردن سینوس و کسینوس زوایای ۱۵° و ۲۲/۵° از دو اتحاد $1 + \cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha$ و $1 - \cos 2\alpha = 2\sin^2 \alpha$ استفاده می‌کنیم.

۶ اتحادهای تکمیلی:

۱	$\sin \alpha \pm \cos \alpha = \sqrt{2} \sin(\alpha \pm \frac{\pi}{4})$
۲	$\tan \alpha + \cot \alpha = \frac{2}{\sin 2\alpha}$
۳	$\cot \alpha - \tan \alpha = 2\cot 2\alpha$
۴	$\tan \alpha + \tan \beta = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \alpha \cos \beta}$
۵	$\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 1 - \frac{1}{2}\sin^2 2\alpha$
۶	$\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha = 1 - 3\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 1 - \frac{3}{4}\sin^2 2\alpha$

۷ چند تکنیک:

اگر عبارت‌مان به شکل $\cos \alpha \cos 2\alpha \cos 4\alpha \dots$ بود باید خودمان $\sin \alpha$ را در آن ضرب کنیم و بعد از ساده کردن، جواب به دست آمده را بر $\sin \alpha$ تقسیم کنیم.

۱	مثال $\cos 1^\circ \cos 2^\circ \cos 4^\circ \xrightarrow[\sin 1^\circ]{\frac{1}{2}\sin 2^\circ} \frac{\frac{1}{2}\sin 2^\circ \cos 1^\circ \cos 2^\circ \cos 4^\circ}{\sin 1^\circ} = \frac{\frac{1}{2}\sin 4^\circ \cos 2^\circ \cos 4^\circ}{\sin 1^\circ}$ $= \frac{\frac{1}{4}\sin 8^\circ \cos 4^\circ}{\sin 1^\circ} = \frac{\frac{1}{8}\sin 8^\circ}{\sin 1^\circ} = \frac{1}{8} \tan 8^\circ$
۲	برای ساده کردن عبارت‌های به فرم $a \sin \alpha + b \cos \alpha$ از $\sqrt{a^2 + b^2}$ فاکتور می‌گیریم و بعد آن را به شکل ضربی از $\sin(\alpha + \beta)$ می‌نویسیم. مثال $\sin 1^\circ + \sqrt{3} \cos 1^\circ \xrightarrow[\frac{2}{2}]{\sqrt{1+3}=\sqrt{4}=2} 2(\frac{1}{2}\sin 1^\circ + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos 1^\circ)$ $= 2(\cos 6^\circ \sin 1^\circ + \sin 6^\circ \cos 1^\circ) = 2\sin(1^\circ + 6^\circ) = 2\sin 7^\circ$



پایه دهم

فصل سوم

n ضلعی		
مجموع زوایای داخلی	تعداد کل قطرهای	قطرهای گذرنده از یک رأس
$(n-2) \times 180^\circ$	$\frac{n(n-3)}{2}$	$n-3$

چهارضلعی‌های خاص -

● متوازی‌الاضلاع: چهارضلعی که هر دو ضلع مقابل آن با هم موازی باشد.

(۲) یک چهارضلعی متوازی‌الاضلاع است اگر و تنها اگر دو ضلع مقابل، موازی و مساوی باشند. $AB = CD$ $AB \parallel CD$	(۱) یک چهارضلعی متوازی‌الاضلاع است اگر و تنها اگر ضلع‌های مقابل آن دوجه‌دو هم‌اندازه باشند. $AD = BC$ $AB = CD$
(۴) یک چهارضلعی متوازی‌الاضلاع است اگر و تنها اگر هر دو زاویه مجاور آن مکمل باشند. $\alpha + \beta = 180^\circ$	(۳) یک چهارضلعی متوازی‌الاضلاع است اگر و تنها اگر زوایای مقابل با هم برابر باشند. $\hat{A} = \hat{C}$ $\hat{B} = \hat{D}$
(۶) یک چهارضلعی متوازی‌الاضلاع است اگر و تنها اگر هر قطر، آن را به دو مثلث مساوی تقسیم کند. $\triangle ABD \cong \triangle BCD$	(۵) یک چهارضلعی متوازی‌الاضلاع است اگر و تنها اگر قطرهای آن همدیگر را نصف کنند. $OA = OC$ $OB = OD$

● مستطیل: متوازی‌الاضلاعی که همه زوایای آن قائمه باشد. همه ویژگی‌های متوازی‌الاضلاع را دارد به علاوه موارد زیر:

(۲) مستطیل، متوازی‌الاضلاعی است که دو قطر آن با هم برابر باشند. $AC = BD$	(۱) مستطیل، متوازی‌الاضلاعی است که دو ضلع مجاور آن بر هم عمود باشند. $AB \perp BC$ $AD \perp CD$
--	--

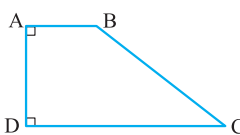
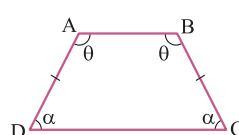
● لوزی: متوازی‌الاضلاعی است که هر چهار ضلع آن با هم برابر باشد. همه ویژگی‌های متوازی‌الاضلاع را دارد به علاوه موارد زیر:

(۲) لوزی، متوازی‌الاضلاعی است که قطرهای آن نیمساز زوایا باشند.	(۱) لوزی، متوازی‌الاضلاعی است که قطرهای آن برهم عمود باشند. $AC \perp BD$
---	--

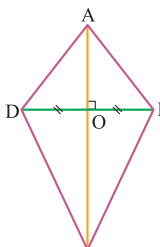
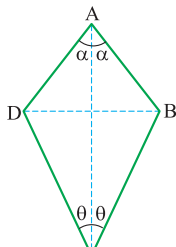
● مربع: متوازی‌الاضلاعی که همه زوایای آن قائمه و هر چهار ضلع آن با هم برابرند. مربع تمام ویژگی‌های لوزی و مستطیل را دارد.

● دوزنقه: چهارضلعی که فقط دو ضلع موازی داشته باشد.

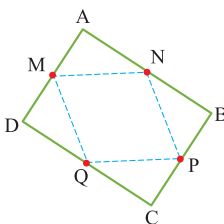
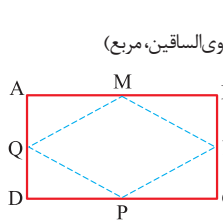
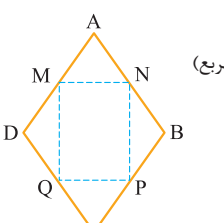
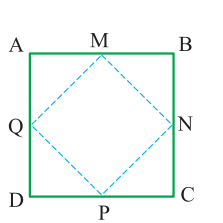


دورنقه قائم الزاویه	دورنقه متساوی الساقین
دورنقه‌ای که دو زاویه قائمه داشته باشد. 	دورنقه‌ای که ساق‌های آن با هم برابر باشد. $AD = BC$ $\hat{A} = \hat{B}, \hat{C} = \hat{D}$ $BD = AC$ بنابراین: 

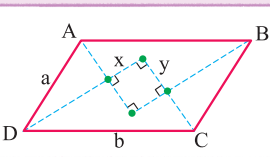
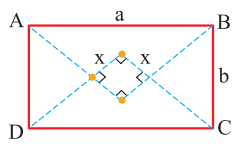
کایت: چهارضلعی که اضلاع آن دایره‌دو با هم برابرند.

(۱) قطر بزرگ عمود منصف قطر کوچک است. AC عمود منصف BD است. 	(۲) قطر بزرگ نیمساز زاویه است ولی قطر کوچک نیمساز نیست. 
--	--

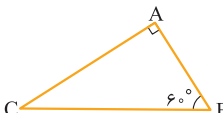
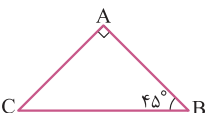
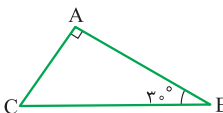
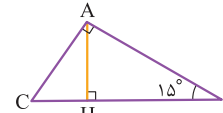
وصل کردن وسط اضلاع چهارضلعی:

(۱) هر چهارضلعی دلخواه شکل حاصل: متوازی الاضلاع MNPQ 	(۲) چهارضلعی با قطرهای برابر (مستطیل، دورنقه متساوی الساقین، مربع) شکل حاصل: لوزی MNPQ 
(۳) چهارضلعی با قطرهای عمود برهم (لوزی، کایت، مربع) شکل حاصل: مستطیل MNPQ 	(۴) چهارضلعی با قطرهای برابر و عمود برهم (مربع) شکل حاصل: مربع MNPQ 

شکل حاصل از برخورد نیمساز زوایای چهارضلعی:

حالت	شکل	اندازه ضلع
(۱) از تقاطع نیمسازهای داخلی هر متوازی الاضلاع همواره یک مستطیل حاصل می‌شود.		$x = a - b \sin \alpha$ $y = a - b \cos \alpha$
(۲) از تقاطع نیمسازهای داخلی هر مستطیل همواره یک مربع حاصل می‌شود.		$x = \frac{\sqrt{2}}{2} a - b $ (همون $\sin 45^\circ$ یا $\cos 45^\circ$)

روابط مثلث قائم الزاویه:

شکل	رابطه
	$AC = \frac{\sqrt{3}}{2} BC$
	$AC = \frac{\sqrt{2}}{2} BC$
	$AC = \frac{BC}{2}$
	$AH = \frac{BC}{4}$



فصل سوم: درس ۲: مساحت و کاربردهای آن

– محاسبه مساحت مثلث –

	$S = \frac{1}{2} a \cdot h_a, a = \frac{2S}{h_a}, h_a = \frac{2S}{a}$ $\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{P}{S}$	مساحت مثلث (رابطه ضلع و ارتفاع) ($P =$ نصف محیط)
	$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle A'B'C'}} = \frac{AH}{A'H'}$	مثلث‌های هم‌قاعده
	$\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ACD}} = \frac{m}{n}$	مثلث‌های هم‌ارتفاع
	$S = \frac{1}{2} bc = \frac{1}{2} a \cdot h_a$	مثلث قائم‌الزاویه

– میانه‌ها و مساحت –

	$\frac{GM}{GA} = \frac{GN}{GB} = \frac{GP}{GC} = \frac{1}{2}$	۱) میانه‌های اضلاع مثلث هم‌رسانند و به نسبت ۱ به ۲ همدیگر را قطع می‌کنند.
	$S_{\triangle ABM} = S_{\triangle ACM}$	۲) میانه، مثلث را به دو مثلث معادل تقسیم می‌کند.
	$S_1 = S_2 = S_3 = S_4 = S_5 = S_6$	۳) اگر میانه‌های مثلث را رسم کنیم، شش مثلث معادل ایجاد می‌شود.
	$S_1 = S_2 = S_3 = S_4 = \frac{S_{\triangle ABC}}{4}$	۴) اگر وسط اضلاع مثلث را به هم وصل کنیم، ۴ مثلث معادل ایجاد می‌شود.



– مثلث متساوی الساقین –

	$h_1 + h_2 = BH$	(۱) اگر P نقطه‌ای دلخواه روی قاعده مثلث متساوی الساقین باشد:
	$ h_1 - h_2 = CH$	(۲) اگر P نقطه‌ای دلخواه روی امتداد قاعده مثلث متساوی الساقین باشد:

– مثلث متساوی الاضلاع –

	$AH = \frac{\sqrt{3}}{2} a$	(۱) اندازه ارتفاع، میانه و نیمساز همواره $\frac{\sqrt{3}}{2}$ برابر ضلع است.
	$S = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$	(۲) مساحت مثلث متساوی الاضلاع $\frac{\sqrt{3}}{4}$ برابر مربع ضلع است.
	$x + y + z = h_a = \frac{\sqrt{3}}{2} a$	(۳) اگر O نقطه‌ای دلخواه درون مثلث متساوی الاضلاع باشد:
	$x - y + z = h_a = \frac{\sqrt{3}}{2} a$	(۴) اگر P نقطه‌ای دلخواه خارج مثلث متساوی الاضلاع باشد:

– مساحت چهارضلعی‌های خاص –

مساحت مستطیل	مساحت متوازی الاضلاع
$S = a.b$	$S = a \times h_a = b \times h_b$



مساحت مربع	مساحت دوزنقه
$S = a^2$	$S = \frac{1}{2} \times AH \times (a + b)$
مساحت چهارضلعی (حالت کلی)	مساحت چهارضلعی با قطرهای عمود بر هم (کایت، لوزی)
$S = \frac{1}{2} AC \times BD \times \sin \alpha$	$S = \frac{1}{2} d \cdot d'$

– قضیه شبه‌پروانه در دوزنقه –

	(۱) $S_1 = S_4$ (۲) $S_1 \cdot S_3 = S_2 \cdot S_4 = S_1^2 = S_4^2$
--	---

– رابطه پیک –

$$S = \frac{b}{2} + i - 1$$

اگر b تعداد نقاط مرزی و i تعداد نقاط درونی یک چندضلعی شبکه‌ای باشد، داریم:

پایه یازدهم

تجانس

ویژگی‌های تجانس نسبت به نقطه ثابت O و ضریب k

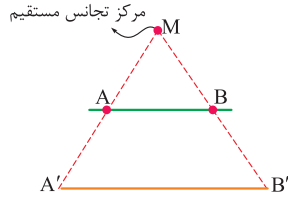
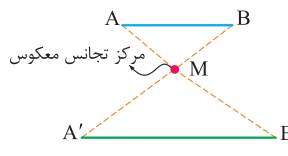
	ایزومتري نیست، مگر در حالتی که $k = 1$.
	۲
	شیب خط را حفظ می‌کند.
	۳
	اندازه زاویه‌ها ثابت می‌ماند.
	۴
	تجانس هر شکل، شکلی متشابه با آن به نسبت تشابه $ k $ و نسبت مساحت k^2 است.
	۵
	جهت شکل را حفظ می‌کند.
	۶
	نقطه ثابت تبدیل دارد. (نقطه O)
	۷
	اگر $k > 0$ باشد، تجانس را مستقیم و اگر $k < 0$ باشد، تجانس را معکوس می‌نامند.
	۸
	اگر $ k > 1$ تجانس را انبساطی و اگر $ k < 1$ تجانس را انقباضی می‌نامند.
	۹
	در تجانس مستقیم، شکل و تصویر آن در یک طرف نقطه O قرار می‌گیرند. در تجانس معکوس، شکل و تصویر آن در دو طرف نقطه O قرار می‌گیرند.

$$B'C' = k \cdot BC, S_{\triangle A'B'C'} = k^2 \cdot S_{\triangle ABC}$$

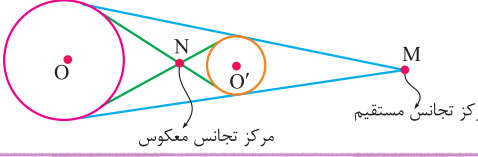
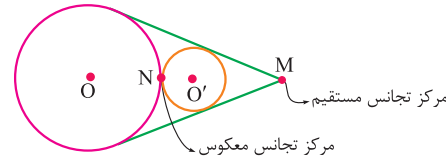
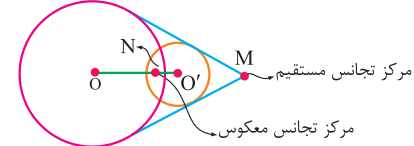
$$\hat{A}' = \hat{A}$$

نکته

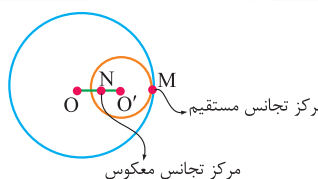
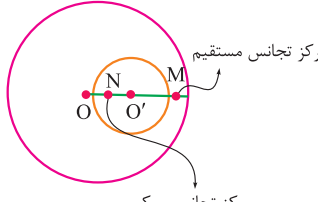
۱ هر دو پاره خط موازی را می توان متجانس همدیگر در نظر گرفت، تحت تجانس معکوس و مستقیم:

تجانس مستقیم	تجانس معکوس
	
$k = \frac{A'B'}{AB}$	$k = -\frac{A'B'}{AB}$

۲ دو دایره در وضعیت های مختلف متجانس یکدیگرند، تحت تجانس مستقیم و معکوس:

رسم شکل	حالت های دو دایره
	دو دایره متخارج
	دو دایره مماس خارج
	دو دایره متقاطع

نکته

رسم شکل	حالت های دو دایره
	دو دایره مماس داخل
	دو دایره متداخل
در همه حالت ها، نسبت تجانس برابر است با: $ k = \frac{R'}{R}$	



ترکیب تبدیلات

	ترکیب دو انتقال با بردارهای $\vec{V}_1$ و $\vec{V}_2$ انتقالی است با بردار $\vec{V}_1 + \vec{V}_2$	۱
$\angle AOA'' = \alpha + \theta$	ترکیب دو بازتاب با محورهای متقاطع (d_1, d_2) دورانی است به مرکز تلاقی دو محور و زاویه بین آنها	۲
$\overline{AA''} = 2\ell$	ترکیب دو بازتاب با محورهای موازی (d_1, d_2) انتقالی است با بردار دو برابر فاصله دو محور بازتاب	۳

کاربرد تبدیلها: مسائل همپیرامونی و کوتاهترین مسیر

ردیف	مسئله	توضیحات	رسم شکل
۱	تقسیم یک شکل به دو قطعه یکسان	شکل را با برشهایی به شکل‌های معروف دایره، مستطیل و... تبدیل می‌کنیم. سپس شکل‌های حاصل را روی محور بازتاب آن برش می‌زنیم.	
۲	هم‌محیطی	سراغ زاویه‌های بیش از 180° در شکل می‌رویم و آن‌ها را بازتاب می‌دهیم. $ABCDE \rightarrow ABC'DE$ (بدون تغییر محیط، مساحت شکل افزایش می‌یابد.)	
۳	کوتاه‌ترین مسیر	نقطه A را نسبت به خط d بازتاب می‌دهیم تا A' حاصل شود. از A' به B می‌رویم تا نقطه M حاصل شود. مسیر AMB کوتاه‌ترین مسیر است.	
۴	کوتاه‌ترین مسیر (حرکت افقی)	نقطه B را با بردار $\overrightarrow{NM}$ انتقال می‌دهیم تا B' حاصل شود و تصویر A را نسبت به d، A' می‌نامیم. از A' به B' وصل می‌کنیم تا M حاصل شود. مسیر AMNB کوتاه‌ترین مسیر است.	



ردیف	مسئله	توضیحات	رسم شکل
۵	کوتاه‌ترین مسیر (حرکت عمودی)	نقطه B را به اندازه ℓ انتقال می‌دهیم تا B' حاصل شود. از B' به A وصل می‌کنیم تا M به دست آید. مسیر AMNB کوتاه‌ترین مسیر است.	
۶	کوتاه‌ترین مسیر	بازتاب A و B را نسبت به d_1 و d_2 به ترتیب A' و B' می‌نامیم. از A' به B' وصل می‌کنیم تا نقاط M و N به دست آید. مسیر AMNB کوتاه‌ترین مسیر است.	

روابط طولی در مثلث

قضیه سینوس‌ها

شکل	رابطه
	$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$

یادآوری روابط طولی مثلث قائم‌الزاویه

شکل	رابطه
	$\begin{aligned} AB^2 &= BC \cdot BH \quad (1) \\ AC^2 &= BC \cdot CH \quad (2) \\ AH^2 &= BH \cdot CH \quad (3) \\ AB^2 + AC^2 &= BC^2 \quad (4) \\ AB \cdot AC &= BC \cdot AH \quad (5) \end{aligned}$

روابط مربوط به شعاع دایره محیطی و محاطی مثلث

شعاع دایره محیطی مثلث	شعاع دایره محاطی مثلث
$R = \frac{abc}{4S}$	$r = \frac{S}{p}$
$R = \frac{a}{2 \sin \hat{A}} = \frac{b}{2 \sin \hat{B}} = \frac{c}{2 \sin \hat{C}}$	$\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r}$

پایه دوازدهم

فصل اول: درس ۲: وارون ماتریس و دترمینان

وارون ماتریس 2×2

ماتریس 2×2	دترمینان ماتریس	وارون ماتریس 2×2
$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$	$ A = ad - bc$	$A^{-1} = \frac{1}{ A } \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

وارون ماتریس‌های معروف 2×2

	اسکالر	قطری	شبه قطری
A	$\begin{bmatrix} x & 0 \\ 0 & x \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} x & 0 \\ 0 & y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & x \\ y & 0 \end{bmatrix}$
A^{-1}	$\begin{bmatrix} \frac{1}{x} & 0 \\ 0 & \frac{1}{x} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{1}{x} & 0 \\ 0 & \frac{1}{y} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{x} \\ \frac{1}{y} & 0 \end{bmatrix}$

● خواص وارون: اگر A و B دو ماتریس مربعی وارون‌پذیر، k یک عدد حقیقی و n یک عدد طبیعی باشد داریم:

وارون جای دو ماتریس را در ضرب عوض می‌کند.	وارون ضرب را عکس می‌کند.	جای وارون و توان قابل تعویض است.	وارون وارون هر ماتریس، برابر خود ماتریس است.
$(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$	$(kA)^{-1} = \frac{1}{k} \times A^{-1}$	$(A^n)^{-1} = (A^{-1})^n$	$(A^{-1})^{-1} = A$
$(ABC)^{-1} = C^{-1}B^{-1}A^{-1}$	$(\Delta A)^{-1} = \frac{1}{\Delta} A^{-1}$	$(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$	$A^{-1} = B \Leftrightarrow A = B^{-1}$

- دستگاه معادلات -

حل معادله ماتریسی و دستگاه	معادله ماتریسی	ماتریس مجهولات	ماتریس مقادیر معلوم	ماتریس ضرایب	دستگاه دو معادله دومجهولی
$AX = B \Rightarrow X = A^{-1}B$	$AX = B$	$X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$B = \begin{bmatrix} c \\ c' \end{bmatrix}$	$A = \begin{bmatrix} a & b \\ a' & b' \end{bmatrix}$	$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ فرم ماتریسی $\begin{bmatrix} a & b \\ a' & b' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c \\ c' \end{bmatrix}$

- بحث در تعداد جواب‌های دستگاه -

مقاطع	موازی	منطبق	وضعیت دو خط
دستگاه فقط یک جواب دارد.	دستگاه جواب ندارد.	دستگاه بی‌شمار جواب دارد.	تعداد جواب‌ها
$\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$	$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$	$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$	وضعیت ضرایب

ریاضیات گسسته و آمار و احتمال

پایه دهم

ریاضی دهم: فصل هفتم: آمار و احتمال: درس‌های ۲ و ۳

۱) حفظیات آمار:

۱	آمار	آمار، مجموعه‌ای از اعداد، ارقام و اطلاعات است. علم آمار مجموعه روش‌هایی است که شامل جمع‌آوری اعداد و ارقام، سازماندهی و نمایش، تحلیل و تفسیر داده‌ها و در نهایت نتیجه‌گیری، قضاوت و پیش‌بینی مناسب در مورد پدیده‌ها و آزمایش‌های تصادفی می‌شود.
۲	مراحل علم آمار	نتیجه‌گیری، تفاوت و پیش‌بینی $\rightarrow$ تحلیل و تفسیر داده‌ها $\rightarrow$ سازماندهی و نمایش $\rightarrow$ جمع‌آوری اعداد و ارقام
۳	سرشماری	مطالعه و بررسی کل اعضای جامعه
۴	جمعیت یا جامعه	مجموعه تمام افراد یا اشیایی که درباره یک یا چند ویژگی آن‌ها تحقیق صورت می‌گیرد.
۵	اندازه یا حجم جامعه	تعداد اعضای جامعه
۶	نمونه	بخشی از جامعه را که برای مطالعه انتخاب می‌شود.
۷	اندازه یا حجم نمونه	تعداد اعضای نمونه
۸	متغیر	ویژگی‌ای از اعضای یک جامعه است که بررسی و مطالعه می‌شود و معمولاً از یک عضو به عضو دیگر تغییر می‌کند.



مرورنامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

آمار و احتمال

۲ انواع متغیر:

گسسته	کمی	قابل اندازه گیری است و مقادیر گسسته می گیرد.	اگر مقادیر a و b را بگیرد، عدد حقیقی بینشان را هم می تواند بگیرد.	قابل مرتب کردن است.
✓	کمی	✓	×	✓
✓	پیوسته	✓	✓	✓
×	اسمی	×	×	×
×	کیفی	×	×	✓

پایه یازدهم

ویژگی های دو پیشامد مستقل

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) \quad ۲$$

$$P(A | B') = P(A) \quad ۴$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A)P(B) = 1 - P(A')P(B') \quad ۶$$

۱ اثری بر هم ندارند.

$$P(A | B) = P(A) \quad ۳$$

$$P(A - B) = P(A)P(B') \quad ۵$$

قاعده ضرب احتمال

$$P(A \cap B) = P(A)P(B | A)$$

فرمول احتمال کل

A_1 ها $(A_1, A_2, \dots, A_n)$ افراز S هستند.

$$P(B) = \sum_{i=1}^n P(A_i)P(B | A_i)$$

قانون بیز

$$P(A_j | B) = \frac{P(A_j)P(B | A_j)}{P(B)}$$

$$P(A_i | B) = \frac{P(A_i)P(B | A_i)}{\sum_i P(A_i)P(B | A_i)} = \frac{\text{سهم یک شاخه}}{\text{مجموع کل شاخه ها}}$$

تکرارهای یک آزمایش

$$(1 - P)^{n-1}P$$

$$\binom{n}{k} P^k (1 - P)^{n-k}$$

۱ اگر احتمال پیروزی P باشد، احتمال اولین پیروزی در بار nام برابر است با:

۲ اگر احتمال پیروزی P باشد، احتمال kتا پیروزی در n بار تکرار برابر است با:

۳ اگر احتمال پیروزی اول $\frac{m}{n}$ و انتخابها بدون جای گذاری باشند، احتمال پیروزی بعدی $\frac{m-1}{n-1}$ است.

فصل سوم: آمار توصیفی

نمودارهای مهم

۱- نمودارهای یک متغیر، مهم

نمودار	توضیحات!	مثال
میله ای	- محور xها: داده ها (یا مرکز دسته ها یا اسم دسته ها) - محور yها: فراوانی ها (یا درصدشان)	



مرورنامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

آمار و احتمال

دوازدهم ریاضی مرحله چهارم

نمودار	توضیحات!	مثال
دایره‌ای	$\frac{\text{فراوانی داده}}{\text{تعداد کل داده‌ها}} = \text{زاویه}$ $\frac{\text{زاویه}}{360^\circ}$	
بافت نگاشت	● محور Xها: مقادیر داده‌های کتبی (به صورت دسته‌بندی شده) ● محور Yها: فراوانی‌ها (یا درصدشان)	درصد فراوانی نسبی

– معیارهای گرایش به مرکز –

مد	میانگین	میانه
تعریف	داده‌ای که بیشترین تکرار را دارد. (داده با بیشترین فراوانی)	جمع داده‌ها تقسیم بر تعداد آن‌ها عددی که در وسط داده‌های مرتب شده است.
فرمول	$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N}$ $\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$ موزون: —	در تعداد فرد: داده شماره $\frac{n+1}{2}$ در تعداد زوج: میانگین داده‌های شماره $\frac{n}{2} + 1$ و $\frac{n}{2}$
کاربرد	امور تبلیغات و رسانه	وقتی می‌خواهیم تک‌تک داده‌ها اثر داشته باشند. وقتی داده‌های پرت و دورافتاده داریم.

● اگر میانگین داده‌های اضافی یا حذفی با میانگین گروه اولیه برابر باشد، با اضافه یا کم شدن، $\bar{x}$ عوض نمی‌شود.

$$\bar{x} = Q_2 = \frac{\max + \min}{2}$$

● در دنباله حسابی، میانگین و میانه مساوی‌اند.

● روش سریع محاسبه میانگین: از تمام داده‌ها عدد a را کم می‌کنیم، میانگین اعداد $x - a$ را حساب می‌کنیم و a را به جواب اضافه می‌کنیم.

$$11, 12, 14, 17, 25 \xrightarrow[\text{کم می‌کنیم.}]{\text{از همه ۱۵ را}} -4, -3, -1, 2, 10 \xrightarrow[\text{تعداد}]{\text{میانگین}} \frac{\text{جمع}}{\text{تعداد}} = \frac{4}{5} = 0.8 \Rightarrow \bar{x} = 15 + 0.8 = 15.8$$

پایه دوازدهم

خواص عادت کردن

- ۱) تعریف: $a \mid b$ یعنی b مضرب a است (بر a بخش‌پذیر است) و داریم: $\exists q \in \mathbb{Z}; b = aq$
- ۲) اسمی: b مضرب a است؛ a شمارنده، عامل یا مقسوم‌علیه b است.
- ۳) عادت کردن‌های بدیهی: $\forall a \in \mathbb{Z}; a \mid 0, a \mid a, \pm 1 \mid a$
- ۴) $a \mid b \xrightarrow{b \neq 0} |a| \leq |b|$
- ۵) $a \mid b, b \mid a \Rightarrow a = \pm b$
- ۶) $a^n \mid b^n \Leftrightarrow a \mid b$
- ۷) $a \mid 1 \Rightarrow a = \pm 1$
- ۸) $ka \mid kb \Leftrightarrow a \mid b$
- ۹) $\forall n \in \mathbb{N}, \forall k \in \mathbb{Z}; a \mid b \Rightarrow a \mid b^n, a \mid kb$
- ۱۰) $m, n \in \mathbb{Z}; a \mid b, a \mid c \Rightarrow a \mid mb + nc$
- ۱۱) $a \mid b, c \mid d \Rightarrow ac \mid bd$
- ۱۲) $\begin{cases} \forall n \in \mathbb{N}; a - b \mid a^n - b^n \\ \text{زوج } n; a + b \mid a^n - b^n \\ \text{فرد } n; a - b \mid a^n + b^n \end{cases}$

۱۳) اگر $x - a \mid f(x)$ آن‌گاه $x - a \mid f(a)$ ، یعنی اجازه داریم ریشه چپ را در راست جای‌گذاری کنیم.

۱۴) اگر $a \mid bc$ و a و b عامل مشترکی نداشته باشند، آن‌گاه $a \mid c$.



مرورنامه آزمون آزمایشی خیالی سبز

آمار و احتمال

– اعداد اول –

● عدد طبیعی $p > 1$ وقتی اول است که به جز ۱ و خودش شمارنده مثبت دیگری نداشته باشد.

● اعداد اول عبارتند از $2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, \dots$

● خواص:

۱ بی شمار عدد اول داریم.

۲ عدد $n! \pm r$ وقتی $2 \leq r \leq n$ باشد، هرگز اول نیست (به r می خورد).

۳ عدد $2^n - 1$ فقط وقتی می تواند اول باشد که n اول باشد.

۴ عدد $2^n + 1$ فقط وقتی می تواند اول باشد که n به صورت 2^k باشد.

۵ اگر $p \geq 5$ عدد اول باشد، $p = 6k \pm 1$ و $p = 24t + 1$.

۶ اگر $p \mid ab$ ، آن گاه $p \mid a$ یا $p \mid b$.

۷ اگر $p \mid a^n$ ، آن گاه $p \mid a$.

۸ اگر p اول باشد، تمام اعداد $\binom{p}{1}$ و $\binom{p}{2}$ و $\dots$ و $\binom{p}{p-1}$ به p بخش پذیرند.

– ب.م.م. –

● بزرگ ترین مقسوم علیه مشترک دو عدد صحیح a و b ، عدد طبیعی d است و می نویسیم: $d = (a, b)$

الف $d \mid a, d \mid b$

شرایط

ب $x \mid a, x \mid b \Rightarrow x \leq d$

● روش های محاسبه ب.م.م:

نام روش	تجزیه	نردبانی	تعریفی یا متغیر	خواص
عملکرد	ضرب پایه های مشترک با توان کم تر	به جای عدد بزرگ تر باقی مانده آن در تقسیم بر عدد کوچک تر را قرار دهیم. $(a, b) = (b, r)$	$d \mid a$ و در طرف راست متغیر را حذف می کنیم. $d \mid b$ می نویسیم	$n \in \mathbb{N}; (a^n, b^n) = d^n$ $k \neq 0; (ka, kb) = k \mid d$ $k \in \mathbb{Z}; (a, b) = (a, b \pm ka)$ $a \mid b \Leftrightarrow (a, b) = a$
مثال	ب.م.م دو عدد $60 = 2^2 \times 3 \times 5$ و $126 = 2 \times 3^2 \times 7$ برابر $2^1 \times 3^1 = 6$ است.	$(136, 60) =$ باقی مانده ۱۳۶ بر ۶۰ برابر ۱۶ است. $= (16, 60)$ باقی مانده ۱۶ بر ۶۰ برابر ۱۲ است. $= (12, 16) = 4$	اگر $d = (2n-1, 2n+1)$ باشد، داریم: $d \mid 2n-1$ $d \mid 2n+1$ $\Rightarrow d \mid 2(2n-1) - 2(2n+1)$ $\Rightarrow d \mid -4 \Rightarrow d = 1$ یا 4	الف $(2a^2, 2b^2) = 2(a, b)^2$ ب $(2a, 6ab) = 2a \mid 6ab$ پ $(a, 7a-b) = (a, -b)$

– ک.م.م. –

● کوچک ترین مضرب مشترک دو عدد a و b ، عدد طبیعی c است و می نویسیم: $c = [a, b]$

● خواص ک.م.م:

۱ از ضرب کلی پایه های مشترک و غیرمشترک با توان بیشتر به دست می آید.

۲ ضریب و توان خارج می شوند:

۳ در حالت بخش پذیری $b \mid a$: $a \mid b \Leftrightarrow [a, b] = b$

۴ دربارۀ دو عدد a و b داریم: حاصل ضرب = کم × ب.م.م

$(a, b) \times [a, b] = ab$

۵ برای دو عدد که نسبت به هم اول اند: $(a, b) = 1 \Leftrightarrow [a, b] = ab$

۶ قانون جذب: $[a, (a, b)] = (a, [a, b]) = a \mid a$



مرورنامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

آمار و احتمال

روش متباین سازی

(a, b)	[a, b]	ab	$a \pm b$	b	a	عدد
d	$a'b'd$	$a'b'd^2$	$d(a' \pm b')$	$b'd$	$a'd$	جایگزین

در این روش، کلید حل مسئله $b' = (a', b')$ است.

– قضیه تقسیم –

$$\frac{a}{r} \mid \frac{b}{q}$$

$$q = \left\lfloor \frac{a}{b} \right\rfloor : \text{ خارج قسمت}$$

• b : مقسوم علیه (طبیعی)

• a : مقسوم (صحیح)

$$a = bq + r \text{ و } 0 \leq r < b : \text{ قضیه تقسیم}$$

• r : باقی مانده

ویژگی‌ها:

۱) اگر $0 \leq a < b$ باشد، $q = 0$ و $r = a$ است.

۲) اگر $a > b$ باشد، همواره $a > 2r$ است.

۳) اگر باقی مانده تقسیم a بر b برابر r باشد، باقی مانده $-a$ بر b می شود: $b - r$

۴) هر عدد صحیح a ، در تقسیم بر b یکی از باقی مانده های صفر تا $b-1$ را دارد و این رابطه $\mathbb{Z}$ را افزایش می کند.

تقسیم بر ۲	تقسیم بر ۳	تقسیم بر ۴
$b = 2$ $\mathbb{Z} = [0]_2 \cup [1]_2$	$b = 3$ $\mathbb{Z} = [0]_3 \cup [1]_3 \cup [2]_3$	$b = 4$ $\mathbb{Z} = [0]_4 \cup [1]_4 \cup [2]_4 \cup [3]_4$
مربع هر عدد زوج، مضرب ۴ است. مربع هر عدد فرد، به صورت $8q + 1$ است.	مربع هر عدد مضرب ۳، مضرب ۹ است. مربع اعدادی که مضرب ۳ نباشند، به صورت $3q + 1$ است.	مربع اعداد زوج $4k$ و مربع اعداد فرد $4k' + 1$ (و البته $8q + 1$) است.
نتیجه: ضرب دو عدد متوالی همواره زوج است.	نتیجه: ضرب سه عدد متوالی همواره مضرب ۶ است. $3! = 6$	نتیجه: ضرب ۴ عدد متوالی همیشه مضرب ۲۴ است. $4! = 24$

نکته

از تقسیم بر ۵ نتیجه می شود:

باقی مانده تقسیم a بر ۵	۰	۱	۲	۳	۴
باقی مانده تقسیم a^2 بر ۵	۰	۱	۴	۴	۱

پس هیچ مربع کاملی در تقسیم بر ۵، باقی مانده ۲ یا ۳ ندارد و این یعنی رقم یکان عدد مربع کامل هرگز ۲، ۳، ۷ و ۸ نیست.

فیزیک

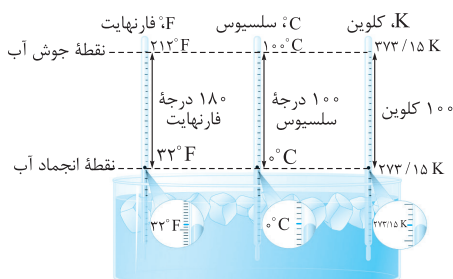
پایه دهم

دما و دماسنجی

دما: کمیتی اصلی، نشان دهنده میزان سردی و گرمی اجسام، متناسب با انرژی جنبشی ذرات سازنده.

کمیت دماسنجی: مشخصه ای که با دما «تغییر» می کند و قابلیت «اندازه گیری» دارد و از تغییر آن به تغییر دما پی می بریم.

مقیاس های دما:



• سلسیوس «θ»: نماد یکاها «°C»

• کلوین «T»: یکای دما در SI و با نماد «K» $T = \theta + 273$

• فارنهایت «F»: نماد یکاها «°F» $F = \frac{9}{5}\theta + 32$



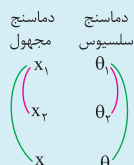
نکته

$$\Delta F = \frac{9}{5} \Delta \theta, \Delta \theta = \Delta T$$

رابطه تغییرات دما در مقیاس‌های دما:

نکته

اگر دماسنج دماهای θ_1 و θ_2 را به ترتیب x_1 و x_2 و دمای θ را x نشان دهد، خواهیم داشت:



$$\frac{\theta - \theta_1}{x - x_1} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{x_2 - x_1}$$

نکته

دماسنج	کمیت دماسنجی
جیوه‌ای و الکلی	ارتفاع مایع درون لوله
ترموکوپل	ولتاژ
مقاومت پلاتینی	مقاومت الکتریکی
گازی	حجم یا فشار گاز

دماسنج‌های معیار

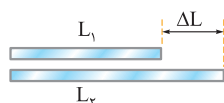
نام دماسنج	اساس کار
گازی	قانون گازهای کامل «تغییرات حجم یا فشار گاز»
مقاومت پلاتینی	تغییرات مقاومت الکتریکی فلز پلاتینی
تفسنج	اندازه‌گیری مشخصه‌های تابش گرمایی

ترموکوپل

دماسنجی که براساس تغییر ولتاژ، تغییر دما را اندازه می‌گیرد. در ساختمان آن از دو سیم فلزی غیر هم‌جنس استفاده شده است. جزء دماسنج‌های معیار محسوب نمی‌شود. دمای جسم را سریع اندازه‌گیری می‌کند و در صنعت و وسایل گرمایی و سرمایشی کاربرد دارد.

انبساط گرمایی

انبساط طولی



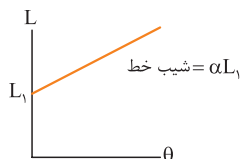
ضریب انبساط طولی که به میله بستگی دارد. $(K)^{-1}$

تغییرات دمایی برحسب کلوین یا سلسیوس: $\Delta L = L_1 \alpha \Delta \theta$: تغییر طول میله
طول اولیه

توجه: یکافای L_1 ، L_2 و ΔL کی است یکسان باشند.

توجه: ضریب انبساط طولی اندکی به دما وابسته است که چشم‌پوشی می‌کنیم.

نمودار انبساط طولی

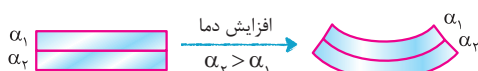


نکته

$$\text{درصد تغییر طول} = \frac{\Delta L}{L_1} \times 100 = \alpha \Delta \theta \times 100$$

درصد تغییر طول:

دو موضوع در کتاب درسی

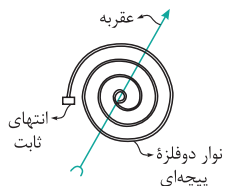


1 دماپا (ترموستات):

فلزی که انبساط طولی بیشتری دارد، با تغییر دما، تغییرات طولی بیشتری پیدا می‌کند. با خم‌شدن نوارها اتصال مداری که دماپا در آن است قطع یا وصل می‌شود و دما کنترل می‌شود.

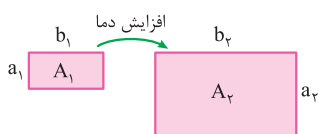


۲) نوار منبع دوفلزه (بی‌مثال):



یک سر این نوار دوفلزه ثابت است و انتهای دیگر آن به عقربه‌ای متصل است. در اثر تغییر دما، انحنای نوار تغییر کرده و عقربه می‌چرخد.

انبساط سطحی



$$\Delta A = A_1(\gamma\alpha)\Delta\theta$$

ضریب انبساط طولی

$$A_2 = A_1(1 + (\gamma\alpha)\Delta\theta)$$

$$\text{درصد تغییر مساحت: } \frac{\Delta A}{A_1} \times 100 = (\gamma\alpha)\Delta\theta \times 100$$

توجه: یکای A_1 ، A_2 و ΔA ، کافی است یکسان باشند.

انبساط حجمی

$$\Delta V = V_1\beta\Delta\theta$$

ضریب انبساط حجمی ($\beta = 3\alpha$)

$$V_2 = V_1(1 + \beta\Delta\theta)$$

$$\text{درصد تغییر حجم ماده: } \frac{\Delta V}{V_1} \times 100 = \beta\Delta\theta \times 100$$

توجه: مایعات فقط ضریب انبساط حجمی (β) دارند.

توجه: یکای V_1 ، V_2 و ΔV ، کافی است یکسان باشند.

نکته

$$\Delta V_{\text{ظاهری}} = \Delta V_{\text{مائع}} - \Delta V_{\text{ظرف}}$$

انبساط ظاهری:

رابطه تغییر چگالی با تغییر دما

$$\Delta\rho \approx -\rho_1\beta\Delta\theta$$

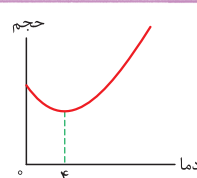
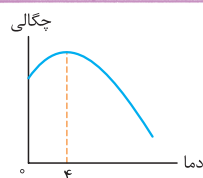
$$\text{درصد تغییر چگالی: } \frac{\Delta\rho}{\rho_1} \times 100 \approx -\beta\Delta\theta \times 100$$

نکته

اگر در اثر افزایش دمای معین، طول جسمی X درصد افزایش یابد، مساحت آن $2X$ درصد، حجم آن $3X$ درصد افزایش و چگالی آن $3X$ درصد کاهش می‌یابد.

انبساط غیرعادی آب

دما	$0^\circ\text{C} \leq \theta < 4^\circ\text{C}$	$\theta = 4^\circ\text{C}$	$\theta > 4^\circ\text{C}$
حجم	با افزایش دما، کاهش می‌یابد.	کم‌ترین مقدار	با افزایش دما، افزایش می‌یابد.
چگالی	با افزایش دما، افزایش می‌یابد.	بیشترین مقدار	با افزایش دما، کاهش می‌یابد.



گرما (Q)

نوعی انرژی که از جسم با دمای بالاتر به جسم با دمای پایین‌تر منتقل می‌شود. (یکا: ژول (J))

تغییر دما در اثر مبادله گرما

$$Q = C \times \Delta\theta$$

تغییرات دما (K یا $^\circ\text{C}$) گرما (J)
 ظرفیت گرمایی (J/K)

$$Q = mc \times \Delta\theta$$

جرم جسم (kg)
 گرمای ویژه ($\frac{J}{kg \cdot K}$)



مرورنامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

ظرفیت گرمایی (C)	گرمای ویژه (c)
مقدار گرمایی که جسم می‌گیرد تا دمای آن ۱ K افزایش یابد.	مقدار گرمایی که به یک کیلوگرم از جسم داده می‌شود تا بدون تغییر حالت دمای آن ۱ K افزایش یابد.
به جنس و جرم بستگی دارد.	فقط به جنس بستگی دارد.
J / K	$\frac{J}{kg \cdot K}$ یا $\frac{J}{kg \cdot ^\circ C}$

نکته

توان گرمایی:

$$Q = P \times t \times Ra$$

زمان (s) ↑
↑
↓
بازده توان (W)

تبادل گرمایی

دو جسم با دمای متفاوت، اگر در تماس با هم باشند، در نهایت هم‌دمای می‌شوند. به این دمای نهایی یکسان، دمای تعادل می‌گوییم.

جسم (۱) سرد با
دمای اولیه θ_1

→

$Q_1 > 0$
گرمای Q_1 را دریافت می‌کند.

←

جسم (۲) گرم با
دمای اولیه θ_2

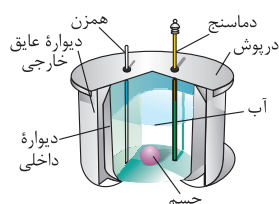
$Q_2 < 0$
گرمای Q_2 را از دست می‌دهد.

$$Q_1 + Q_2 = 0 \Rightarrow m_1 c_1 (\theta_e - \theta_1) + m_2 c_2 (\theta_e - \theta_2) = 0$$

↑ ↑ ↑
افزایش دما کاهش دما

گرماسنج

وسیله‌ای عایق‌بندی‌شده به شکل مقابل که در آزمایش‌های تعادل گرمایی و گرماسنجی استفاده می‌شود.



$$Q_{\text{آب}} + Q_{\text{جسم}} + Q_{\text{گرماسنج}} = m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} (\theta_e - \theta_1) + m_{\text{جسم}} c_{\text{جسم}} (\theta_e - \theta_2) + C(\theta_e - \theta_3) = 0$$

↑ ↑ ↑
دمای اولیه دمای اولیه جسم دمای اولیه گرماسنج

↓
ظرفیت گرمایی گرماسنج

تغییر حالت‌های ماده

نام تغییر حالت	تبدیل فاز	گرماگیر یا گرماده
ذوب	جامد به مایع	گرماگیر
انجماد	مایع به جامد	گرماده
تبخیر	مایع به بخار	گرماگیر
میعان	بخار به مایع	گرماده
تصعید	جامد به گاز	گرماگیر
چگالش	گاز به جامد	گرماده

نکته

الف) تمام جامدات جز یخ: افزایش دمای ذوب و انجماد
ب) یخ: کاهش دمای ذوب
پ) آب: کاهش دمای انجماد

نکته

در اکثر موارد پس از ذوب، حجم ماده افزایش می‌یابد.



تفاوت تغییر سطحی و جوشیدن -

ویژگی	نوع تغییر
(۱) در هر دمایی به جز نقطه جوش رخ می‌دهد. (۲) فقط مولکول‌های سطحی مایع در آن مشارکت دارند.	تغییر سطحی
(۱) فقط در نقطه جوش رخ می‌دهد. (۲) تمامی مولکول‌های مایع در آن مشارکت دارند. (۳) حباب‌هایی از کف ظرف به بالا می‌آیند.	جوشیدن

توجه هنگام تبخیر سطحی دمای جسم کاهش می‌یابد.

عوامل مؤثر بر آهنگ تغییر سطحی -

عوامل مؤثر	نحوه تغییر آهنگ تبخیر سطحی
(۱) افزایش مساحت سطح مایع (۲) افزایش دمای محیط	افزایش
(۱) افزایش فشار وارد بر سطح مایع (۲) افزایش میزان بخار مایع در محیط	کاهش

محاسبه گرمای لازم برای تغییر حالت -

رابطه	نوع تغییر حالت ماده
$Q = -mL_V$	جامد به مایع
$Q = mL_V$	مایع به گاز
$Q = -mL_F$	مایع به جامد
$Q = mL_F$	جامد به مایع

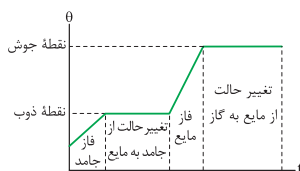
در روابط جدول بالا، m ، جرم جسم بر حسب کیلوگرم است.

نکته

- گرمای نهان ذوب نام دارد.
- L_F (الف) یکا: J/kg
- به جنس جسم بستگی دارد.
- گرمای نهان تبخیر نام دارد.
- L_V (ب) یکا: J/kg
- به جنس و دمای مایع بستگی دارد (با افزایش دمای مایع L_F کم می‌شود).

نمودار تغییرات دما بر حسب زمان -

هنگام تغییر حالت، دمای جسم ثابت می‌ماند.



انتقال گرما

(۱) در هر سه حالت ماده رخ می‌دهد. اما در گازها بسیار ناچیز است. (۲) شیوه انتقال: افزایش ارتعاشات اتم‌های گرماگرفته و گسترش ارتعاشات به اتم‌های مجاور (۳) در رساناها سهم الکترون‌های آزاد در رسانش گرمایی، بیشتر از خود اتم‌هاست.	رسانش گرمایی	روش‌های انتقال گرما
(۱) فقط در شاره رخ می‌دهد. (۲) شیوه انتقال: جابه‌جایی قسمتی از شاره که گرما گرفته، به قسمت‌های سردتر. (۳) دو نوع طبیعی و واداشته دارد: الف) همرفت طبیعی: جابه‌جایی مایع به دلیل اختلاف چگالی است. (مثل انتقال گرما از مرکز خورشید به سطح آن) ب) جابه‌جایی مایع به وسیله تلمبه رخ می‌دهد. (مثل گردش خون و سیستم خنک‌کننده خودرو) (۴) در اثر جریان همرفت، در روز نسیم از دریا به ساحل و در شب، نسیم از ساحل به دریا است.	همرفت	
(۱) در هر سه حالت ماده رخ می‌دهد. (۲) شیوه انتقال: گسیل امواج الکترومغناطیسی (هر جسمی در هر دمایی از خود موج الکترومغناطیسی گسیل می‌کند). (۳) تابش گرمایی در دماهای زیر $500^\circ C$ ، به صورت فروسرخ است. (۴) اجسام صاف و صیقلی و روشن تابش‌کننده‌های خوبی نیستند. (۵) اجسام ناصاف و مات و تیره تابش‌کننده‌های خوبی هستند. (۶) نمونه: کلم اسکانک و شکار توسط مار زنگی با تابش فروسرخ	تابش گرمایی	



نکته

دو نوع تفاسنج داریم $\left\{ \begin{array}{l} \text{تفاسنج تابشی} \\ \text{تفاسنج نوری (دماسنج معیار)} \end{array} \right.$

قوانین گازها

بین فشار، دما و حجم یک گاز آرمانی (کامل) رابطه زیر برقرار است:

مول گاز (mol) حجم (مترمکعب: m^3)
 $PV = nRT$
 دما (کلوین: K) $\rightarrow$ فشار (پاسکال: Pa)
 ثابت عمومی گازها با یکای $\frac{J}{mol \cdot K}$ و مقدار 8.314

توجه در رابطه بالا، P فشار کل (فشار مطلق) است، نه فشار پیمانه‌ای.

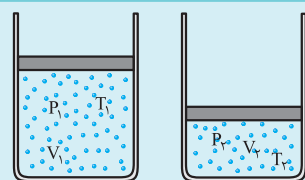
برای محاسبه تعداد مول یک گاز از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

جرم (گرم: m) $\rightarrow$ جرم مولی (گرم بر مول: g/mol) $\rightarrow$ $n = \frac{m}{M}$
 تعداد ذره‌ها $\rightarrow$ $n = \frac{N}{N_A}$ ($N_A = 6.022 \times 10^{23}$)

توجه اگر با مخلوطی از چند گاز سروکار داشتیم، n برابر مجموع تعداد مول گازهاست.

نکته

رابطه بین کمیت‌های مقدار معینی از یک گاز آرمانی:



$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

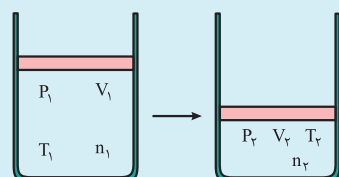
نکته

بررسی فرایندهای گاز در ۳ حالت مختلف

دما ثابت	حجم ثابت	فشار ثابت	
$P_1 V_1 = P_2 V_2$	$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$	$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$	رابطه
			نمودار

نکته

قانون آووگادور:



$$V \propto n \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{n_2}{n_1}$$

نکته

اگر ۲ یا چند گاز را با هم مخلوط کنیم:

$$\frac{P_T V_T}{T_T} = \frac{P_1 V_1}{T_1} + \frac{P_2 V_2}{T_2} + \dots$$



نکته

$$\frac{P_1 V_1}{n_1 T_1} = \frac{P_2 V_2}{n_2 T_2}$$

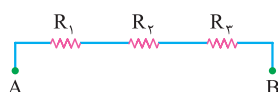
اگر در فرایندی هر چهار کمیت دما، فشار، گاز و مقدار ماده تغییر کند:

پایه یازدهم

بخش ۴: ترکیب مقاومت‌ها

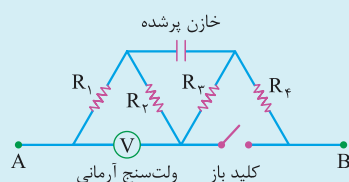
الف) مقاومت‌های متوالی (سری) -

دو مقاومت متوالی‌اند، اگر یک سر مشترک داشته باشند و از این سر مشترک انشعاب مفید دیگری خارج نشود.

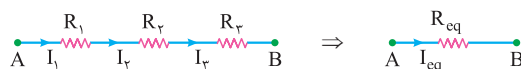


نکته

کلید باز، سیمی که به نقطه دیگر مدار متصل نیست، ولت‌سنج آرمانی و خازن پرشده انشعاب مفید محسوب نمی‌شوند. در شکل زیر مقاومت‌ها متوالی‌اند.



رابطه بین مقاومت‌های متوالی و معادلشان



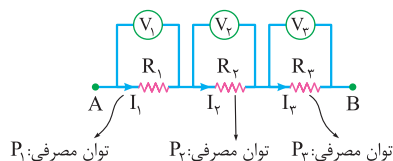
$$I_1 = I_2 = I_3 = I_{eq}$$

$$P_1 + P_2 + P_3 = P_{eq}$$

$$V_1 + V_2 + V_3 = V_{eq} = V_{AB}$$

$$R_1 + R_2 + R_3 = R_{eq}$$

روابط بین چند مقاومت متوالی

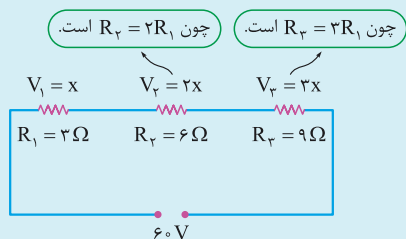


$$V \propto R \Rightarrow \text{مثلاً: } \frac{V_1}{V_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

$$P \propto R \Rightarrow \text{مثلاً: } \frac{P_1}{P_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

نکته

برای تقسیم ولتاژ بین چند مقاومت متوالی، ولتاژ مقاومت کوچک‌تر را X می‌گیریم و ولتاژ مقاومت‌های دیگر را برحسب X به دست می‌آوریم؛ سپس به کمک داشتن ولتاژ دو سر مجموعه مقاومت‌ها، X را به دست می‌آوریم.



$$x + 2x + 3x = 60 \Rightarrow x = 10 \Rightarrow \begin{cases} V_1 = 10 \text{ V} \\ V_2 = 20 \text{ V} \\ V_3 = 30 \text{ V} \end{cases}$$

۱ اگر از میان چند لامپ سری، یکی بسوزد، سایر لامپ‌ها خاموش می‌شوند (مدار قطع می‌شود).

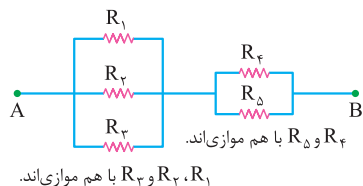
۲ مقاومت معادل چند مقاومت متوالی از تک‌تک آن‌ها بزرگ‌تر است.

۳ اگر n مقاومت R اهمی، متوالی باشند:

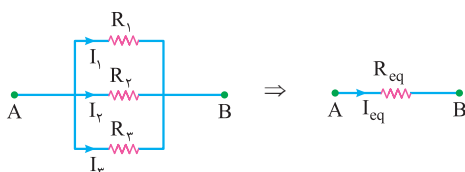
$$R_{eq} = nR$$

ب) مقاومت‌های موازی -

دو مقاومت موازی‌اند، اگر دوسرشان به هم وصل باشد.



رابطه بین مقاومت‌های موازی و معادلشان



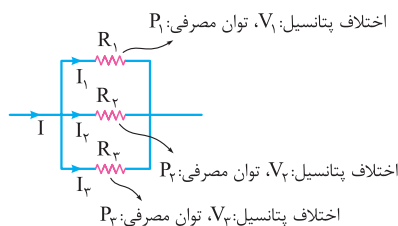
اختلاف پتانسیل: $V_1 = V_2 = V_3 = V_{eq} = V_{AB}$

توان مصرفی: $P_1 + P_2 + P_3 = P_{eq}$

جریان الکتریکی: $I_1 + I_2 + I_3 = I_{eq}$

مقاومت الکتریکی: $\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{R_{eq}}$

رابطه بین چند مقاومت موازی

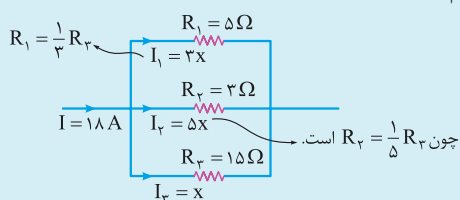


$$I \propto \frac{1}{R} \Rightarrow \text{مثلاً: } \frac{I_2}{I_1} = \frac{R_1}{R_2}$$

$$P \propto \frac{1}{R} \Rightarrow \text{مثلاً: } \frac{P_2}{P_1} = \frac{R_1}{R_2}$$

نکته

۱) برای تقسیم جریان بین چند مقاومت موازی، جریان عبوری از مقاومت بزرگ‌تر را x در نظر می‌گیریم و جریان عبوری از مقاومت‌های دیگر را برحسب x به دست می‌آوریم؛ سپس به کمک داشتن جریان کل (مجموع جریان‌ها)، x را حساب می‌کنیم.



$$3x + x + 5x = 18 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow \begin{cases} I_2 = 2 \text{ A} \\ I_3 = 10 \text{ A} \\ I_1 = 6 \text{ A} \end{cases}$$

۲) اگر از میان چند لامپ موازی، یکی بسوزد، سایر لامپ‌ها خاموش نمی‌شوند (مدار قطع نمی‌شود).

۳) مقاومت معادل چند مقاومت موازی از تک‌تک آن‌ها کوچک‌تر است.

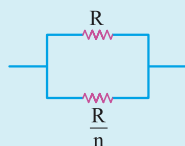
۴) اگر n مقاومت R اهمی، موازی باشند:

$$R_{eq} = \frac{R}{n}$$

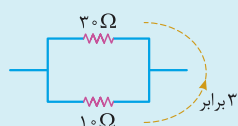
$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \text{ضرب جمع}$$

۵) اگر مقاومت‌های R_1 و R_2 موازی باشند:

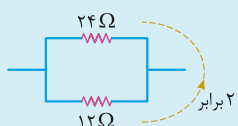
۶) اگر از دو مقاومت موازی، یکی مضربی از دیگری باشد، مقاومت معادل برابر است با $\frac{\text{مقاومت بزرگ‌تر}}{1 + \text{ضریب}}$.



$$R_{eq} = \frac{R}{n+1}$$



$$\text{برابر } 3 \Rightarrow R_{eq} = \frac{30}{3+1} = 7.5 \Omega$$

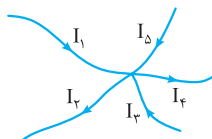


$$\text{برابر } 2 \Rightarrow R_{eq} = \frac{24}{2+1} = 8 \Omega$$



قاعده انشعاب

مجموع جریان‌های خروجی از نقطه انشعاب = مجموع جریان‌های ورودی به هر نقطه انشعاب

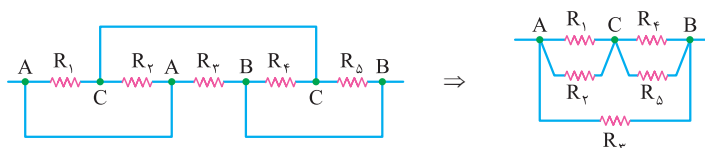


$$\vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \vec{I}_3 = \vec{I}_4 + \vec{I}_5 + \vec{I}_6$$

تذکر قاعده انشعاب: نتیجه‌ای از اصل پایستگی بارالکتریکی

روش نقطه‌گذاری

انشعاب‌های مدار داده‌شده را نام‌گذاری می‌کنیم (A, B, C, ...) و به کمک این نقاط مدار ساده‌شده را رسم می‌کنیم.



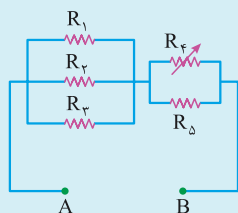
تذکر

(۱) انشعاب‌هایی که با سیم بدون مقاومت به هم وصل‌اند، اسم یکسانی دارند.

(۲) در مدار داده‌شده به این توجه می‌کنیم که دو سر هر مقاومت به چه نقاطی متصل است و در مدار جدید هم بین همان دو نقطه رسم می‌کنیم.

نکته

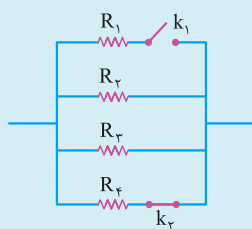
۱ اگر مقدار یکی از مقاومت‌های مدار افزایش (یا کاهش) یابد، مقاومت معادل مدار حتماً افزایش (یا کاهش) می‌یابد.



$$R_4: \uparrow \Rightarrow R_{eq}: \uparrow$$

$$N - N$$

۲ اگر {به} چند مقاومت موازی، یک مقاومت موازی دیگر {افزافه} شود، مقاومت معادل {کاهش} می‌یابد.



$$k_1 \text{ وصل کلید} \Rightarrow R_{eq}: \downarrow$$

$$k_2 \text{ قطع کلید} \Rightarrow R_{eq}: \uparrow$$

نکته

فیوز: قطعه‌ای در مدار که اگر جریان عبوری از آن از حد معینی بیشتر باشد، مدار را قطع می‌کند. جریان بیشینه عبوری از هر فیوز مقدار معینی است؛ مثلاً اگر جریان عبوری از یک فیوز ۱۵ A، بیشتر از ۱۵ A شود، فیوز مدار را قطع می‌کند.

مغناطیس

۱- آهنربا و قطب‌های مغناطیسی

آهنربا: به موادی که خاصیت مغناطیسی دارند گفته می‌شود. (مانند مگنتیت Fe_3O_4)

نکته

آهنربا دارای دو قطب N و S است و تک قطبی مغناطیسی نداریم.



نکته

در پدیده القای مغناطیسی، همیشه جسم القاشونده (جسم آهنی) جذب جسم القاکننده (آهنربا) می شود.

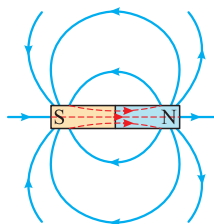


۲- ویژگی خطوط میدان مغناطیسی -

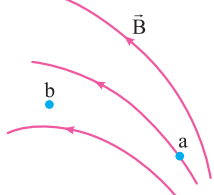
۱ در خارج آهنربا، از قطب N خارج و به قطب S وارد می شوند.

در داخل آهنربا، از قطب S به قطب N

۲ هر یک از این خطوط یک حلقه بسته را تشکیل می دهند.

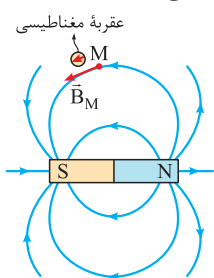


۳ هر چه تراکم (میزان فشردگی) خطوط در یک ناحیه بیشتر → اندازه میدان در آن ناحیه بزرگ تر



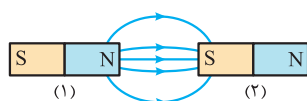
$$B_a > B_b$$

۴ بردار میدان مغناطیسی در هر نقطه → مماس بر خط میدان مغناطیسی عبوری از آن نقطه و هم جهت با آن → هم جهت با عقربه مغناطیسی قرار گرفته در آن نقطه

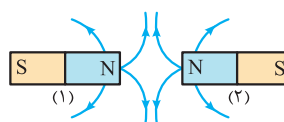


۵ هرگز یکدیگر را قطع نمی کنند (از هر نقطه فقط یک خط میدان می گذرد).

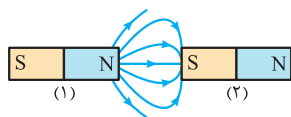
• خطوط میدان مغناطیسی در اطراف دو آهنربای مجاور هم



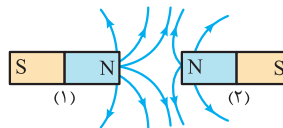
الف) دو آهنربای یکسان



ب) دو آهنربای یکسان

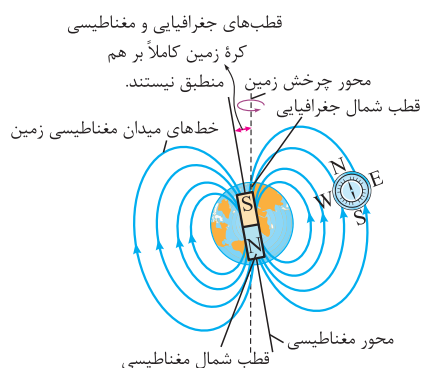


پ) آهنربای (۱) قوی‌تر از آهنربای (۲)



ت) آهنربای (۱) قوی‌تر از آهنربای (۲)

۳- میدان مغناطیسی زمین

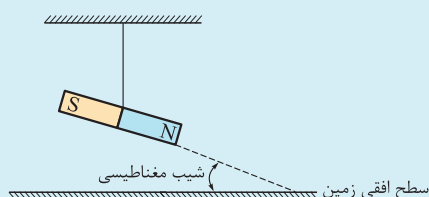


نکته

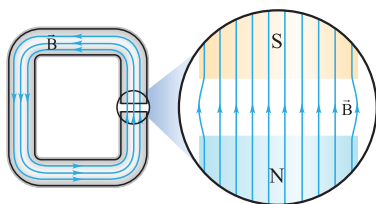
خطوط میدان مغناطیسی زمین از قطب جنوب جغرافیایی خارج و به قطب شمال جغرافیایی داخل می‌شوند.

نکته

شیب مغناطیسی: زاویه بین یک آهنربا آویزان از سقف با سطح افقی زمین.



۴- میدان مغناطیسی یکنواخت

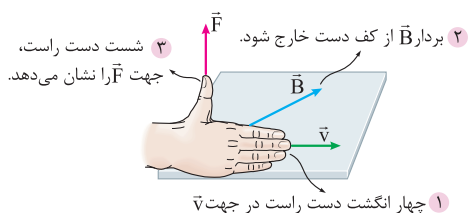


۱) اندازه و جهت میدان مغناطیسی در تمام نقاط یکسان

۲) خطوط میدان مغناطیسی مستقیم، موازی، هم‌جهت و هم‌فاصله

۵- جهت و اندازه نیرو مغناطیسی وارد بر ذره باردار متحرک

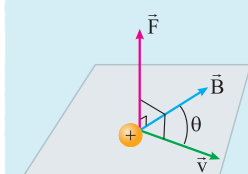
● قاعده دست راست:



نکته

ذره باردار
مثبت ← استفاده از دست راست
منفی ← استفاده از دست چپ

نکته



- ۱ بردار $\vec{F}$ بر هر دو بردار $\vec{v}$ و $\vec{B}$ عمود است.
- ۲ زاویه بین $\vec{v}$ و $\vec{B}$ هر مقداری می‌تواند باشد.

اندازه میدان مغناطیسی (T) اندازه بار الکتریکی (C)

$$F = |q| v B \sin \theta$$

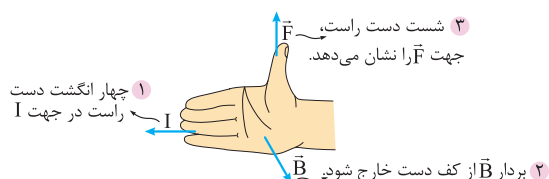
زاویه بین بردارهای اندازه سرعت اندازه نیروی
ذره $\vec{B}$ و $\vec{v}$ (m/s) مغناطیسی (N)

● رابطه اندازه نیرو مغناطیسی وارد بر ذره باردار متحرک:

نکته

$$1 T = 10^{-4} G$$

۶- جهت و اندازه نیرو مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان –



● قاعده دست راست:

نکته

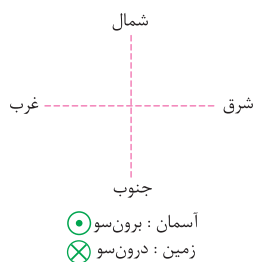
بردار $\vec{F}$ بر I و بردار $\vec{B}$ عمود است.

● رابطه اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان:

$$F = B I L \sin \theta$$

اندازه میدان مغناطیسی (T) طول سیم (m) زاویه بین $\vec{I}$ و $\vec{B}$

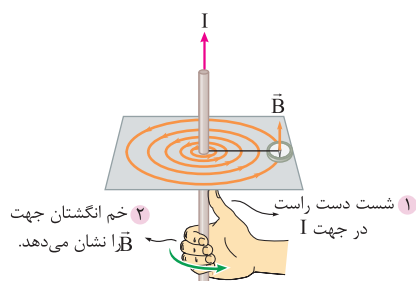
اندازه نیروی مغناطیسی (N) جریان الکتریکی (A)



۷- جهت‌های جغرافیایی –

۸- میدان مغناطیسی ناشی از سیم مستقیم حامل جریان –

- سیم حامل جریان اطراف خود میدان مغناطیسی‌ای تولید می‌کند که خطوط میدان به صورت دایره‌هایی هم‌مرکز است.
- قاعده دست راست برای جهت میدان:





نکته

عوامل مؤثر بر اندازه میدان
اندازه جریان الکتریکی (تأثیر مستقیم)
فاصله از سیم (تأثیر معکوس)

نکته

دو زاویه دید متفاوت در این بخش وجود دارد.

سیم عمود بر صفحه	سیم روی صفحه

نکته

اگر دو سیم موازی حامل جریان کنار یکدیگر باشند:

جهت جریان سیم‌ها	هم‌جهت	خلاف جهت

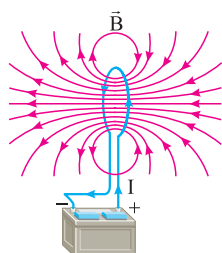
جریان هم‌جهت: میدان مغناطیسی در فاصله بین دو سیم و نزدیک به سیم با جریان کم‌تر می‌تواند صفر باشد.
جریان خلاف جهت: میدان مغناطیسی در خارج از فاصله بین دو سیم و نزدیک به سیم با جریان کم‌تر می‌تواند صفر باشد.

۹- نیرو مغناطیسی بین سیم‌های حامل جریان

جریان خلاف جهت	جریان هم‌جهت

۱۰- میدان مغناطیسی ناشی از یک حلقه حامل جریان

شکل روبه‌رو نشان‌دهنده خطوط میدان اطراف حلقه حامل جریان است.

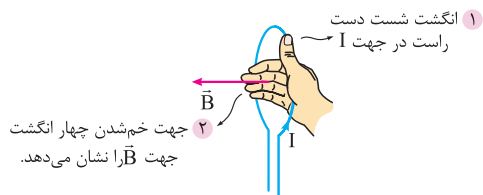


نکته

تراکم خطوط میدان مغناطیسی در ناحیه داخل حلقه بیشتر از خارج آن است. ← میدان داخل حلقه قوی تر است.

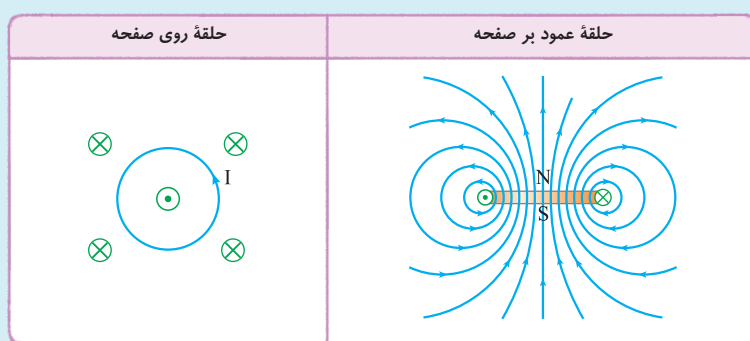
● به دست آوردن جهت میدان حلقه حامل جریان:

● قاعده دست راست:



نکته

دو زاویه دید متفاوت نسبت به حلقه در این قسمت وجود دارد.



● اندازه میدان مغناطیسی حاصل از حلقه حامل جریان:

ضریب تراوایی مغناطیسی خلا
 $(\mu_0 \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A})$
 تعداد حلقهها (A)
 جریانی عبوری از حلقهها (A)
 شعاع حلقه (m)
 اندازه میدان مغناطیسی (T)

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2R}$$

نکته

رابطه طول سیم سازنده پیچه (حلقه) با تعداد حلقهها:

$$N = \frac{\text{طول سیم}}{\text{محیط هر حلقه}} = \frac{L}{2\pi R}$$

نکته

اگر حلقه کامل نباشد تعداد حلقه برابر است با:

$$N = \frac{\alpha}{360}$$

۱۱- میدان مغناطیسی حاصل از سیم لوله حامل جریان -

مطابق شکل صفحه بعد داخل و اطراف سیم لوله حامل جریان، میدان مغناطیسی ایجاد می شود.

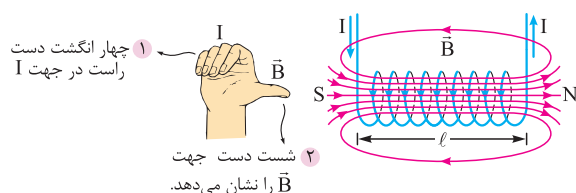
نکته

۱ خطوط میدان داخل سیم لوله متراکم از خارج آن است. ← میدان داخل سیم لوله قوی تر است.

۲ میدان مغناطیسی داخل سیم لوله یکنواخت است.



- به دست آوردن جهت میدان حاصل از سیم‌لوله حامل جریان:
- قاعده دست راست:



- اندازه میدان مغناطیسی داخل سیم‌لوله حامل جریان:

ضریب تراوایی مغناطیسی خلا
 $(\mu_r \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A})$

تعداد حلقه‌های سیم‌لوله

جریان الکتریکی (A)

$$B = \frac{\mu_r N I}{\ell}$$

اندازه میدان مغناطیسی (T)

طول سیم‌لوله (m)

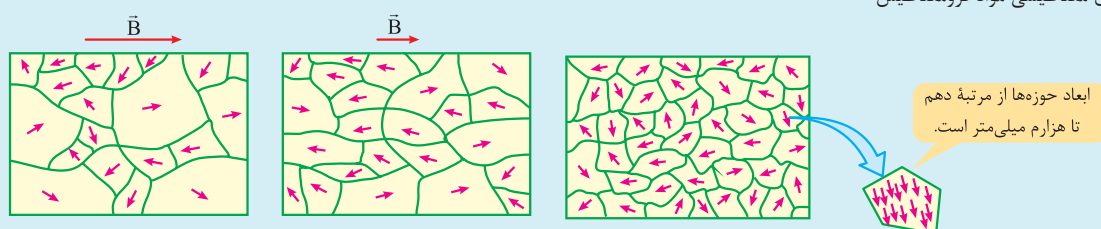
۱۲- ویژگی مغناطیسی مواد

در داخل سیم‌لوله میدان تقریباً یکنواخت و قوی‌تر از خارج سیم‌لوله است.

نام	نمونه	دوقطبی مغناطیسی	حوزه مغناطیسی	ویژگی
پارامغناطیس	اورانیوم، پلاتین، آلومینیم، سدیم، اکسیژن	✓	×	● اتم‌ها ذاتاً خاصیت مغناطیسی دارند، اما در غیاب میدان مغناطیسی خارجی، جهت‌گیری کاتوره‌ای و نامنظم دارند و میدان مغناطیسی‌ای ایجاد نمی‌کنند. ● قرارگیری در میدان مغناطیسی قوی → ایجاد خاصیت مغناطیسی ضعیف و موقت ● حذف میدان مغناطیسی → به سرعت به صورت کاتوره‌ای پخش و از دست دادن خاصیت مغناطیسی
دیامغناطیس	مس، بیسموت، نقره و سرب	×	×	● اتم‌ها ذاتاً دارای خاصیت مغناطیسی نیستند. ● قرارگیری در میدان مغناطیسی قوی → القا دوقطبی مغناطیسی در خلاف جهت میدان خارجی
فرومغناطیس نرم	آهن خالص، کبالت خالص، نیکل خالص	✓	✓	● اتم‌ها ذاتاً خاصیت مغناطیسی دارند. ● در غیاب میدان مغناطیسی خارجی اتم‌های یک حوزه، هم‌سو هستند. ● قرارگیری در میدان مغناطیسی خارجی: حجم حوزه‌های هم‌سو با میدان رشد کرده و ماده به راحتی دارای خاصیت مغناطیسی می‌شود. ● حذف میدان مغناطیسی خارجی: به آسانی خاصیت مغناطیسی خود را از دست می‌دهند. ● کاربرد: ساخت آهنرباهای الکتریکی
فرومغناطیس سخت	فولاد و آلیاژهای آهن، کبالت و نیکل	✓	✓	● دقیقاً مانند ویژگی‌های فرومغناطیس نرم با دو تفاوت اصلی: (۱) سخت‌تر خاصیت مغناطیسی پیدا می‌کند. (۲) سخت‌تر خاصیت مغناطیسی خود را از دست می‌دهند. ● کاربرد: ساخت آهنرباهای دائم

نکته

حوزه‌های مغناطیسی مواد فرومغناطیس





نکته

حالت اشباع خاصیت آهنربایی: قرار گرفتن ماده فرومغناطیس در میدان مغناطیسی بسیار قوی ← حجم حوزه‌های هم‌سو با میدان خارجی به بیشترین مقدار خود می‌رسد.

پایه دوازدهم

حرکت با شتاب ثابت

$$\text{ثابت} \Rightarrow a_{av} = a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

سرعت متحرک، a تا a تغییر می‌کند (در هر ثانیه a).

شتاب
سرعت اولیه $\rightarrow v = at + v_0$ ⇒ معادله سرعت - زمان

مکان اولیه
 $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$ ⇒ معادله مکان - زمان

روابط حرکت با شتاب ثابت

نام فرمول	کمیت‌ها	v_0	Δx	v	t	a	فرمول
مستقل از جابه‌جایی	✓	✓	✗	✓	✓	✓	$v = at + v_0$
مستقل از سرعت نهایی	✓	✓	✓	✗	✓	✓	$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$
مستقل از زمان	✓	✓	✓	✓	✗	✓	$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$
مستقل از شتاب	✓	✓	✓	✓	✓	✗	$\Delta x = \frac{v + v_0}{2}t$
جابه‌جایی در ثانیه n ام	✓	✓	✓	✗	به جای t : ثانیه n ام داریم	✓	$\Delta x_n = (n - 0.5)a + v_0$

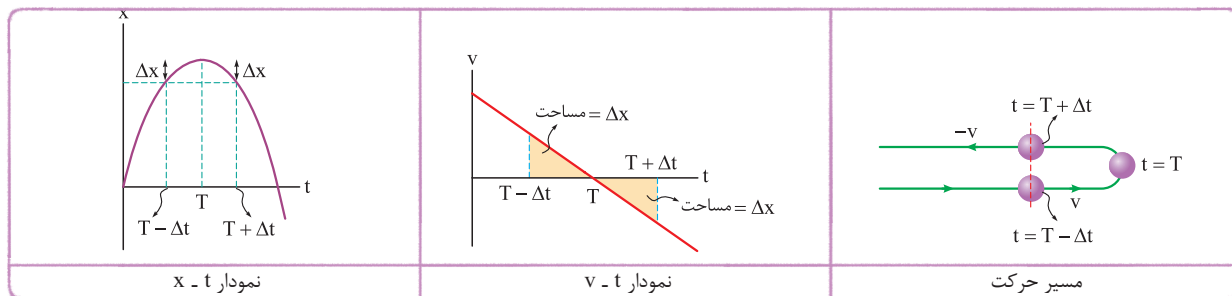
نمودارهای حرکت با شتاب ثابت

معادله	ویژگی	$a > 0$ $v_0 > 0$	$a > 0$ $v_0 < 0$	$a > 0$ $v_0 = 0$	$a < 0$ $v_0 > 0$	$a < 0$ $v_0 < 0$	$a < 0$ $v_0 = 0$
مقدار ثابت a							
$v = at + v_0$							
$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$							
نوع حرکت		همواره تندشونده	ابتدا کندشونده و سپس تندشونده	همواره تندشونده	ابتدا کندشونده و سپس تندشونده	همواره تندشونده	همواره تندشونده
جهت حرکت		عوض نمی‌شود.	یک‌مرتبه عوض می‌شود.	عوض نمی‌شود.	یک‌مرتبه عوض می‌شود.	عوض نمی‌شود.	عوض نمی‌شود.

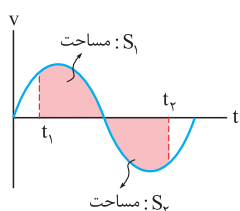


– تقارن در حرکت با شتاب ثابت –

در حرکت با شتاب ثابت، حرکت متحرک، حول لحظه‌ای که جهت حرکت آن تغییر می‌کند، متقارن است:



جابه‌جایی و مسافت در نمودار $v - t$

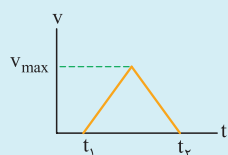


$$\text{جابه‌جایی} = \Delta x = S_1 + (-S_2) \Rightarrow \text{بالای محور } t: + \text{ و پایین محور } t: -$$

$$\text{مسافت} = \ell = S_1 + S_2 \Rightarrow \text{بالا و پایین محور } t: +$$

نکته

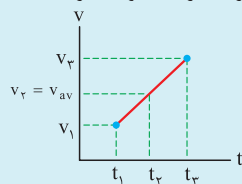
اگر در بازه‌ای نمودار $v - t$ به شکل مثلث باشد، سرعت متوسط متحرک در این بازه برابر با نصف ارتفاع مثلث است:



$$v_{av}(t_1 \text{ تا } t_2) = \frac{1}{2} v_{\max}$$

نکته

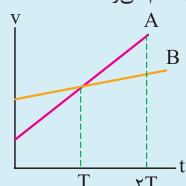
در حرکت با شتاب ثابت، سرعت متوسط در یک بازه زمانی معین برابر با میانگین سرعت در ابتدا و انتهای آن بازه و همچنین برابر با سرعت در لحظه وسط بازه است.



$$t_r = \frac{t_1 + t_2}{2} \Rightarrow v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} = v_r$$

نکته

وقتی دو متحرک با شتاب ثابت حرکت می‌کنند و در مبدأ زمان در یک مکان قرار دارند، اگر در لحظه T سرعتشان برابر شود، در لحظه $2T$ به هم می‌رسند.



پایه دهم

رد پای کربن دی اکسید

- سبک زندگی انسان و نوع وسایلی که در زندگی استفاده می کند و رفتارهایی که در شرایط مختلف محیطی انجام می دهد، روی کره زمین و هواکره تأثیر دارد.
- رد پا اصطلاحی است که به این اثر نسبت داده اند. رد پای کربن دی اکسید نشان می دهد در تولید یک محصول یا در اثر انجام یک فعالیت چه مقدار از این گاز تولید و وارد هواکره می شود.
- برای این که مقدار CO_2 هواکره از مقدار طبیعی آن فراتر نرود، باید مقدار اضافی آن به وسیله گیاهان یا دیگر پدیده های طبیعی مصرف شود؛ حال هر چه مقدار کربن دی اکسید وارد شده به طبیعت زیاده تر باشد، رد پای ایجاد شده سنگین تر و اثر آن ماندگارتر خواهد بود، زیرا زمان لازم برای تعدیل این اثر به وسیله پدیده های طبیعی طولانی تر است.
- یک درخت تنومند سالانه در حدود ۵۰ کیلوگرم CO_2 مصرف می کند، هر چه درخت تنومندتر باشد، CO_2 ی بیشتری مصرف می کند و تأثیر بیشتری در کاهش رد پای کربن دی اکسید دارد.

۵ در اثر سوزاندن سوخت های فسیلی انواع آلاینده ها وارد هواکره می شود؛ یعنی علاوه بر گاز کربن دی اکسید، گازهایی مانند: CO ، SO_2 ، NO_2 و NO و هیدروکربن ها (C_xH_y) هم وارد هواکره می شوند که ناشی از سوختن ناخالصی های موجود در این سوخت هاست.

۶ مقایسه رد پای CO_2 ایجاد شده از منابع گوناگون تولید انرژی الکتریکی:

باد > گرمای زمین > انرژی خورشید > گاز طبیعی > نفت خام > زغال سنگ: مقایسه رد پای CO_2

۷ طبیعت با کمک گیاهان، CO_2 را مصرف می کند؛ بنابراین یکی از راهکارهای کاهش رد پای کربن دی اکسید، کاشت و مراقبت از درختان و ایجاد کمربندهای سبز در شهرها، شهرک های صنعتی و روستاها است.

گرم شدن زمین و اثرات آن

۱ دانشمندان با استفاده از (۱) بالون های هواشناسی، (۲) ماهواره ها، (۳) کشتی های اقیانوس پیما و (۴) گویچه های شناور در دریاچه ها که به حسگرهای دما مجهز هستند، پیوسته دمای کره زمین را اندازه می گیرند. شواهد نشان می دهد که در طول سده اخیر، میانگین دمای کره زمین افزایش یافته است و این افزایش دما سبب شده است که شرایط آب و هوایی در نقاط مختلف زمین تغییر کند.

۲ سالانه میلیاردها تن CO_2 به هواکره وارد می شود، به طوری که مقدار این گاز در سده اخیر در هواکره به مقدار قابل توجهی افزایش یافته است که دارای آثار زیر است:

افزایش دمای کره زمین و افزایش سطح آب دریا
کاهش مساحت برف در نیمکره شمالی

۳ به دلیل گرم شدن زمین و کوتاه شدن فصل زمستان، شواهد بیانگر این است که فصل بهار در نیمکره شمالی زمین، نسبت به ۵۰ سال گذشته در حدود ۱ هفته زودتر آغاز می شود.

اثر گلخانه ای

۱ گلخانه ها زمین های کشاورزی ویژه ای هستند که دور تا دور آن ها را تا ارتفاع معینی با لایه ای از پلاستیک های شفاف می پوشانند و در آن ها گیاهان و میوه های گوناگونی پرورش می دهند.

۲ دمای درون گلخانه در ساعت شبانه روز به طور نامنظم در حال تغییر است ولی تغییرات دمایی بسیار ناچیز بوده و آسیبی به گیاهان نمی رساند.

۳ به پدیده به دام افتادن و برگرداندن پرتوهای فروسرخ به وسیله مولکول های CO_2 ، H_2O و برخی گازهای دیگر موجود در هواکره که باعث گرم شدن زمین می شود، اثر گلخانه ای و به این گازها، گازهای گلخانه ای می گویند.

۴ نور خورشید هنگام گذر از هواکره با مولکول ها و دیگر ذره های موجود در آن برخورد می کند و تنها بخشی از (نه همه!) آن به سطح زمین می رسد. از این رو زمین گرم شده، مانند یک جسم داغ از خود پرتوهای الکترومغناطیسی (بیشتر از نوع فروسرخ) گسیل می دارد؛ انرژی پرتوهای فروسرخ، کم تر و طول موج آن ها بلندتر است. بخش قابل توجهی از پرتوهای فروسرخ منتشر شده از زمین وارد فضا می شوند و بخش کوچکی از آن هم توسط گازهای گلخانه ای، به زمین بازگردانده می شوند و به این ترتیب زمین را گرم می کنند.

۵ اگر پدیده گلخانه ای وجود نداشت، میانگین دمای کره زمین به ۱۸- درجه سلسیوس یا ۲۵۵ کلوین می رسید. امروزه افزایش بیش از حد گازهای گلخانه ای (CO_2) در هواکره، باعث افزایش میانگین دمای زمین بیش از حد معمول شده است.

۶ پلاستیک یا شیشه گلخانه ها دقیقاً مانند گازهای گلخانه ای عمل می کنند. پرتوهای پرتوهای خورشید از شیشه یا پلاستیک گلخانه عبور می کند و توسط خاک و گیاهان جذب و باعث گرم شدن آن ها می شوند. از خاک و گیاهان پرتوهای فروسرخ منتشر می شود که به علت بلنبودن طول موج از پلاستیک یا شیشه عبور نمی کند و درون فضای گلخانه به دام افتاده و آن را گرم می کنند.





– شیمی سبز –

- ۱) شاخه‌ای از شیمی است که در آن شیمی‌دان‌ها در جست‌وجوی فرایندها و فرآورده‌هایی هستند که به کمک آن‌ها بتوان (۱) کیفیت زندگی را با بهره‌گیری از منابع طبیعی افزایش داد و (۲) هم‌زمان از طبیعت محافظت کرد.
- ۲) در این راستا بایستی تولید و مصرف مواد شیمیایی را که رد پاهای سنگینی روی کره زمین بر جا می‌گذارند کاهش داد یا متوقف کرد.

– برخی از دستاوردهای شیمی سبز –

- ۱) **تولید سوخت سبز:** سوختی است که در ساختار آن افزون بر کربن و هیدروژن، اکسیژن نیز وجود دارد و از پسماندهای گیاهی مانند شاخ و برگ گیاه سویا، نیشکر و دانه‌های روغنی به دست می‌آید.
 - این مواد زیست‌تخریب‌پذیرند، از این‌رو در مدت‌زمان نسبتاً کوتاهی به وسیله جانداران ذره‌بینی به مواد ساده‌تر تجزیه می‌شوند و به طبیعت بازمی‌گردند.
 - اتانول (C_2H_5OH) و روغن‌های گیاهی نمونه‌هایی از این نوع سوخت‌ها هستند.
 - در اثر سوختن اتانول، آلاینده‌های کم‌تری نسبت به سوخت‌های فسیلی تولید می‌شود، هم‌چنین در مقایسه با هیدروکربن‌ها هم به ازای جرم یکسان، CO_2 کم‌تری را تولید می‌کند.
- ۲) **تبدیل CO_2 به مواد معدنی:** کافی است CO_2 تولیدشده در نیروگاه‌ها و مراکز صنعتی را با منیزیم اکسید و کلسیم اکسید (اکسیدهای بازی) واکنش دهند و آن‌ها را به کربنات‌های جامد این فلزات تبدیل کنند.

$$CO_2(g) + CaO(s) \rightarrow CaCO_3(s)$$

$$CO_2(g) + MgO(s) \rightarrow MgCO_3(s)$$
- ۳) **تولید پلاستیک‌های سبز (زیست‌تخریب‌پذیر):** این پلیمرهای بر پایه مواد گیاهی مانند نشاسته ساخته می‌شوند و به همین دلیل در ساختار آن‌ها علاوه بر کربن و هیدروژن، اکسیژن هم وجود دارد. این نوع پلاستیک‌ها زیست‌تخریب‌پذیرند بنابراین در مدت‌زمان نسبتاً کوتاهی تجزیه می‌شوند و به طبیعت بازمی‌گردند.
- ۴) **دفن کردن CO_2 در ۱) سنگ‌های متخلخل در زیرزمین، ۲) میدان‌های قدیمی گاز و ۳) چاه‌های قدیمی نفت خالی از این مواد هستند.**
- ۵) **تولید خودرو و سوخت با کیفیت بسیار خوب**

– هیدروژن و توسعه پایدار –

- ۱) **هیدروژن فراوان‌ترین عنصر در جهان است که به صورت ترکیب‌های گوناگون یافت می‌شود.** این گاز مانند سوخت‌های فسیلی می‌تواند با اکسیژن بسوزد و نور و گرما تولید کند.

$$2H_2 + O_2 \rightarrow 2H_2O$$
- ۲) **جدول بسیار مهم:**

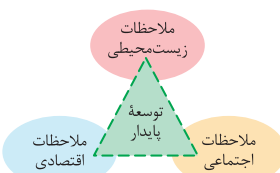
نام سوخت	گرمای آزادشده (کیلوژول بر گرم)	فرآورده‌های سوختن	قیمت (ریال به ازای یک گرم)
بنزین	۴۸	CO, CO_2, H_2O	۱۴
زغال‌سنگ	۳۰	CO, CO_2, H_2O, SO_2	۴
هیدروژن	۱۴۳	H_2O	۲۸۰۰
گاز طبیعی	۵۴	CO, CO_2, H_2O	۵

نکات مهم

نکات مهم و اصلی جدول

- ۱) با توجه به این جدول، استفاده از گاز هیدروژن در مقایسه با سوخت‌های فسیلی آلاینده‌های کم‌تری ایجاد می‌کند؛ در واقع بر اثر سوختن هیدروژن فقط بخار آب تولید می‌شود و خبری از آلاینده‌ها نیست.
 - ۲) مقایسه گرمای آزادشده به ازای سوختن ۱ g
 - ۳) مقایسه قیمت به ازای ۱ g
 - ۴) فرآورده‌های CO (در اثر سوختن ناقص)، CO_2 و H_2O در اثر سوختن هر سه سوخت فسیلی گاز طبیعی، زغال‌سنگ و بنزین یکسان است.
 - ۵) زغال‌سنگ دارای بیشترین تنوع آلاینده‌هاست و علاوه بر موارد مشترک بالا، SO_2 (و البته NO_2) هم تولید می‌کند که می‌تواند مسبب ایجاد باران اسیدی باشد!
- تولید، حمل‌ونقل و نگهداری هیدروژن بسیار پرهزینه است؛ اما در برخی کشورها برای تولید گاز هیدروژن سرمایه‌گذاری هنگفتی می‌شود!

- ۳) **توسعه پایدار** یعنی این‌که در تولید هر فرآورده، همه هزینه‌های اقتصادی، اجتماعی و زیست‌محیطی آن در نظر گرفته شود.

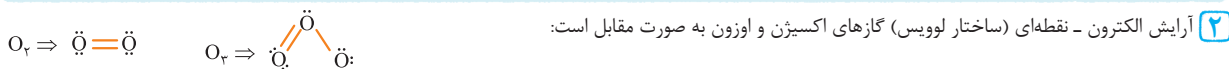


– اوزون، دگرشکلی از اکسیژن در هواکره –

- ۱) **آلوتروپ (دگرشکل):** به شکل‌های گوناگون مولکولی یا بلوری یک عنصر گفته می‌شود: اکسیژن دارای دو آلوتروپ است؛ یعنی عنصر اکسیژن به دو شکل گاز اکسیژن (O_2) و گاز اوزون (O_3) در هواکره یافت می‌شود.

نکته

آلوتروپ یعنی شکل‌های گوناگون یک عنصر که تنها از یک نوع اتم تشکیل شده‌اند، بنابراین در مورد ترکیب‌ها استفاده از واژه آلوتروپ نادرست است.



۳) اصطلاح لایه اوزون به منطقه مشخصی از استراتوسفر می‌گویند که بیشترین مقدار اوزون در آن محدوده قرار دارد. مقدار اوزون در هواکره ناچیز است.

۴) مولکول‌های اوزون مانع ورود بخش عمده‌ای از تابش فرابنفش خورشید به سطح زمین می‌شود تا موجودات زنده از آثار زیانبار این تابش در امان بمانند؛ پس به طور کامل مانع ورود تابش فرابنفش نمی‌شود!

- مقایسه گازهای اوزون (O_3) و اکسیژن (O_2) -

۱) اکسیژن و اوزون هر دو در شرایط عادی گازهای بی‌رنگ هستند. اما اکسیژن در حالت مایع، آبی‌رنگ و اوزون مایع، لاجوردی (آبی پررنگ‌تر) است.

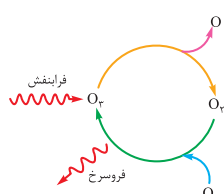
۲) جرم مولی اوزون بیشتر از اکسیژن است و دمای جوش آن هم بالاتر از اکسیژن است، پس با سرد کردن این دو گاز، اوزون راحت‌تر به مایع تبدیل می‌شود.

نام دگرشکل	فرمول شیمیایی	جرم مولی	نقطه جوش ($^{\circ}C$)
اکسیژن	O_2	۳۲	-۱۸۳
اوزون	O_3	۴۸	-۱۱۲

۳) گاز اوزون از گاز اکسیژن واکنش‌پذیرتر بوده و در صنعت از گاز اوزون برای گندزدایی میوه‌ها و سبزیجات و از بین بردن جانداران ذره‌بینی درون آب استفاده می‌شود.

۴) تفاوت در ساختار لوویس اوزون و اکسیژن است که باعث ایجاد تفاوت‌های چشمگیر در خواص آن‌ها شده است، در واقع با این‌که اوزون و اکسیژن از اتم‌های یکسان تشکیل شده‌اند، اما تفاوت ساختاری باعث تفاوت در خواص شده است؛ پس ساختار هر ماده تعیین‌کننده خواص و رفتار آن است.

- عملکرد لایه اوزون -

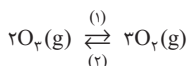


۱) هنگامی که تابش پرنرژی فرابنفش به مولکول‌های O_2 در لایه اوزون برخورد می‌کند، O_2 می‌شکند و به یک اتم اکسیژن (O) و یک مولکول اکسیژن (O_2) تبدیل می‌شود. ذره‌های تولیدشده دوباره با هم واکنش می‌دهند و مولکول اوزون را به وجود می‌آورند و مقداری انرژی به صورت تابش فروسرخ آزاد می‌شود.

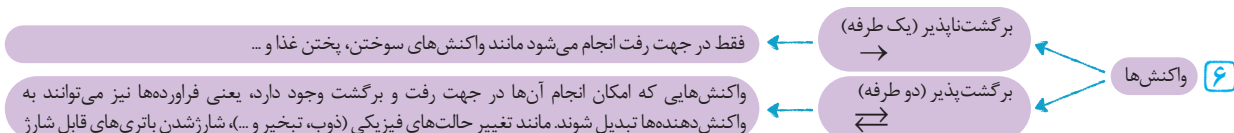
۲) تابش فروسرخ انرژی کمتر نسبت به تابش فرابنفش دارد و برای موجودات زنده تهدیدی به حساب نمی‌آید.

۳) با تکرار پیوسته دو واکنش فوق، لایه اوزون بخش قابل توجهی از (نه همه!) تابش فرابنفش را جذب و تابش‌های کم‌انرژی‌تر فروسرخ را به زمین گسیل می‌دارد.

۴) مجموعه واکنش‌های لایه اوزون را می‌توان با معادله زیر نمایش داد:



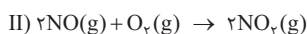
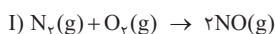
۵) شیمی‌دان‌ها به واکنش در جهت (۱)، واکنش رفت و به واکنش در جهت (۲)، واکنش برگشت می‌گویند.



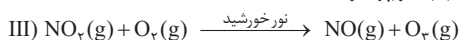
- اوزون تروپوسفری

۱) در تروپوسفر با نقش زیانبار و مضر اوزون مواجه هستیم در حالی که در استراتوسفر، نقش مفید و حفاظتی اوزون آشکار است. به طوری که وجود آن در هوایی که تنفس می‌کنیم سبب (۱) سوزش چشمان و (۲) آسیب‌دیدن ریه‌ها می‌شود.

۲) گاز نیتروژن به عنوان اصلی‌ترین جزء سازنده هواکره، واکنش‌پذیری بسیار کمی دارد به طور معمول با اکسیژن واکنش نمی‌دهد اما تنها هنگام رعد و برق، دمای مولکوله ای هوا در آن ناحیه به اندازه‌ای بالا می‌رود که گاز نیتروژن با اکسیژن هوا ترکیب شده و به اکسیدهای نیتروژن تبدیل می‌شود.



۳) از سوی دیگر در هوای آلوده شهرهای صنعتی و بزرگ، به مقدار قابل توجهی اکسیدهای نیتروژن وجود دارد. این گازها در واقع از واکنش گازهای نیتروژن و اکسیژن درون موتور خودرو در دمای بالا به وجود می‌آیند. از آن‌جا که گاز نیتروژن دی‌اکسید (NO_2) به رنگ قهوه‌ای است، هوای آلوده شامل این گاز به رنگ قهوه‌ای روشن دیده می‌شود. در این شرایط و در حضور نور خورشید، با انجام واکنش زیر در تروپوسفر مقداری گاز اوزون تولید می‌شود که همان اوزون تروپوسفری است.



- خواص و رفتار گازها

۱) مولکول‌های یک ماده گازی به راحتی در فضای اطراف منتشر می‌شوند.

۲) گازها شکل و حجم معینی ندارند. (مایعات شکل معینی ندارند ولی حجم معینی دارند.)

۳) گازها برخلاف جامدات و مایعات تراکم‌پذیرند یعنی با فشرده‌کردن می‌توانند در حجم کوچک‌تری جای گیرند.



نکته

گاز بر اثر فشار متراکم می‌شود اما اگر فشار کاهش یابد، فاصله بین مولکول‌های آن افزایش می‌یابد.



– عوامل مؤثر بر حجم گازها –

برای توصیف یک نمونه گاز، علاوه بر مقدار، باید دما و فشار آن نیز مشخص باشد؛ برای مثال ۱ مول گاز هیدروژن در دما و فشار اتاق، مثالی از یک نمونه گاز است.

(۱) مقدار گاز (۲) دمای گاز (۳) فشار گاز

– قوانین گازها –

۱. رابطه میان حجم گاز با فشار در دمای ثابت

۱) مطابق این قانون، در دمای ثابت برای مقدار معینی گاز، بین حجم و فشار یک نمونه گاز رابطه عکس وجود دارد، به طوری که حاصل ضرب حجم در فشار گاز برابر با عدد ثابتی خواهد بود.

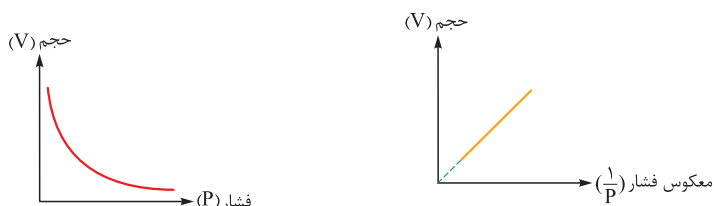
۲) مطابق این قانون، با افزایش فشار (P)، حجم گاز (V) کاهش و با کاهش فشار (P)، حجم گاز (V) افزایش می‌یابد.

$$V \propto \frac{1}{P}$$

$$P \times V = \text{عدد ثابت} \Rightarrow P_1 \times V_1 = P_2 \times V_2$$

در فرمول بالا یکاهای P_1 و P_2 و یکاهای V_1 و V_2 باید یکسان باشند.

نمودارهای مربوط به رابطه بین حجم گاز با فشار آن



۲. رابطه میان حجم گاز با دما در فشار ثابت

۱) در فشار ثابت بین حجم و دمای یک نمونه گاز رابطه مستقیم وجود دارد. به طوری که نسبت حجم به دمای گاز برابر با عدد ثابتی خواهد بود.

۲) مطابق این قانون، با افزایش دما (T)، حجم گاز (V) افزایش و با کاهش دما (T)، حجم گاز (V) کاهش می‌یابد.

$$V \propto T$$

$$\frac{V}{T} = \text{عدد ثابت} \Rightarrow \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

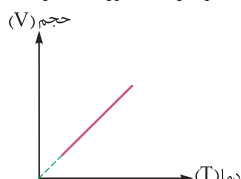
در فرمول بالا یکاهای V_1 و V_2 باید یکسان باشند اما دما (T) حتماً باید برحسب کلوین (K) باشد؛ پس اگر در سؤالی دما برحسب درجه سلسیوس ($^{\circ}\text{C}$) داده شده باشد باید حتماً با رابطه زیر دما را به کلوین تبدیل کرد:

$$T(\text{K}) = \theta(^{\circ}\text{C}) + 273$$

مثال قراردادادن بادکنک‌های پرشده از هوا، درون نیتروژن مایع، سبب می‌شود که حجم آن‌ها به شدت کاهش یابد.

– نمودار مربوط به رابطه بین حجم گاز و دمای آن –

گفتیم که در فشار ثابت، حجم یک نمونه معینی گاز با دمای آن رابطه مستقیم دارد؛ پس می‌توان گفت نمودار حجم برحسب دمای کلوین برای هر گازی به صورت خط راست با شیب ثابت است.





۳. رابطه بین مول (مقدار) و حجم گاز در دما و فشار ثابت

۱ در دما و فشار یکسان، حجم یک مول از گازهای گوناگون با هم برابر است.

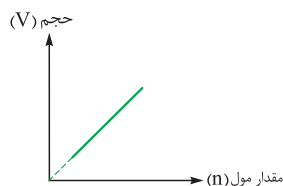
۲ در دما و فشار ثابت، حجم هر گازی به تعداد مول‌های آن بستگی دارد و بین تعداد مول‌های گازی (n) و حجم نمونه گاز (V) رابطه مستقیم برقرار است.

۳ مطابق این قانون، با افزایش تعداد مول‌های گازی (n)، حجم گاز (V) افزایش می‌یابد. $V \propto n$

$$\frac{V}{n} = \text{عدد ثابت} \Rightarrow \frac{V_1}{n_1} = \frac{V_2}{n_2}$$

۴ در دما و حجم ثابت، هر چه شمار مول‌های یک گاز بیشتر باشد، فشار گاز هم بیشتر خواهد شد.

– نمودار مربوط به رابطه حجم و مول گاز –



گفتیم که در دما و فشار ثابت، حجم هر گاز با شمار مول‌های آن رابطه مستقیم دارد.

دیدید که حجم یک نمونه گاز به مقدار، دما و فشار آن وابسته است. بنابراین، با تغییر هر یک از این کمیت‌ها حجم گاز تغییر می‌کند.

۵ قانون آووگادرو: در دما و فشار یکسان، حجم یک مول از گازهای گوناگون با هم برابر است.

دقت کنید که:

در دما و فشار یکسان در حجم‌های یکسانی از گازهای مختلف، تعداد مولکول‌های برابری وجود دارد ولی الزاماً تعداد اتم‌های تشکیل‌دهنده گازها با هم برابر نیست! زیرا برخی گازها تک‌اتمی (گازهای نجیب)، برخی دواتمی (N_2 ، O_2 و ...) و تعدادی نیز چنداتمی (CH_4 ، CO_2 و ...) هستند.

● فرمول قانون آووگادرو:

$$\frac{\text{تعداد مول یا مولکول گاز A}}{\text{حجم گاز A}} = \frac{\text{تعداد مول یا مولکول گاز B}}{\text{حجم گاز B}} \Rightarrow \frac{V_1}{n_1} = \frac{V_2}{n_2}$$

$$\text{حجم مولی} = \frac{\text{حجم}}{\text{تعداد مول}} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}}$$

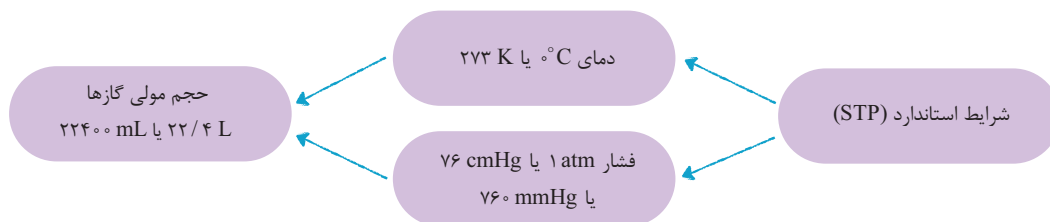
۶ چگالی یا جرم حجمی یک گاز، از تقسیم جرم مولی بر حجم مولی گاز مورد نظر در شرایط مورد نظر به دست می‌آید:

$$\rho = \frac{M_w(\text{جرم مولی})}{V(\text{حجم مولی})}$$

۷ برای محاسبه نسبت چگالی دو گاز در دما و فشار یکسان، کافی است جرم مولی دو گاز را به هم تقسیم کنیم؛ زیرا مطابق قانون آووگادرو، حجم مولی همه گازها در شرایط یکسان با هم برابر است.

$$\text{نسبت چگالی دو گاز} = \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{M_{w2}}{M_{w1}}$$

– شرایط استاندارد یا STP –



دقت کنید که:

در شرایط استاندارد یا STP، شرایط دمایی در دمای اتاق نیست!

● در شرایط استاندارد هر یک مول از هر نوع گازی، ۲۲/۴ لیتر یا ۲۲۴۰۰ میلی‌لیتر حجم دارد که به این مقدار، حجم مولی گازها در شرایط استاندارد یا STP می‌گوییم.

دقت کنید که:

برای به دست آوردن حجم یک گاز در شرایط غیراستاندارد از چگالی آن استفاده می‌کنیم.

– استوکیومتری واکنش –

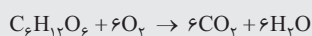
۱ به بخشی از دانش شیمی که به ارتباط کمی میان مواد شرکت‌کننده (واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها) در هر واکنش می‌پردازد، استوکیومتری واکنش می‌گویند.

۲ دانشی که کمک می‌کند تا شیمی‌دان‌ها و مهندسان در آزمایشگاه و صنعت با بهره‌گیری از آن، مشخص کنند که برای تولید مقدار معینی از یک فراورده به چه مقدار از

هر واکنش‌دهنده نیاز است.



مثال اگر بدن انسان در دما و فشار ثابت و معینی به طور میانگین در هر شبانه‌روز ۳۳۶ L گاز اکسیژن مصرف کند، در هر شبانه‌روز چند گرم گلوکز ($C_6H_{12}O_6$) مصرف می‌شود؟ (چگالی گاز اکسیژن را $1/4 \text{ g.L}^{-1}$ در نظر بگیرید.) ($O = 16, C = 12, H = 1: \text{g.mol}^{-1}$)



$C_6H_{12}O_6$ جرم مولی: $6(12) + 12(1) + 6(16) = 180 \text{ g.mol}^{-1}$

$$336 \text{ L } O_2 \times \frac{1/4 \text{ g } O_2}{1 \text{ L } O_2} \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{32 \text{ g } O_2} \times \frac{1 \text{ mol } C_6H_{12}O_6}{6 \text{ mol } O_2} \times \frac{180 \text{ g } C_6H_{12}O_6}{1 \text{ mol } C_6H_{12}O_6} = 441 \text{ g } C_6H_{12}O_6$$

روش اول: استفاده از کسر تبدیل:

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{حجم} \times \text{چگالی}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \quad \frac{x}{1 \times 180} = \frac{1/4 \times 336}{6 \times 32} \quad x = \frac{180 \times 1/4 \times 336}{6 \times 32} = 441$$

روش دوم: استفاده از کسر تناسب:

$$x = 30 \times 0.7 \times 21 = 441 \text{ g } C_6H_{12}O_6$$

مثال اگر مخلوطی از گازهای هیدروژن و متان (در شرایط استاندارد) به طور کامل بسوزند و مقدار $5/6$ لیتر گاز کربن دی‌اکسید (در شرایط استاندارد) و $11/25$ گرم آب تولید کنند، چند درصد حجمی این مخلوط را گاز متان تشکیل می‌دهد؟ ($O = 16, C = 12, H = 1: \text{g.mol}^{-1}$)

(سراسری ریاضی خارج از کشور ۸۷ و سراسری تیرگی ۸۸)

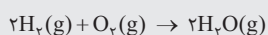
$$35/25 \quad (2)$$

$$25/12 \quad (1)$$

$$66/66 \quad (4)$$

$$33/33 \quad (3)$$

پاسخ گزینه (۴): روش اول: معادله واکنش سوختن هیدروژن و متان به صورت زیر است:



همان‌طور که می‌بینید CO_2 فقط بر اثر سوختن متان به دست می‌آید؛ پس در اولین حرکت! باید با استفاده از حجم CO_2 ، حجم گاز متان موجود در این مخلوط را حساب کنیم:

$$5/6 \text{ L } CO_2 \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{22/4 \text{ L } CO_2} \times \frac{1 \text{ mol } CH_4}{1 \text{ mol } CO_2} \times \frac{22/4 \text{ L } CH_4}{1 \text{ mol } CH_4} = 5/6 \text{ L } CH_4$$

در حرکت بعدی! باید ببینیم که بر اثر سوختن $5/6$ لیتر گاز CH_4 ، چند گرم H_2O به دست می‌آید:

$$5/6 \text{ L } CH_4 \times \frac{1 \text{ mol } CH_4}{22/4 \text{ L } CH_4} \times \frac{2 \text{ mol } H_2O}{1 \text{ mol } CH_4} \times \frac{18 \text{ g } H_2O}{1 \text{ mol } H_2O} = 9 \text{ g } H_2O$$

فب! تا این‌جا فهمیدیم که از $11/25$ گرم H_2O تولیدشده، ۹ گرم آن مربوط به سوختن گاز CH_4 بود؛ پس حتماً بقیه آن یعنی $2/25$ گرم، مربوط به سوختن H_2 است. حالا باید حساب کنیم که برای تولید $2/25$ گرم H_2O ، چند لیتر H_2 باید بسوزد:

$$2/25 \text{ g } H_2O \times \frac{1 \text{ mol } H_2O}{18 \text{ g } H_2O} \times \frac{2 \text{ mol } H_2}{2 \text{ mol } H_2O} \times \frac{22/4 \text{ L } H_2}{1 \text{ mol } H_2} = 2/8 \text{ L } H_2$$

$$\text{درصد حجمی گاز } CH_4 = \frac{\text{حجم گاز } CH_4}{\text{حجم گاز } CH_4 + \text{حجم گاز } H_2} \times 100 = \frac{5/6}{5/6 + 2/8} \times 100 = 66/66\%$$

آفیش! دیگه داره تموم می‌شه!

روش دوم: آگه بفوایم فیلی شیک و مهلسی! حلش کنیم، ابتدا تعداد مول متان را به دست می‌آوریم:

$$5/6 \text{ L } CO_2 \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{22/4 \text{ L } CO_2} \times \frac{1 \text{ mol } CH_4}{1 \text{ mol } CO_2} = 0/25 \text{ mol } CH_4$$

حالا باید ببینیم بر اثر سوختن $0/25$ مول CH_4 ، چند گرم H_2O به دست می‌آید:

$$0/25 \text{ mol } CH_4 \times \frac{2 \text{ mol } H_2O}{1 \text{ mol } CH_4} \times \frac{18 \text{ g } H_2O}{1 \text{ mol } H_2O} = 9 \text{ g } H_2O$$

پس $2/25$ گرم H_2O باقی‌مانده مال H_2 می‌باشد! پس تعداد مول H_2 برابر است با:

$$2/25 \text{ g } H_2O \times \frac{1 \text{ mol } H_2O}{18 \text{ g } H_2O} \times \frac{2 \text{ mol } H_2}{2 \text{ mol } H_2O} = 0/125 \text{ mol } H_2$$

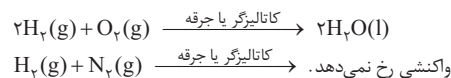
در شرایط یکسان دما و فشار، نسبت‌های حجمی گازها برابر با نسبت‌های مولی آن‌ها است؛ بنابراین تمام شد!

$$\text{درصد حجمی (مولی) گاز } CH_4 = \frac{\text{مول گاز } CH_4}{\text{مول گاز } CH_4 + \text{مول گاز } H_2} \times 100 = \frac{0/25}{0/25 + 0/125} \times 100 = 66/66\%$$



– تولید آمونیاک، کاربردی از واکنش گازها در صنعت –

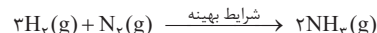
- ۱ گاز نیتروژن، فراوانترین جزء سازنده هواکره بوده که در مقایسه با اکسیژن از نظر شیمیایی غیرفعال و واکنش ناپذیر است.
- ۲ برای مثال، مخلوط گازهای اکسیژن و هیدروژن در حضور کاتالیزگر یا جرقه در یک واکنش سریع و شدید، منفجر می‌شود و آب تولید می‌کند. اما در مخلوط گازهای نیتروژن و هیدروژن، حتی در حضور کاتالیزگر یا جرقه واکنش رخ نمی‌دهد.



- ۳ پس گاز نیتروژن در مقایسه با اکسیژن از نظر شیمیایی غیرفعال و واکنش ناپذیر است. از این رو گاز نیتروژن به جو بی‌اثر شهرت یافته و در محیط‌هایی که گاز اکسیژن، عامل ایجاد تغییر شیمیایی است به جای آن از گاز نیتروژن استفاده می‌کنند.

- ۴ برای پرکردن و تنظیم باد تایر خودرو به جای هوا از گاز نیتروژن استفاده می‌شود.

- ۵ در سال ۱۹۱۸ میلادی، دانشمندی به نام فریتس هابر شیمی‌دان معروف آلمانی، به دلیل تهیه آمونیاک از گازهای N_2 و H_2 ، برنده جایزه نوبل شیمی شد. هابر واکنش مقابل را مبنای پژوهش‌های خود قرار داد:



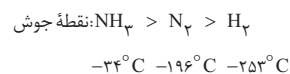
- ۶ مشکل اصلی هابر یافتن شرایط بهینه برای انجام این واکنش بود. او در این راستا با دو چالش عمده مواجه بود:

۱. واکنش در دما و فشار اتاق انجام نمی‌شد.

- هابر با تلاش‌ها و آزمایشات فراوان واکنش میان گازهای هیدروژن و نیتروژن را بارها در دماها و فشارهای مختلف انجام داد تا بتواند شرایط بهینه آن را پیدا کند.
- سرانجام دریافت که اگر مخلوط این گازها از روی ورقه آهنی (به عنوان کاتالیزگر) در دما و فشار مناسب (به عنوان نکته اضافه بدانید! دمای $450^\circ C$ درجه سلسیوس و فشار 200 atm)، عبور داده شود، با انجام واکنش، مقدار قابل توجهی آمونیاک تولید می‌شود، اما همه واکنش دهنده‌ها به فراورده‌ها تبدیل نخواهد شد؛ زیرا این واکنش برگشت پذیر است؛ با این توصیف در ظرف واکنش مخلوطی از سه گاز H_2 ، N_2 و NH_3 وجود دارد. اکنون هابر با مشکل دیگری هم روبه‌رو بود:

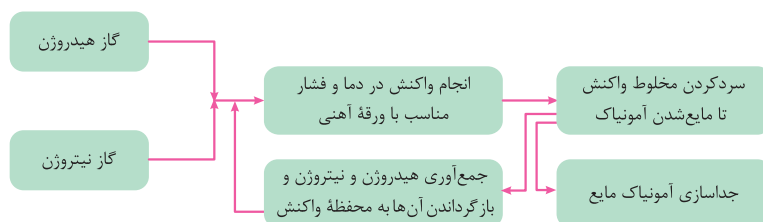
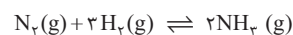
۲. چگونه آمونیاک (فراورده واکنش) را از مخلوط واکنش جدا کند.

- او با بررسی نقطه جوش این مواد، راه‌حلی را برای جداسازی آمونیاک پیدا کرد.



- هابر پس از انجام واکنش، دما را کمی پایین‌تر از نقطه جوش آمونیاک آورد تا فقط آمونیاک مایع شده و از مخلوط خارج شود. در فرایند هابر، گازهای H_2 و N_2 واکنش ندادند را بازگردانی کرده و به ظرف اصلی واکنش برمی‌گردانند تا دوباره با هم واکنش دهند.

جمع‌بندی



آب، آتش و زندگی

– مقدمه –

- ۱ کره زمین سامانه‌ای بزرگ شامل ۴ بخش مختلف است:

- ۱) هواکره (شامل گازها و ذرات ریز و مولکول‌های کوچک O_2 ، N_2 و ...)
- ۲) آب کره (شامل مولکول‌های کوچک آب، یون‌ها و ...)
- ۳) سنگ کره (شامل مواد جامد مانند ماسه، نمک‌ها و ...)

- ۴) زیست کره (شامل موجودات زنده و جانداران روی کره زمین. در واکنش‌های زیست کره، درشت‌مولکول‌ها نقش اساسی ایفا می‌کنند).

توجه زمین از دیدگاه شیمیایی پویاست؛ یعنی همواره بخش‌های گوناگون کره زمین با یکدیگر برهم‌کنش فیزیکی و شیمیایی داشته و بین آن‌ها مواد گوناگون مبادله می‌شود.



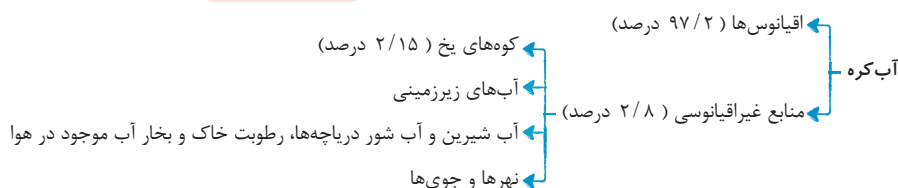
نکات مهم

- زمین در فضا به رنگ آبی دیده می‌شود؛ زیرا نزدیک به ۷۵٪ سطح آن را آب پوشانده است، به گونه‌ای که جرم کل آب‌های روی کره زمین در حدود $1/5 \times 10^{18}$ تن برآورد می‌شود.
- بخش عمده (نه همه!) آب‌های روی کره زمین در اقیانوس‌ها و دریاها توزیع شده است، به گونه‌ای که اگر کره زمین را مسطح فرض کنیم، آب همه سطح آن را تا ارتفاع بیش از ۲ کیلومتر می‌پوشاند.
- آب اقیانوس‌ها و دریاها مخلوطی همگن است که اغلب مزه‌ای شور دارد، زیرا مقدار قابل توجهی از نمک‌های گوناگون در آن حل شده است. (حدوداً 5×10^{16} تن)

نکته خیلی مهم این که سالانه میلیاردها تن مواد گوناگون نیز از سنگ کره وارد آب کره می‌شود ولی از آنجا که جرم کل مواد حل‌شده در آب‌های کره زمین تقریباً (نه دقیقاً!) ثابت است، پس باید همین مقدار نیز از آب دریاها و اقیانوس‌ها خارج شود.

- درون کره زمین و بین این چهار بخش مختلف، پیوسته مواد گوناگونی مبادله می‌شود؛ مثلاً سالانه:
 - حجم عظیمی از بخار آب از دریاها (آب کره) وارد هواکره می‌شود و به صورت بارش از هواکره وارد آب کره و سنگ کره می‌شود.
 - میلیاردها تن کربن دی‌اکسید توسط آبزیان از آب کره وارد هواکره شده و مقادیر بسیار زیادی از گاز اکسیژن محلول در آب توسط آبزیان مصرف می‌شود.
 - گازهای گوناگون و مواد شیمیایی جامد توسط فعالیت آتشفشانی به صورت گرد و غبار وارد هواکره می‌شود.
 - لاشه جانوران و گیاهان بر اثر تجزیه به صورت مولکول‌های کوچک‌تری از زیست کره وارد آب کره، سنگ کره یا هواکره می‌شود.
 - موجودات زنده نیز سالانه مقدار بسیار زیادی از ترکیبات کربن‌دار را وارد یخس‌های گوناگون کره زمین می‌کنند.

منابع آب



با توجه به نمودار فوق، کوه‌های یخ، حدود ۷۷ درصد از کل منابع غیر اقیانوسی آب کره را تشکیل می‌دهند.

یون‌های حل‌شده در آب دریاها

نام یون	کلرید	سدیم	سولفات	منیزیم	کلسیم	پتاسیم	کربنات	برمید
نماد	Cl^-	Na^+	SO_4^{2-}	Mg^{2+}	Ca^{2+}	K^+	CO_3^{2-}	Br^-
رتبه فراوانی	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸

۱ مقدار آنیون‌ها در آب دریا: $\text{Cl}^- > \text{SO}_4^{2-} > \text{CO}_3^{2-} > \text{Br}^-$

۲ مقدار کاتیون‌ها در آب دریا: $\text{Na}^+ > \text{Mg}^{2+} > \text{Ca}^{2+} > \text{K}^+$

۳ مقدار یون‌ها در آب دریا: $\text{Cl}^- > \text{Na}^+ > \text{SO}_4^{2-} > \text{Mg}^{2+} > \text{Ca}^{2+} > \text{K}^+ > \text{CO}_3^{2-} > \text{Br}^-$

۴ فراوان‌ترین (یون) آنیون حل‌شده در آب دریاها، یون کلرید (Cl^-) است که یون تک‌اشاره محسوب می‌شود اما فراوان‌ترین آنیون چنداشاره موجود در آب دریاها، یون سولفات (SO_4^{2-}) است.

۵ در بین موارد جدول صفحه قبل، دو آنیون تک‌اشاره، هر دو مربوط به عناصر گروه ۱۷ جدول تناوبی هستند.

۶ فراوان‌ترین کاتیون موجود در آب دریاها، یون سدیم (Na^+) است که مربوط به عنصر گروه ۱ جدول تناوبی است.

۷ از میان کاتیون‌های فراوان آب دریاها، دو یون مربوط به عناصر گروه ۱ و دو یون مربوط به عناصر گروه ۲ جدول تناوبی هستند.

۸ وجود انواع یون‌ها در آب دریا به دلیل انحلال نمک‌های گوناگون در آن است.

۹ بیشتر آب‌های روی زمین شور است و نمی‌توان از آن‌ها در کشاورزی، مصارف خانگی و صنعتی استفاده کرد؛ از این رو تهیه آب شیرین و آشامیدنی، هم‌چنین آب قابل استفاده در کشاورزی، صنعت و ... یکی از چالش‌های اساسی در سطح جهان است.

۱۰ آب اغلب چشمه‌ها، قنات‌ها و رودخانه‌ها که زلال و شفاف و همین‌طور شیرین، گوارا و آشامیدنی است، ناخالص می‌باشد.

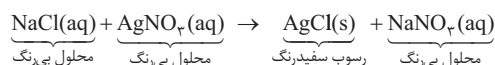
۱۱ آب باران در هوای پاک تقریباً خالص است؛ زیرا هنگام تشکیل برف و باران، تقریباً همه مواد حل‌شده در آب از آن جدا می‌شود. این فرایند، الگویی برای تهیه آب خالص است که تقطیر و فرآورده آن، آب مقطر نام دارد.



– شناسایی برخی از یون‌های محلول در آب –

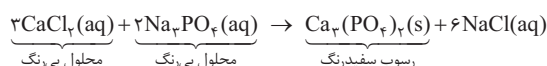
الف) شناسایی یون کلرید (Cl^-) در آب:

۱) یکی از روش‌های شناسایی یون کلرید موجود در یک محلول ($\text{Cl}^-(\text{aq})$)، استفاده از محلولی حاوی یون نقره ($\text{Ag}^+(\text{aq})$) است که در این صورت رسوب سفیدرنگ AgCl(s) تولید می‌شود:



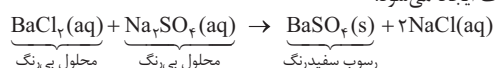
ب) شناسایی یون کلسیم (Ca^{2+}) در آب:

- یون کلسیم محلول در آب ($\text{Ca}^{2+}(\text{aq})$) با یون فسفات ($\text{PO}_4^{3-}(\text{aq})$)، رسوب سفیدرنگ کلسیم فسفات ($\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2(\text{s})$) تولید می‌کند.
- واکنش دو محلول بی‌رنگ سدیم فسفات و کلسیم کلرید که طی واکنش، رسوب سفیدرنگ کلسیم فسفات ایجاد می‌شود:



پ) شناسایی یون باریم (Ba^{2+}) در آب:

- یون باریم محلول در آب ($\text{Ba}^{2+}(\text{aq})$) با یون سولفات ($\text{SO}_4^{2-}(\text{aq})$)، رسوب سفیدرنگ باریم سولفات ($\text{BaSO}_4(\text{s})$) تولید می‌کند.
- واکنش دو محلول بی‌رنگ باریم کلرید و سدیم سولفات که طی واکنش، رسوب سفیدرنگ باریم سولفات ایجاد می‌شود:



– آب آشامیدنی –

- ۱) آب آشامیدنی، مخلوطی زلال و همگن بوده و مقدار کمی از یون‌های گوناگون دارد.
- ۲) برخی از یون‌ها در مراکز تأمین آب آشامیدنی به آب افزوده می‌شوند؛ مانند: یون فلوئورید (F^-) که سبب حفظ سلامت دندان‌ها شده و مقدار بسیار کم و مناسبی به آب اضافه می‌شود.
- ۳) تفاوت آب آشامیدنی و دیگر آب‌ها در نوع و مقدار حل‌شونده‌های آن است.

– انواع یون از نظر تعداد اتم –

- یون تک‌اتمی: یونی که فقط از یک اتم (نه عنصر!) تشکیل شده است، مانند: Na^+ و Ca^{2+} ...
- یون چنداتمی: یونی که از اتصال دو یا چند اتم تشکیل شده است، مانند: OH^- ، NO_3^- ، NH_4^+ و ...

نکات مهم

- ۱) در یک یون چنداتمی، بار یون به اتم خاصی تعلق نداشته و به کل یون تعلق دارد.
- ۲) دقت کنید که یون‌هایی مانند N_3^- (آزید)، O_3^{2-} (پراکسید) و ... اگرچه از یک نوع اتم تشکیل شده‌اند ولی چون بیش از یک اتم دارند، جزء یون‌های چنداتمی هستند.

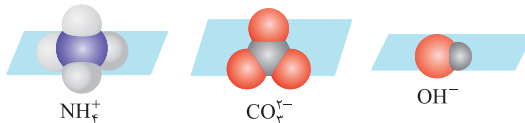
ردیف	نام یون	فرمول شیمیایی	مدل فضاپرکن	ساختار لوویس
۱	آمونیم	NH_4^+		
۲	هیدروکسید	OH^-		
۳	نیترات	NO_3^-		
۴	سولفات	SO_4^{2-}		
۵	فسفات	PO_4^{3-}		
۶	کربنات	CO_3^{2-}		



مرورنامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

● در مدل فضا پرکن یون هیدروکسید (OH^-)، دو اتم اکسیژن (O) و هیدروژن (H) در یک صفحه قرار دارند، هم‌چنین در مدل فضاپرکن یون کربنات (CO_3^{2-}) یا نیترات (NO_3^-) تمام اتم‌ها در یک صفحه فرضی جا شده‌اند، اما مثلاً در مدل فضاپرکن یون آمونیوم (NH_4^+) تنها ۳ اتم هیدروژن در یک صفحه جا شده است و اتم هیدروژن چهارم در خارج از صفحه قرار گرفته است؛ با توجه به مدل فضاپرکن یون‌های سولفات (SO_4^{2-}) و فسفات (PO_4^{3-})، این دو یون نیز همانند یون آمونیوم، ساختار مسطح ندارند.



نکته مهم

فکر نکنید که عنصرهای تشکیل‌دهنده همه یون‌های چنداتی صرفاً نافلزی هستند. برای مثال در ساختار یون پرمنگنات (MnO_4^-)، فلز وجود دارد!

یادآوری نام‌گذاری ترکیب‌های یونی:

نام‌گذاری ترکیب‌های یونی چندتایی (مانند: CaSO_4 ، NH_4NO_3 و ...) همانند نام‌گذاری ترکیب‌های یونی دوتایی (مانند NaCl ، CaCl_2 و ...) بوده و به صورت روبه‌رو است: نام کاتیون + نام آنیون
اگر فلز کاتیون دارای ظرفیت متغیر باشد، باید ظرفیت آن به صورت عدد رومی داخل پرانتز ذکر شود.

فرمول‌نویسی ترکیب‌های یونی چندتایی

- مانند فرمول‌نویسی ترکیب‌های یونی دوتایی، کاتیون را سمت چپ و آنیون را سمت راست می‌نویسیم. با توجه به این که یک ترکیب یونی خنثی است، بر این اساس شمار کاتیون‌ها و آنیون‌ها را مشخص می‌کنیم.
- ظرفیت کاتیون را با آنیون جابه‌جا می‌کنیم. (ظرفیت یون برابر بار یون بدون علامت است.)
توجه کنید که اگر کاتیون یا آنیون چنداتی باشد، ابتدا دور کاتیون یا آنیون پرانتز گذاشته و سپس زیروندها را جابه‌جا می‌کنیم.
- زیروندها را اگر ساده می‌شوند، ساده می‌کنیم و از نوشتن زیروند ۱ خودداری می‌کنیم.

نکته مهم

در یک مول ترکیب یونی، تعداد الکترون‌های مبادله‌شده بین کاتیون و آنیون برابر است با:
| بار آنیون | × تعداد آنیون یا بار کاتیون × تعداد کاتیون = تعداد الکترون‌های مبادله‌شده

نکات مهم

- گیاهان برای رشد مناسب، افزون بر CO_2 و H_2O ، به عنصرهایی مانند N، P، S نیاز دارند.
 - آمونیم سولفات ($(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$) یکی از کودهای شیمیایی است که دو عنصر نیتروژن و گوگرد را در اختیار گیاه قرار می‌دهد.
 - ساختار لوویس یون‌های سازنده آمونیوم سولفات به صورت مقابل است:
 - از انحلال هر واحد فرمولی آمونیوم سولفات در آب، سه یون تولید می‌شود و در مجموع از لحاظ بار الکتریکی خنثی است:
- $$(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4(\text{s}) \xrightarrow{\text{در آب}} 2\text{NH}_4^+(\text{aq}) + \text{SO}_4^{2-}(\text{aq})$$
- مجموعاً ۳ مول یون
- در ساختار آمونیوم سولفات، دو نوع پیوند کووالانسی و یونی وجود دارد اما این ماده در مجموع یک ترکیب یونی محسوب می‌شود.
- در اغلب ترکیبات یونی، حداقل یک فلز وجود دارد، اما آمونیوم سولفات برخلاف این قاعده کلی، هیچ عنصر فلزی ندارد و چهار عنصر سازنده آن، نافلزی هستند!

پایه یازدهم

آنتالپی، همان محتوای انرژی است

هر نمونه ماده دو نوع انرژی دارد — انرژی جنبشی (گرمایی): جنبش‌های نامنظم — انرژی پتانسیل (شیمیایی): برهم‌کنش بین ذره‌ها

- آنتالپی (H) یا محتوای انرژی، انرژی کل سامانه است.
- انجام واکنش — تغییر آنتالپی مواد (ΔH) — مبادله گرما
- تغییر آنتالپی واکنش (ΔH)، هم‌ارز با گرمای واکنش در فشار ثابت است.

$$\Delta H = Q_p = H(\text{مواد واکنش‌دهنده}) - H(\text{مواد فراورده}) = H(\text{واکنش})$$



- نشانه‌های واکنش گرمگیر
- افزایش انرژی کل سامانه
 - انتقال گرما از محیط به سامانه
 - « Q » سمت واکنش دهنده‌ها
 - مواد واکنش دهنده، پایدارتر از مواد فراورده
 - آنتالپی مواد فراورده بیشتر از مواد واکنش دهنده
 - علامت « Q » و « ΔH » واکنش، مثبت
- نشانه‌های واکنش گرماده
- کاهش انرژی کل سامانه
 - انتقال گرما از سامانه به محیط
 - « Q » سمت فراورده‌ها
 - مواد فراورده، پایدارتر از مواد واکنش دهنده
 - آنتالپی مواد فراورده کمتر از آنتالپی مواد واکنش دهنده
 - علامت « Q » و « ΔH » واکنش، منفی

● ΔH همانند گرمای واکنش در دما و فشار ثابت، به سه عامل وابسته است:

۱) نوع مواد واکنش دهنده و فراورده

۲) حالت فیزیکی واکنش دهنده و فراورده

۳) مقدار واکنش دهنده‌ها ← ترکیب استوکیومتری و گرمای واکنش

● برای حل تست‌های استوکیومتری و ΔH می‌توانیم از روش نسبت مول (یا کسر تناسب) استفاده کنیم و به نسبت‌های قبل، (... = $\frac{\text{جرم}}{\text{ضریب}} = \frac{\text{مول}}{\text{ضریب}}$) نسبت $\frac{q}{|\Delta H|}$ را اضافه کنیم.

دقت کنید که q, ΔH باید برحسب یک واحد باشند. (KJ)

q: گرمای مبادله‌شده در واکنش به ازای مقداری که در مسئله داده شده است.

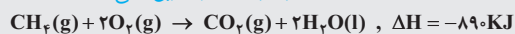
ΔH: گرمای مبادله‌شده در واکنش طبق ضرایب استوکیومتری مواد در معادله موازنه شده است.

$$\frac{M \times V(L)}{\text{ضریب}} = \frac{\text{چگالی} \times \text{لیتر گاز}}{\text{ضریب} \times \text{جرم مولی}} = \frac{\text{لیتر گاز}}{\text{ضریب} \times \text{حجم مولی}} = \frac{\text{لیتر گاز}}{\text{ضریب} \times \text{لیتر گاز (STP)}} = \frac{\text{گرم}}{\text{ضریب} \times \text{جرم مولی}} = \frac{\text{تعداد ذره‌ها}}{\text{تعداد ذره‌ها}} = \frac{\text{مول}}{\text{ضریب}}$$

$$\frac{M \times V(mL)}{1000 \times \text{ضریب}} = \frac{\text{گرم ناخالص} \times \frac{P}{100}}{\text{ضریب} \times \text{جرم مولی}} = \frac{q}{|\Delta H|} \rightarrow (KJ)$$

مثال

برای بالا بردن دمای یک قطعه مس به وزن ۲/۵ کیلوگرم از ۲۵°C به ۲۲۵°C، چند کیلوژول گرما لازم است و این مقدار گرما، به تقریب از سوختن کامل چند گرم گاز متان تأمین می‌شود؟ (ظرفیت گرمایی ویژه مس را برابر با ۳۹۰ J.g⁻¹.°C⁻¹ در نظر بگیرید، گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید، C = ۱۲: g.mol⁻¹, H = ۱)
(کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور (۱۳۹۹))



۳۵،۱۹۵۰ (۴) ۲۵،۱۹۵۰ (۳) ۳/۵،۱۹۵ (۲) ۲/۵،۱۹۵ (۱)

پاسخ

قسمت اول: استفاده از رابطه $q = mc\Delta\theta$

اگر در رابطه $q = mc\Delta\theta$ ، m را برحسب kg بگذاریم q برحسب kJ محاسبه می‌شود:

$$q = 2/5 \times 390 \times (225 - 25) = \frac{10}{4} \times \frac{39}{100} \times 20 = \frac{390}{2} = 195 \text{ kJ}$$

قسمت دوم: استفاده از کسر تناسب‌های نسبت گرما و نسبت جرم CH_4 :

$$\frac{\text{جرم}}{\text{ضریب} \times \text{جرم مولی}} = \frac{q}{|\Delta H|} \Rightarrow \frac{x}{16 \times 1} = \frac{195}{890} \rightarrow x = \frac{16 \times 195}{890} = \frac{16 \times 390}{890 \times 2} = \frac{8}{89} \times 390 = 3/9 \downarrow \approx 3/5 \text{ g}$$



آنتالپی پیوند و میانگین آن

به انرژی لازم برای شکستن یک مول پیوند در حالت گازی و تبدیل آن به دو مول اتم مجزای گازی، آنتالپی پیوند می‌گوییم.

● شکستن پیوند ← گرماگیر ($\Delta H > 0$)

● تشکیل پیوند ← گرماده ($\Delta H < 0$)

جدول آنتالپی برخی پیوندها:

پیوند	$\text{Cl}-\text{Cl}$	$\text{Br}-\text{Br}$	$\text{I}-\text{I}$	$\text{H}-\text{F}$	$\text{H}-\text{Cl}$	$\text{O}=\text{O}$	$\text{N}\equiv\text{N}$
آنتالپی (kJ mol^{-1})	۲۴۲	۱۹۳	۱۵۱	۵۶۷	۴۳۱	۴۹۵	۹۴۵

● برای پیوندهایی که در مولکول‌های دواتمی وجود دارند، مثل $\text{H}-\text{H}$ ، $\text{N}\equiv\text{N}$ و ... از آنتالپی پیوند و برای پیوندهایی که در مولکول‌های چنداتمی وجود دارند، مانند $\text{C}-\text{H}$ ، $\text{N}-\text{H}$ و ... از «میانگین آنتالپی پیوند» استفاده می‌کنیم.

میانگین آنتالپی برخی پیوندها:

پیوند	$\text{C}-\text{O}$	$\text{N}-\text{H}$	$\text{O}-\text{H}$	$\text{C}-\text{C}$	$\text{C}=\text{C}$	$\text{C}\equiv\text{C}$	$\text{C}=\text{O}$	N_2	O_2
میانگین آنتالپی (kJ mol^{-1})	۳۸۰	۳۹۱	۴۶۳	۳۴۸	۶۱۴	۸۳۹	۷۹۹	۱۶۳	۱۴۶

عوامل مؤثر بر آنتالپی پیوند

- مرتبه پیوند (تعداد پیوند بین دو اتم): هر چه مرتبه پیوند بیشتر، میانگین آنتالپی پیوند بیشتر:
 $\text{C}\equiv\text{C} > \text{C}=\text{C} > \text{C}-\text{C}$
- شعاع اتم‌ها: به طور کلی، هر چه شعاع اتم‌های تشکیل‌دهنده پیوند کمتر، آنتالپی پیوند بیشتر:
 $\text{Cl}-\text{Cl} > \text{Br}-\text{Br} > \text{I}-\text{I}$

روش محاسباتی: استفاده از آنتالپی پیوند ← مناسب برای واکنش‌های گازی
 استفاده از قانون هس
 روش تجربی: استفاده از گرماسنج لیوانی ← مناسب برای واکنش‌های در حالت محلول

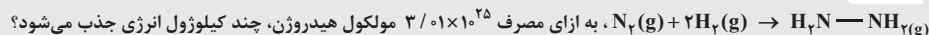
آنتالپی پیوند، راهی برای تعیین ΔH واکنش

● شکستن هر نوع پیوند ← گرماگیر (ΔH مثبت)

● تشکیل هر نوع پیوند ← گرماده (ΔH منفی)

[مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده] - [مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش دهنده] = ΔH واکنش

مثال اگر آنتالپی پیوندهای $\text{H}-\text{H}$ ، $\text{N}-\text{H}$ ، $\text{N}-\text{N}$ و $\text{N}\equiv\text{N}$ با یکای کیلوژول بر مول، به ترتیب برابر با ۴۳۵، ۳۸۹، ۱۵۹ و ۹۴۱ باشد، مطابق واکنش:



(کنکور سراسری ریاضی و فیزیک تاراج از کشور (۱۳۹۹))

(۱) ۱۲۰۰ (۲) ۲۴۰۰ (۳) ۳۶۰۰ (۴) ۴۸۰۰

پاسخ مرحله اول: محاسبه ΔH واکنش: پیوندهای سمت چپ با علامت مثبت، پیوندهای سمت راست با علامت منفی

$$\Delta H = (\text{N}\equiv\text{N}) + 2(\text{H}-\text{H}) - (\text{N}-\text{N}) - 4(\text{N}-\text{H}) = 941 + 2(435) - 159 - 4(389) = +96 \text{ kJ}$$

مرحله دوم: استفاده از نسبت گرما و نسبت تعداد ذره‌های H_2

$$\frac{\text{تعداد ذره‌ها}}{\text{ضریب} \times 10^{23}} = \frac{q}{|\Delta H|} \Rightarrow \frac{3/01 \times 10^{23}}{6/02 \times 10^{23} \times 2} = \frac{x}{96 \text{ kJ}} \rightarrow x = 2400 \text{ kJ}$$

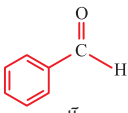
● هر چه مولکول‌های یک واکنش ساده‌تر ← مولکول‌های دواتمی بیشتر ← استفاده بیشتر از آنتالپی پیوندی ← دقیق‌تر ← همخوانی بیشتر ΔH با داده‌های تجربی

● هر چه مولکول‌های یک واکنش پیچیده‌تر ← مولکول‌های چنداتمی بیشتر ← استفاده بیشتر از میانگین آنتالپی پیوند ← دقت کم‌تر ← همخوانی کم‌تر ΔH با داده‌های تجربی



پیوند با زندگی (گروه‌های عاملی)

گروه عاملی: آرایش منظمی از اتم‌ها که به مولکول آلی دارای آن، خواص فیزیکی و شیمیایی منحصر به فردی می‌بخشد.

مثال‌های معروف	تعداد کربن‌های ساده‌ترین عضو	فرمول کلی	فرمول ساختاری و نام گروه عاملی	خانواده (فرمول مولکولی)*
$\text{CH}_3\text{CH}_2-\text{OH}$ اتانول	۱	$\text{R}-\text{OH}$ R گروه هیدروکربنی است.	$-\text{OH}$ هیدروکسیل	الک‌ها ($\text{C}_n\text{H}_{2n+1}\text{OH}$)
$\text{CH}_3-\text{O}-\text{CH}_3$ دی‌متیل اتر	۲	$\text{R}-\text{O}-\text{R}'$ R و R' گروه هیدروکربنی هستند.	$-\text{O}-$ اتری	اترها ($\text{C}_n\text{H}_{2n+2}\text{O}$)
توجه: دقت کنید که بنزآلدهید، آلدهیدی سیر نشده است و فرمول مولکولی آن از $\text{C}_n\text{H}_{2n}\text{O}$ پیروی نمی‌کند. 	۱	$\text{R}-\overset{\text{O}}{\parallel}{\text{C}}-\text{H}$ R هیدروژن یا گروه هیدروکربنی است.	$\overset{\text{O}}{\parallel}{\text{C}}-\text{H}$ آلدهیدی	آلدهیدها ($\text{C}_n\text{H}_{2n}\text{O}$)
$\text{CH}_3\text{CH}_2\text{CH}_2\text{CH}_2\text{CH}_2-\overset{\text{O}}{\parallel}{\text{C}}-\text{CH}_3$ ۲-هپتانون	۳	$\text{R}-\overset{\text{O}}{\parallel}{\text{C}}-\text{R}'$ R و R' گروه هیدروکربنی هستند.	$\overset{\text{O}}{\parallel}{\text{C}}-$ کربونیل	کتون‌ها ($\text{C}_n\text{H}_{2n}\text{O}$)
$\text{CH}_3-\overset{\text{O}}{\parallel}{\text{C}}-\text{OH}$ اتانویک (استیک) اسید	۱	$\text{R}-\overset{\text{O}}{\parallel}{\text{C}}-\text{OH}$ R هیدروژن یا گروه هیدروکربنی است.	$\overset{\text{O}}{\parallel}{\text{C}}-\text{OH}$ کربوکسیل	کربوکسیلیک اسیدها ($\text{C}_n\text{H}_{2n}\text{O}_2$)
$\text{CH}_3\text{CH}_2\text{CH}_2-\overset{\text{O}}{\parallel}{\text{C}}-\text{O}-\text{CH}_2\text{CH}_3$ اتیل بوتانوات	۲	$\text{R}-\overset{\text{O}}{\parallel}{\text{C}}-\text{O}-\text{R}'$ R' گروه هیدروکربنی است؛ ولی R هیدروژن یا گروه هیدروکربنی می‌تواند باشد.	$\overset{\text{O}}{\parallel}{\text{C}}-\text{O}-$ استری	استرها ($\text{C}_n\text{H}_{2n}\text{O}_2$)
$\text{CH}_3-\text{N}(\text{H})_2$ متیل آمین	۱	$\text{R}-\text{N}(\text{R}')_2$ R، R' و R'' می‌توانند گروه هیدروکربنی یا هیدروژن باشند، اما هر سه‌تای آن‌ها نباید هیدروژن باشند.	$-\text{N}-$ آمینی	آمین‌ها ($\text{C}_n\text{H}_{2n+3}\text{N}$)
$\text{H}-\overset{\text{O}}{\parallel}{\text{C}}-\text{N}(\text{H})_2$ متانامید	۱	$\text{R}-\overset{\text{O}}{\parallel}{\text{C}}-\text{N}(\text{R}')_2$ R، R' و R'' هیدروژن یا گروه هیدروکربنی هستند.	$\overset{\text{O}}{\parallel}{\text{C}}-\text{N}-$ آمیدی	آمیدها ($\text{C}_n\text{H}_{2n+1}\text{NO}$)

* فرمول مولکولی برای ترکیب‌های یک‌عاملی و سیر شده
** اگر تعداد کربن‌ها یکسان باشد.



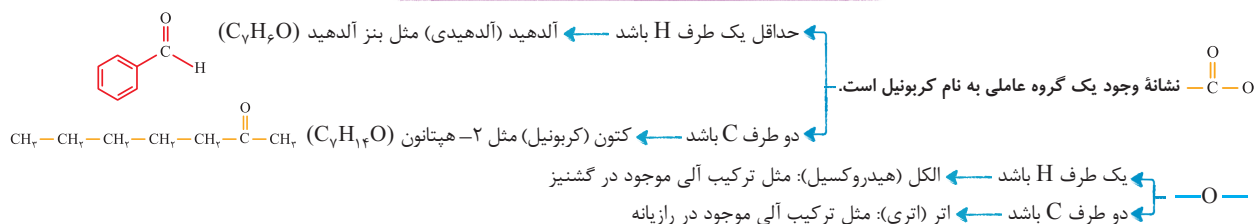
مرورنامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

ایزومر (همپار): ترکیب‌هایی با فرمول مولکولی یکسان، ولی فرمول ساختاری متفاوت

تشخیص ارتباط دو ساختار:

حالت	فرمول مولکولی	فرمول ساختاری	وضعیت
I	×		متفاوت
II	✓	✓	یکسان
III	✓	×	ایزومر



اگر نام علمی ماده آلی در کتاب درسی نوشته شده باشد باید همه اطلاعات آن (شامل فرمول مولکولی، ساختار، ویژگی‌ها و ...) را بلد باشین. مثل بنز آلدهید (ترکیب عالی موجود در بادام)، ۲-هپتانون (ترکیب عالی موجود در میخک) و بنزوئیک اسید (ترکیب عالی موجود در توت‌فرنگی)

اگر فقط ساختار ماده در کتاب درسی آمده باشد؛ صرفاً باید ویژگی‌هایش را بلد باشین (مانند گروه‌های عاملی آن، سیر شده یا سیر نشده بودن و ...) مثل ویتامین‌ها، ترکیب موجود در گشنیز و ...

● ترکیب آلی موجود در گشنیز: $\text{C}_7\text{H}_{10}\text{O}$ (گروه عاملی موجود: الکی (هیدروکسیل) سیر نشده (با ۲ مول H_2 سیر می‌شود).

● ترکیب آلی موجود در رازیانه: $\text{C}_7\text{H}_{10}\text{O}$ (گروه عاملی موجود: اتری آروماتیک (دارای حلقه بنزن) و حلقوی سیر نشده (با ۴ مول H_2 سیر می‌شود).

● ترکیب آلی موجود در زردچوبه: $\text{C}_{15}\text{H}_{24}\text{O}_6$ (گروه عاملی موجود: کتون (کربونیل) آروماتیک (دارای حلقه بنزن) و حلقوی سیر نشده (با ۴ مول H_2 سیر می‌شود).

● ترکیب آلی موجود در دارچین: $\text{C}_9\text{H}_8\text{O}$ (گروه عاملی موجود: آلدهیدی آروماتیک (دارای حلقه بنزن) و حلقوی سیر نشده (با ۴ مول H_2 سیر می‌شود).

● کلسترول یکی از مواد آلی موجود در غذاهای جانوری است که مقدار اضافی آن در دیواره رگ‌ها رسوب می‌کند، فرایندی که منجر به گرفتگی رگ‌ها و سکته می‌شود.

● چربی ذخیره شده در کوهان شتر هنگام اکسایش افزون بر آب مورد نیاز، انرژی لازم برای فعالیت‌های جانور را نیز تأمین می‌کند.



آنتالپی سوختن، تکیه‌گاهی برای تأمین انرژی

● کربوهیدرات‌ها، پروتئین‌ها و چربی‌ها، منابعی برای تأمین انرژی بدن هستند.

● کربوهیدرات‌ها در بدن به گلوکز شکسته شده، گلوکز حاصل در خون حل می‌شود ← قند خون

● **ارزش سوختی:** انرژی حاصل از سوختن یا اکسایش یک گرم از ماده

● ارزش سوختی سه ماده غذایی:

ماده غذایی	کربوهیدرات	چربی	پروتئین
ارزش سوختی (kJ g^{-1})	۱۷	۳۸	۱۸

پروتئین = کربوهیدرات (۴) چربی: ارزش سوختن

آنتالپی سوختن: آنتالپی واکنش سوختن کامل یک مول ماده در اکسیژن کافی $\frac{|\text{آنتالپی سوختن}| (\text{kJ.mol}^{-1})}{\text{جرم مولی} (\text{g.mol}^{-1})} = \text{ارزش سوختی} (\text{kJ.g}^{-1})$

● همه واکنش‌های سوختن گرماده هستند $\Delta H < 0$



● آنتالپی سوختن برخی ترکیب‌های آلی در 25°C :

ماده آلی	آنتالپی سوختن (kJ mol^{-1})	ماده آلی	آنتالپی سوختن (kJ mol^{-1})
$\text{CH}_4(\text{g})$	-۸۹۰	$\text{C}_2\text{H}_6(\text{g})$	-۱۳۰۰
$\text{C}_2\text{H}_4(\text{g})$	-۱۵۶۰	$\text{C}_2\text{H}_2(\text{g})$	-۱۹۳۸
$\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}(\text{l})$	-۱۴۱۰	$\text{CH}_3\text{OH}(\text{l})$	-۷۲۶
$\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}(\text{g})$	-۲۰۵۸	$\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}(\text{l})$	-۱۳۶۸

● بخش عمده گاز شهری را متان (CH_4) تشکیل می‌دهد: $\text{CH}_4(\text{g}) + 2\text{O}_2(\text{g}) \rightarrow \text{CO}_2(\text{g}) + 2\text{H}_2\text{O}(\text{l})$, $\Delta H = -890 \text{ kJ mol}^{-1}$

ویژگی‌های معادله واکنش سوختن

- ماده مورد نظر به همراه O_2 واکنش دهنده‌های واکنش سوختن هستند.
- ضریب استوکیومتری ماده مورد نظر یک باشد.
- سوختن کامل باشد؛ یعنی تبدیل همه کربن‌ها به CO_2 (محصولات CO_2 و H_2O)
- حالت فیزیکی H_2O مایع باشد. ($\text{H}_2\text{O}(\text{l})$)

● مقایسه آنتالپی سوختن در هیدروکربن‌ها:

نکته

به طور کلی هر چه مقدار یک هیدروکربن (در مول برابر، هر چه جرم مولی یک هیدروکربن) بیشتر باشد، مقدار گرمای حاصل از سوختن آن بیشتر است.

$\text{CH}_4 < \text{C}_2\text{H}_6 < \text{C}_2\text{H}_2$: قدرمطلق آنتالپی سوختن
متان اتان پروپان

$\text{C}_2\text{H}_6 > \text{C}_2\text{H}_4 > \text{C}_2\text{H}_2$: قدرمطلق آنتالپی سوختن
اتان اتین

نکته

به طور کلی وقتی جرم‌های برابر از هیدروکربن‌های هم‌خانواده می‌سوزد، گرمای حاصل از سوختن هیدروکربن سبک‌تر، بیشتر است.

$\text{CH}_4 < \text{C}_2\text{H}_6 < \text{C}_2\text{H}_8$: ارزش سوختن
 kJ.g^{-1} متان اتان پروپان

نکته

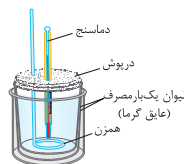
گرمای سوختن مولی الکل‌هایی که یک گروه OH دارند، از گرمای سوختن مولی آلکان‌های هم‌کربن آن‌ها کم‌تر است.

$\text{C}_2\text{H}_6 > \text{C}_2\text{H}_5\text{OH} > \text{CH}_4 > \text{CH}_3\text{OH}$: آنتالپی سوختن

نکته

در خانواده آلکان‌ها، آلکین‌ها، تفاوت آنتالپی سوختن دو عضو متوالی از یک خانواده تقریباً ثابت و برابر آنتالپی سوختن مولی یک گروه CH_2 است، زیرا هر دو عضو متوالی از خانواده آلکان‌ها، آلکین‌ها در یک گروه CH_2 با هم تفاوت دارند.

● سوخت‌های سبز (مثل اتانول) در ساختار خود، علاوه بر C اکسیژن (O) هم دارند. ← استخراج از پسماندهای گیاهانی مانند سویا، نیشکر و دیگر دانه‌های روغنی



تعیین گرمای واکنش در فشار ثابت به روش تجربی

گرماسنج لیوانی

مناسب برای تعیین ΔH فرایندهای انحلال واکنش‌هایی که در حالت محلول انجام می‌شوند.

روش: انجام واکنش و تعیین ΔH ← محاسبه گرمای واکنش ($q = mc\Delta\theta$) با نسبت $(\frac{q}{|\Delta H|})$

● واکنش‌های گرماده ($\Delta H < 0$) با افزایش دما همراه خواهد بود ← مثل انحلال CaCl_2 در بسته‌های گرمازا.

● واکنش‌های گرماگیر ($\Delta H > 0$) با کاهش دما همراه خواهد بود ← مثل انحلال NH_4NO_3 در رتبه‌های سرمازا.

جمع‌پذیری گرمای واکنش‌ها، قانون هس

آنتالپی بسیاری از واکنش‌های شیمیایی را ← برخی مرحله‌ای از یک واکنش پیچیده هستند.

نمی‌توان به روش تجربی اندازه‌گیری کرد. ← برخی واکنش‌ها به آسانی انجام نمی‌شوند، تأمین شرایط بهینه برای انجام آن‌ها بسیار دشوار است.



مرورنامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

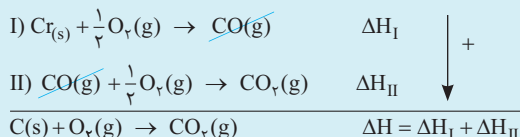
- ساده‌ترین هیدروکربن
- نخستین عضو خانواده آلکان‌ها
- بخش عمده گاز طبیعی
- از تجزیه گیاهان به وسیله باکتری‌های بی‌هوازی نیز در زیر آب تولید می‌شود.
- نخستین بار از سطح مرداب‌ها جمع‌آوری شده
- معروف به گاز مرداب
- تأمین شرایط بهینه برای تهیه آن از گرافیت و گاز هیدروژن بسیار دشوار و پرهزینه است. (گرماده) $\text{C}_{(s)} + 2\text{H}_2(g) \rightarrow \text{CH}_4(g), \Delta H < 0$

گرمای یک واکنش معین به راهی که برای انجام آن در پیش گرفته می‌شود، وابسته نیست.

قانون هس: اگر معادله واکنشی را بتوان از جمع معادله دو یا چند واکنش دیگر به دست آورد، ΔH آن نیز از جمع جبری ΔH همان واکنش‌ها به دست می‌آید.

نکته

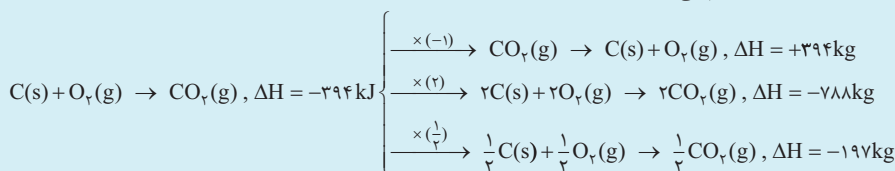
وقتی معادله‌های شیمیایی را با هم جمع کنیم، می‌توانیم ماده‌های مشترک، ولی در سمت‌های مخالف هم در واکنش‌ها (در دو طرف فلش $\rightarrow$) را با هم خط بزنیم.



نکته

اگر بلایی بر سر یک واکنش بیاوریم دقیقاً همان بلا بر سر واکنش هم می‌آید.

مثال

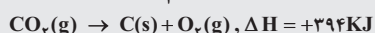
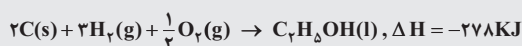


ابزارهای حل تست‌های قانون هس

رسیدن به مواد موجود در معادله نهایی: نگاه به معادله نهایی $\rightarrow$ ببینیم هر ماده کدام سمت است و چه ضریبی دارد $\rightarrow$ به معادله دارای آن ماده ضریب مناسبی بدهیم تا به آن ماده با ضریب برسیم.
اول ماده‌ای را بررسی می‌کنیم که فقط در یک معادله وجود داشته باشد.

مثال

با توجه به واکنش‌های گرمایشیایی مقابل:



ΔH واکنش: $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 \rightarrow 2\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}(l) + 2\text{CO}_2(g)$ ، برابر چند کیلوژول است و با آزاد شدن ۲۱۰ کیلوژول انرژی گرمایی در این واکنش، چند گرم گلوکز به اتانول

($\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{O} = 16: \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$) تبدیل می‌شود؟

۴۵۰، -۸۴ (۲)

۴۵۰، -۹۲ (۴)

۴۵۰، -۸۴ (۱)

۴۵۰، -۹۲ (۳)

پاسخ

مرحله اول: $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6(s)$ در معادله نهایی سمت چپ، با ضریب ۱ است. $\rightarrow$ معادله اول را بدون تغییر نگه می‌داریم.

$\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}(l)$ در معادله نهایی سمت راست با ضریب ۲ است. $\rightarrow$ معادله دوم را در ۲ ضرب می‌کنیم.

$\text{CO}_2(g)$ در معادله نهایی سمت راست با ضریب ۲ است. $\rightarrow$ معادله سوم را معکوس و در ۲ ضرب می‌کنیم.

ΔH نهایی $= (1) \times \Delta H_1 + (2) \times \Delta H_2 + (-2) \times \Delta H_3 = +1260 + (-556) + (-788) = -84 \text{ kJ}$

$$\frac{x}{180 \times 1} = \frac{84}{42} \rightarrow x = 450 \text{ g}$$

مرحله دوم: نوشتن نسبت گرما و نسبت گرم $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$:

ممکن است ابزار اول برای حل بعضی تست‌ها کافی نباشد.

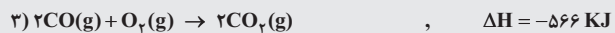
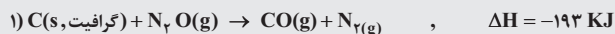
حذف کردن موادی که در معادله نهایی نیستند.

تا جای ممکن با ابزار اول پیش می‌رویم $\rightarrow$ اگر به بن‌بست خوردیم $\rightarrow$ تعیین ضریب معادله‌ها به نحوی باید انجام شود که ماده‌ای که در معادله نهایی واکنش وجود ندارد از معادله‌ها حذف شود.



مثال

با توجه به واکنش‌های داده شده، ΔH واکنش: $2N_2(g) + O_2(g) \rightarrow 2N_2O(g)$ چند کیلوژول است؟



$$+144 \text{ (۲)}$$

$$+21 \text{ (۱)}$$

$$+164 \text{ (۴)}$$

$$+119 \text{ (۳)}$$

پاسخ

$N_2(g)$ در معادله نهایی سمت چپ، با ضریب ۲ است $\leftarrow$ ضریب معادله اول: ۲-

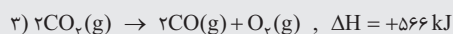


$N_2O(g)$ خودبه خود به دست آمده، ولی $O_2(g)$ در دو معادله وجود دارد $\leftarrow$ بن بست ابزار اول!

$C(s)$ گرافیت در معادله نهایی نیست. $\leftarrow$ به معادله دوم ضریب ۲ می‌دهیم تا گرافیت، حذف شود.



$CO_2(g)$ در معادله نهایی وجود ندارد $\leftarrow$ به معادله سوم ضریب ۱ می‌دهیم تا $CO_2(g)$ حذف شود.

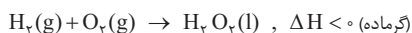


$$\Delta H_{\text{نهایی}} = (+386) + (-788) + (+566) = +164 \text{ kJ}$$

در نتیجه:

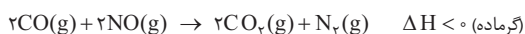
● هیدروژن پراکسید (H_2O_2) ماده‌ای است که با نام تجاری آب اکسیژنه به فروش می‌رسد.

$\leftarrow$ تهیه آن از واکنش مستقیم گاز هیدروژن با اکسیژن ممکن نیست.

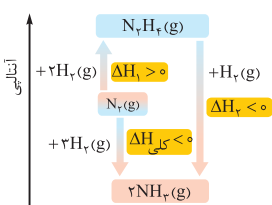
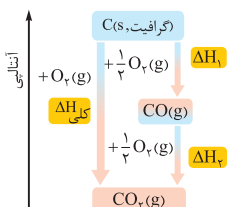


● گازهای آلاینده مانند CO , NO از آگروز خودروها به هوا کره وارد می‌شوند.

$\leftarrow$ واکنش زیر، تبدیل این آلاینده‌ها به گازهایی پایدارتر و با آلاینده‌گی کمتر است.



● واکنش سوختن کامل گرافیت را می‌توان مجموعه‌ای از دو واکنش پی‌درپی، واکنش دومرحله‌ای مطابق نمودار مقابل دانست.



● ΔH تولید $CO(g)$ را نمی‌توان به روش تجربی تعیین کرد.

● تهیه آمونیاک به روش هابر از گازهای نیتروژن و هیدروژن

مطابق نمودار روبه‌رو یک واکنش دومرحله‌ای است.

$\leftarrow$ هیدرازین (N_2H_4) پایدارتر از آمونیاک (NH_3) است.

● ΔH یک واکنش را می‌توانیم از طریق آنتالپی سوختن مواد هم به دست بیاوریم.

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = [\text{آنتالپی سوختن مواد فراورده}] - [\text{آنتالپی سوختن مواد واکنش دهنده}]$$

- غذای سالم -

روش‌های نگهداری مواد غذایی $\leftarrow$ خشک کردن میوه‌ها
 $\leftarrow$ تهیه ترشی
 $\leftarrow$ نمک‌سود کردن

محیط سرد، خشک و تاریک برای نگهداری انواع مواد غذایی مناسب‌تر از محیط گرم، روشن و مرطوب است.

سینتیک شیمیایی شاخه‌ای از علم شیمی است آهنگ تغییر شیمیایی در واکنش‌ها و عوامل مؤثر بر این آهنگ را بررسی می‌کند.

- آهنگ واکنش -

● آهنگ واکنش کمیتی است که نشان می‌دهد هر تغییر شیمیایی در چه گستره‌ای از زمان رخ می‌دهد. گسترده زمان انجام واکنش‌ها $\leftarrow$ چند صدم ثانیه تا چند صده

انفجار، واکنش شیمیایی بسیار سریعی است که در آن از مقدار کمی ماده منفجرشونده به حالت جامد یا مایع، حجم زیادی از گازهای داغ تولید می‌شود.

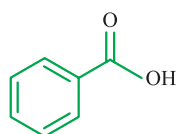
● افزودن محلول سدیم کلرید به محلول نترات باعث تشکیل سریع رسوب سفید رنگ نقره کلرید می‌شود.

● اشیای آهنی در هوای مرطوب به کندی زنگ می‌زنند. زنگار تولیدشده در این واکنش ترد و شکننده است و فرو می‌ریزد.

● زرد و پوسیده شدن کتاب‌های قدیمی که نشان از تجزیه سلولز دارد، بسیار کند رخ می‌دهد.

عوامل مؤثر بر سرعت واکنش -

- ۱ واکنش پذیری واکنش دهنده‌ها: فلز پتاسیم نسبت به فلز سدیم، با سرعت و شدت بیشتری با آب سرد واکنش می‌دهد.
 - ۲ سطح تماس - پخش کردن گرد آهن بر روی شعله باعث سوختن آن می‌شود؛ در حالی که گرد آهن در کیسه‌ول چینی تنها داغ و سرخ می‌شود.
 - ۳ اثر دما - محلول بنفش رنگ پتاسیم پرمنگنات با یک اسیدآلی در دمای اتاق به کندی واکنش می‌دهد، اما با گرم شدن محلول، به سرعت بی‌رنگ می‌شود.
 - ۴ مقدار (غلظت) واکنش دهنده‌ها - الیاف آهن داغ و سرخ شده در یک ارلن پر از اکسیژن برخلاف هوای معمولی می‌سوزد.
 - ۵ اثر کاتالیزگر - محلول هیدروژن پراکسید در مای اتاق به کندی تجزیه شده و گاز اکسیژن تولید می‌کند، در حالی که افزودن دو قطره از محلول پتاسیم یدید، سرعت واکنش را به طور چشمگیری افزایش می‌دهد.
- نکته‌دارنده‌ها سرعت واکنش‌های شیمیایی که منفجر به فساد مواد غذایی می‌شوند را کاهش می‌دهند.

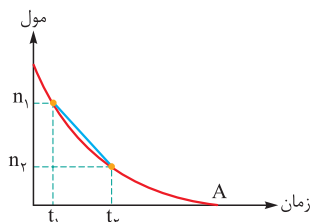


- از جمله نگهدارنده‌های صنعتی است.
- عضوی از خانواده کربوسیلیک اسیدها با فرمولی مولکولی $C_6H_5O_2$
- در تمشک و توت‌فرنگی وجود دارد.
- فرمول ساختاری آن به شکل مقابل است.

سرعت برای یک واکنش دهنده -

$$\bar{R}_{(A)} = -\frac{\Delta n_{(A)}}{\Delta t}$$

- سرعت همیشه کمیتی مثبت است، به همین دلیل یک علامت منفی در رابطه قرار می‌دهیم:



ا شیب نمودار | ~ سرعت متوسط و نمودار نزولی، $\Delta n < 0$

$$\bar{R}_{(A)} = -\frac{\Delta n_{(A)}}{\Delta t} \quad , \quad \bar{R}_{(B)} = \frac{\Delta n_{(B)}}{\Delta t} \quad \dots \quad (\text{mol} \cdot \text{min}^{-1}) \quad \text{یا} \quad (\text{mol} \cdot \text{s}^{-1})$$

(۱) مول بر زمان: برای هر حالت فیزیکی: s, l, g و aq

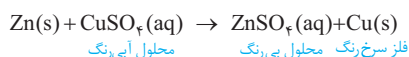
$$\bar{R}_{(A)} = -\frac{\Delta[A]}{\Delta t} = -\frac{\Delta n_{(A)}}{v \cdot \Delta t} \quad , \quad \bar{R}_{(B)} = \frac{\Delta[B]}{\Delta t} = \frac{\Delta n_{(B)}}{v \cdot \Delta t}$$

(۲) غلظت مولی بر زمان: برای حالت فیزیکی g یا aq $(\text{mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1})$ یا $(\text{mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1})$...

یکاهای سرعت

$$\bar{R}_{(A)} = -\frac{\Delta v_{(A)}}{\Delta t} = -\frac{\Delta n_{(A)} \times 22.4}{\Delta t} \quad , \quad \bar{R}_{(B)} = \frac{\Delta v_{(B)}}{\Delta t} = \frac{\Delta n_{(B)} \times 22.4}{\Delta t}$$

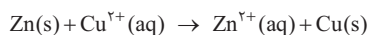
(۳) حجم بر زمان: برای حالت فیزیکی g:



- واکنش تیغه روی با محلول مس (II) سولفات:

واکنش پذیری: $\text{Zn} > \text{Cu}$

رفته‌رفته به دلیل مصرف $\text{Cu}^{2+}(\text{aq})$ ، رنگ آبی محلول کم می‌شود.



یون سولفات (SO_4^{2-}) ناظر یا تماشاچی است و می‌توان آن را حذف کرد:



- واکنش کلسیم کربنات با محلول هیدروکلریک اسید:

گاز CO_2 به صورت حباب از مخلوط واکنش بیرون رفته و در ظرف سرباز، رفته‌رفته جرم مخلوط واکنش کاهش می‌یابد.

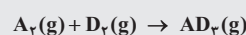


سرعت متوسط و شیب نمودار مول-زمان

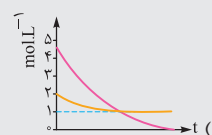
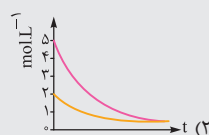
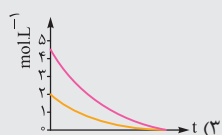
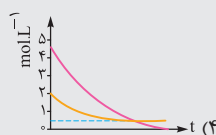
- در اکثر واکنش‌های شیمیایی، رفته رفته سرعت مصرف واکنش‌دهنده‌ها و سرعت تولید فراورده‌ها، کاهش می‌یابند.
- سرعت هر ماده متناسب با ضریب استوکیومتری آن است. سرعت (شیب نمودار) $\propto$ ضریب
- واکنش‌هایی که در سمت چپ (g) یا (aq) نداشته باشند، با سرعت ثابت انجام می‌شود.
- برای واکنش فرضی $aA + bB \rightarrow cC$ داریم:

$$\frac{\bar{R}(A)}{a} = \frac{\bar{R}(B)}{b} = \frac{\bar{R}(C)}{c}$$

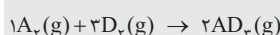
- مثال** روند تقریبی نمودار تغییر غلظت نسبت به زمان برای گازهای A_2 و D_2 دو واکنش فرضی زیر، به کدام صورت است؟ (با این شرط که غلظت آغازی گازها A_2 و D_2 ، به ترتیب برابر با ۲ و ۴/۵ مول بر لیتر باشد). (معادله واکنش موازنه شود).



(کنکور سراسری تجربی دافنی ۱۳۹۹)



پاسخ واکنش موازنه شده:



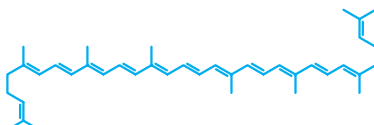
غلظت آغازی D_2 ، ۴/۵ مول بر لیتر است $\leftarrow$ رد گزینه (۲)

تغییرات غلظت (شیب نمودار) A_2 و D_2 باید طبق ضرایب استوکیومتری به صورت ۱ به ۲ باشد.

تنها گزینه (۴) به این صورت است. تغییرات غلظت A_2 : ۱/۵ مول بر لیتر، تغییرات غلظت D_2 : ۴/۵ مول بر لیتر

خوراکی‌های طبیعی رنگین، بازدارنده‌های مفید و مؤثر

- ترکیب‌های آلی سیرننده‌ای به نام ریزمغذی‌ها، به عنوان بازدارنده از انجام واکنش‌های نامطلوب و ناخواسته به دلیل حضور رادیکال‌ها انجام می‌شوند، جلوگیری می‌کنند.
- رادیکال: گونه‌ای فعال و ناپایدار - دارای الکترون جفت‌نشده - محتوی اتم‌هایی که از قاعده هشت تایی پیروی نمی‌کنند - واکنش‌پذیری بالا
- در بدن ما به دلیل انجام واکنش‌های متنوع و پیچیده، رادیکال‌هایی به وجود می‌آید $\leftarrow$ اگر به وسیله بازدارنده‌ها جذب نشوند $\leftarrow$ می‌توانند با انجام واکنش‌های سریع به بافت‌های بدن آسیب برسانند.
- مصرف خوراکی‌های محتوی بازدارنده‌ها $\leftarrow$ به دام افتادن رادیکال‌ها $\leftarrow$ کاهش مقدار آن‌ها $\leftarrow$ کاهش سرعت واکنش‌های ناخواسته.
- هندوانه و گوجه‌فرنگی محتوی لیکوپن بوده که فعالیت رادیکال‌ها را کاهش می‌دهد.



- بازدارنده‌ها سبب کاهش سرعت و کاتالیزورها سبب افزایش سرعت واکنش‌ها می‌شوند.

سرعت واکنش

- سرعت واکنش برابر است با: سرعت متوسط تولید یا مصرف هر ماده موجود در واکنش تقسیم بر ضریب استوکیومتری آن
- برای واکنش کلی $aA + bB \rightarrow cC + dD$ داریم:

$$\bar{R}_{\text{(واکنش)}} = \frac{\bar{R}(A)}{a} = \frac{\bar{R}(B)}{b} = \frac{\bar{R}(C)}{c} = \frac{\bar{R}(D)}{d} \quad \text{یا} \quad \bar{R}_{\text{(واکنش)}} = \frac{\Delta n(A)}{a\Delta t} = \frac{\Delta n(B)}{b\Delta t} = \frac{\Delta n(C)}{c\Delta t} = \frac{\Delta n(D)}{d\Delta t}$$



مثال

تغییر غلظت H_2O_2 نسبت به زمان در آزمایش تجزیه آن، مطابق داده‌های زیر به دست آمده است:

(کنکور سراسری تهری دافل ۱۳۹۹)

نسبت سرعت متوسط واکنش در ۲ ثانیه چهارم به سرعت متوسط در ده ثانیه آخر ثبت شده در جدول، کدام است؟

t(s)	۰	۲/۰	۶/۰	۸/۰	۱۰/۰	۲۰/۰
$[H_2O_2(mol.L^{-1})]$	۰/۰۵۰۰	۰/۰۴۴۸	۰/۰۳۰۰	۰/۰۲۴۹	۰/۰۲۰۹	۰/۰۰۸۴

۲/۱۰ (۴)

۲/۰۴ (۳)

۷۸۱ (۲)

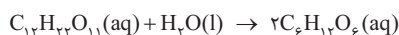
۷۴۶ (۱)

$$\bar{R}_{(H_2O_2)} = \frac{\Delta[H_2O_2]}{2 \times \Delta t} = - \frac{(0/0249 - 0/0300)}{2 \times 2} = \frac{51 \times 10^{-4}}{2 \times 2}$$

پاسخ

$$\bar{R}_{(H_2O_2)} = \frac{\Delta[H_2O_2]}{2 \times \Delta t} = - \frac{(0/0084 - 0/0209)}{2 \times 10} = \frac{125 \times 10^{-4}}{2 \times 10}$$

$$\frac{51 \times 10^{-4}}{2 \times 2} = \frac{51 \times 10^{-4}}{2 \times 125} = \frac{51}{250} = \frac{51}{25} \times \frac{4}{4} \rightarrow \frac{51 \times 4}{100} = \frac{204}{100} = 2/04$$



تبدیل قند موجود در جوانه گندم (مالتوز) به گلوکز:

سمنو که از جوانه گندم تهیه می شود محتوی مواد غذایی گوناگونی از جمله مالتوز است.

بخار ید ($I_2(g)$) بنفش رنگ است.

غذا، پسماند و ردپای آن

چهره آشکار: سالانه حدود ۳۰٪ غذایی که در جهان فراهم می شود به مصرف نمی رسد به زباله تبدیل شده یا از بین می رود.

چهره پنهان: (۱) همه منابعی که در تهیه غذا از آغاز تا سر سفره سهم داشته اند.

(۲) تولید گازهای گلخانه ای به ویژه کربن دی اکسید سهم تولید این گاز در ردپای غذا به مراتب بیشتر از سوختن سوخت ها در خودروها، کارخانه ها و ... است.

چهار الگو برای کاهش ردپای غذا:

الگوی کاهش ردپای غذا	بیانی از اصل شیمی سبز
خرید به اندازه نیاز	کاهش تولید زباله و پسماند
کاهش مصرف گوشت و لبنیات	کاهش ورود مواد شیمیایی ناخواسته به محیط زیست
استفاده از غذاهای بومی و فصلی	کاهش مصرف انرژی
کاهش مصرف غذاهای فراوری شده	طراحی مواد و فرآورده های شیمیایی سالم تر

پایه دوازدهم

اسیدها و بازها

در شوینده ها و پاک کننده ها و مواد شیمیایی گوناگون، اسیدها و بازها نقش مهمی دارند.

عملکرد بدن ما به میزان مواد اسیدی و بازی موجود در آن وابسته است.

یاخته های دیواره معده با ورود مواد غذایی به آن هیدروکلریک اسید ترشح می کنند.

این اسید افزون بر فعال کردن آنزیم ها برای تجزیه مواد غذایی، جانداران ذره بینی موجود در غذا را نیز از بین می برد.

سوزش معده که درد شدیدی در ناحیه سینه ایجاد می کند، به دلیل برگشت مقداری از محتویات اسیدی معده به لوله مری است.

اسیدهای خوراکی مزه ترش دارند.

اسیدها با اغلب فلزها واکنش می دهند (اسیدها با فلزاتی مثل Pt, Au, Ag و Cu واکنش نمی دهند).



اسیدها

در تماس با پوست سوزش ایجاد می کنند.

اغلب میوه ها دارای اسیدند و pH آن ها کم تر از ۷ است.



بازها

بازها مره تلخ دارند.

بازها در سطح پوست همانند صابون، احساس لیزی ایجاد می کنند، اما به آن نیز آسیب می رسانند.

برای کاهش میزان اسیدی بودن خاک به آن آهک (CaO)، اکسید بازی می افزایند.

پیش از آن که ساختار اسیدها و بازها شناخته شود، شیمی دان ها افزون بر ویژگی های اسیدها و بازها، با برخی از واکنش های آن ها نیز آشنا بودند.

سوانت آرنیوس

نخستین کسی بود که اسیدها و بازها را بر یک مبنای علمی توصیف کرد.

بر روی رسانایی الکتریکی محلول های آبی کار کرد.

یافته های تجربی او نشان داد که محلول اسیدها و بازها رسانای برق هستند، هر چند میزان رسانایی آن ها با یکدیگر یکسان نیست.

اسید آرنیوس

مواد و ترکیب هایی که با حل شدن در آب، غلظت یون هیدرونیوم ($H^+(aq)$) را افزایش می دهند.

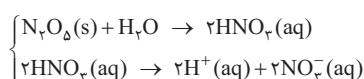
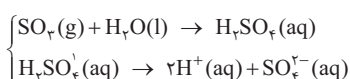
رفتار اسیدها را می توان براساس غلظت $H^+(aq)$ توصیف کرد.

هر چه $[H^+]$ بیشتر باشد، آن محلول اسیدی تر است.

انواع اسیدها

۱) دارای H اسیدی در فرمول ماده: مثل، HNO_3 ، HF ، HNO_2 ، H_2SO_4 ، HCl ، HBr ، HI ، HCN ، H_2CO_3 ، CH_3COOH ، $HCOOH$

۲) بدون H اسیدی در فرمول ماده: برخی اکسیدهای نافلز، مثل: CO_2 و N_2O_5 ، SO_3



یون $H^+(aq)$ در آب به شکل $H_3O^+(aq)$ یافت می شود. (یون هیدرونیوم)

باز آرنیوس

مواد و ترکیب هایی که با حل شدن در آب، غلظت یون هیدروکسید ($OH^-(aq)$) را افزایش می دهند.

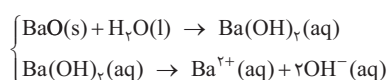
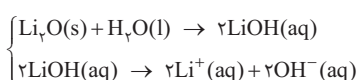
رفتار بازها را می توان براساس غلظت $OH^-(aq)$ توصیف کرد.

هر چه $[OH^-]$ بیشتر باشد، آن محلول بازی تر است.

انواع بازها

دارای یون OH^- در فرمول ماده: مثل هیدروکسیدهای گروه ۱ و گروه ۲ جدول تناوبی (به جز Be)

بدون یون OH^- در فرمول ماده: مانند NH_3 و برخی اکسیدهای فلزی، مثل CaO ، Na_2O ، Li_2O و BaO .



اگر در یک سامانه، غلظت یون های هیدرونیوم ($H^+(aq)$) و هیدروکسید ($OH^-(aq)$) با هم برابر باشد، آن سامانه حالت خنثی دارد.

۱- سولفوریک اسید (H_2SO_4) دارای دو هیدروژن اسیدی بوده و طی دو مرحله یونش می یابد؛ مرحله اول کامل و مرحله دوم آن تعادلی است؛ یعنی بر اثر انحلال یک مول SO_3 در آب، کم تر از ۳ مول یون تولید می شود.





ثابت تعادل و قدرت اسیدی

- حضور هم‌زمان واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها در مخلوط واکنش، نشانه‌ای از برگشت‌پذیر بودن واکنش‌هاست.
- در واکنش‌های برگشت‌پذیر، همهٔ واکنش‌دهنده‌ها به فراورده‌ها تبدیل نمی‌شوند؛ بلکه در شرایط معین مقدار آن‌ها در سامانه ثابت است؛ گویی پس از گذشت مدتی، واکنش پیشرفت نمی‌کند و مقدار مواد شرکت‌کننده دیگر تغییر نخواهد کرد.
- اگر در یک واکنش برگشت‌پذیر، هم‌زمان واکنش‌های رفت و برگشت (در هر دو جهت) به طور پیوسته انجام می‌شوند و سرانجام غلظت (مقدار) واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها ثابت (و نه لزوماً برابر!) شود. به چنین سامانه‌ای، سامانهٔ تعادلی می‌گویند.
- در واکنش‌های تعادلی هر مقدار از فراورده‌ها که در واحد زمان، طی واکنش رفت تولید می‌شوند، همان مقدار در واحد زمان، طی واکنش برگشت مصرف می‌شوند؛ پس سرعت واکنش رفت با برگشت در سامانه‌های تعادلی برابر است $\Leftarrow$ مقدار مواد شرکت‌کننده در سامانه ثابت است. (لزوماً مقدار واکنش‌دهنده‌ها با فراورده‌ها برابر نیست).
- برای یک واکنش تعادلی، در یک دمای معین، نسبت حاصل ضرب غلظت تعادلی فراورده‌ها هر یک به توان ضریب استوکیومتری تقسیم بر حاصل ضرب غلظت تعادلی واکنش‌دهنده‌ها هر یک به توان ضریب استوکیومتری همواره مقدار ثابتی است $\Leftarrow$ این مقدار، ثابت تعادل نامیده می‌شود.
- برای واکنش تعادلی کلی: $aA + bB \rightleftharpoons cC + dD$ عبارت ثابت تعادل به صورت زیر تعریف می‌شود:

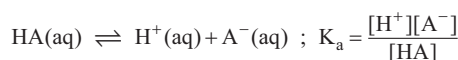
$$K = \frac{[C]^c [D]^d}{[A]^a [B]^b}$$

نکات مهم

- 1) K (ثابت تعادل) در دمای ثابت، مقداری ثابت است و در واقع K تنها به دما وابسته است.
- 2) غلظت مواد جامد یا مایع خالص، ثابت است و هنگام نوشتن عبارت ثابت تعادل، غلظت آن‌ها نوشته نمی‌شود. در واقع در نوشتن عبارت ثابت تعادل، تنها به غلظت گازها (g) و محلول‌ها (aq) توجه می‌شود.
- 3) K (ثابت تعادل) در دمای ثابت به مقدار آغازی واکنش‌دهنده‌ها بستگی ندارد.

ثابت یونش اسیدی

- محلول اسیدها و بازهای ضعیف در آب، نمونه‌ای از سامانه‌های تعادلی و دوطرفه‌اند. در این محلول‌ها به دلیل یونش ناچیز اسید یا باز ضعیف، تعادلی میان اندک یون‌های حاصل از یونش و مولکول‌های یونیده‌نشده برقرار می‌شود.
- ثابت تعادل واکنش یونش اسیدها به ثابت یونش اسیدی (K_a) معروف است.
- دقت کنید که در رابطهٔ ثابت یونش اسید، تنها غلظت تعادلی (نه غلظت ابتدایی!) گونه‌های شرکت‌کننده در واکنش، آورده می‌شود.



مثال

مثال اگر غلظت یون هیدرونیوم و مولکول یونیده‌نشدهٔ یک اسید در محلولی از آن در دمای معین، به ترتیب برابر 5×10^{-4} و 2×10^{-2} مول بر لیتر باشد، ثابت تعادل یونش این اسید، کدام است؟

- پاسخ گزینهٔ (۳)
- (۱) $2/12 \times 10^{-4}$ (۲) $2/21 \times 10^{-4}$ (۳) $1/21 \times 10^{-5}$ (۴) $1/12 \times 10^{-5}$

$$HA \rightleftharpoons H^+ + A^-$$

$$[H^+] = [A^-] = 5 \times 10^{-4}, [HA] = 2 \times 10^{-2}$$

$$K_a = \frac{[H^+][A^-]}{[HA]} = \frac{5 \times 10^{-4} \times 5 \times 10^{-4}}{2 \times 10^{-2}} = \frac{25 \times 10^{-8}}{2 \times 10^{-2}} = 12.5 \times 10^{-7} = 1/21 \times 10^{-5}$$

نکات مهم

- 1) مقدار K_a بزرگ‌تر $\Leftarrow$ قدرت اسیدی بیشتر $\Leftarrow$ در شرایط یکسان، $[H^+]$ حاصل از یونش بیشتر $\Leftarrow$ رسانایی الکتریکی محلول آن، بیشتر
- 2) هر چه K_a اسید در دمای معین بیشتر $\Leftarrow$ اسید قوی‌تر
- 3) اسیدهایی مانند HCl که ثابت یونش آن‌ها، عدد بسیار بزرگی است، اسیدهای قوی نام دارند و یونیده‌شدن آن‌ها در محلول آبی کامل در نظر گرفته می‌شود. درجه یونش این اسیدها برابر با (۱) در نظر گرفته می‌شود. K_a برای اسیدهای قوی، مقداری بزرگ است.
- 4) HF و CH_3COOH ... اسیدهای ضعیف هستند که فقط چند درصد از مولکول‌های آن‌ها، یونیده شده و عمدتاً به صورت مولکولی حل می‌شوند. برای اسیدهای ضعیف، مقداری کوچک است و درجهٔ یونش آن‌ها کوچک‌تر از ۱ است. ($0 < \alpha < 1$)



● اسیدهای مهم کتاب درسی:

اسیدهای قوی: HNO_3 ، H_2SO_4 ، HCl ، HBr ، HI

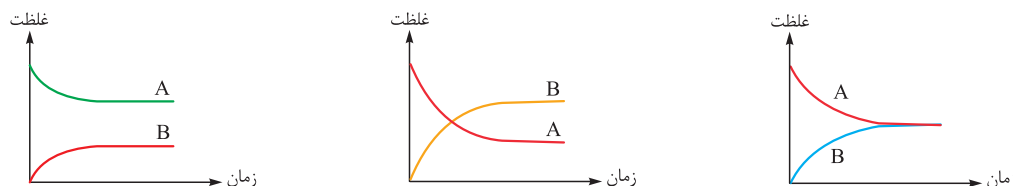
قدرت اسیدی اسیدهای ضعیف: $\text{HCN} < \text{H}_2\text{CO}_3 < \text{CH}_3\text{COOH} < \text{HCOOH} < \text{HNO}_2 < \text{HF}$
 هیدروسیانیک اسید کربنیک اسید استیک اسید فورمیک اسید نیترئو اسید هیدروفلوئوریک اسید

● در میان هیدروهاالیک اسیدها، فقط HF اسید ضعیف محسوب می‌شود و سایر آن‌ها، اسیدهای قوی هستند!

● در کربوکسیلیک اسیدها با افزایش تعداد کربن، قدرت اسیدی کاهش می‌یابد.

– نمودارشناسی –

● نمودار غلظت - زمان برای واکنش تعادل $A \rightleftharpoons B$ ، می‌تواند به صورت‌های زیر باشد:



● شیب هر ماده در نمودار غلظت - زمان، متناسب با ضریب استوکیومتری آن در معادله موازنه‌شده واکنش است.

● نمودار سرعت - زمان برای یک واکنش تعادلی می‌تواند به صورت‌های زیر باشد:

(۲) اگر در ابتدا فقط فراورده داشته باشیم:

(۱) اگر در ابتدا فقط واکنش‌دهنده داشته باشیم:



نکات مهم

- در لحظه تعادل واکنش‌های رفت و برگشت متوقف نمی‌شوند؛ بنابراین در حالت تعادل هیچ‌وقت سرعت‌ها صفر نمی‌شوند.
- در لحظه تعادل، مقدار و غلظت همه ماده‌ها ثابت می‌شوند ولی نه لزوماً برابر! از آن‌جا که سرعت واکنش‌های رفت و برگشت برابر می‌شوند، پس سرعت‌های مصرف و تولید هر ماده برابرند و به همین دلیل مقدار و غلظت هر ماده ثابت بوده و تغییر نمی‌کند.
- بعد از رسیدن به تعادل، ویژگی‌های ظاهری ظرف تعادل (مانند غلظت و مقدار مواد، فشار و ...) ثابت می‌ماند ولی واکنش‌ها متوقف نمی‌شوند.
- در واکنش‌های تعادلی غلظت هیچ ماده‌ای به صفر نمی‌رسد ولی در واکنش‌های یک‌طرفه حداقل یکی از واکنش‌دهنده‌ها می‌تواند کاملاً مصرف شود و مقدار و غلظت آن به صفر برسد.

– سرعت واکنش اسیدها با فلزها –

- اغلب (نه همه!) فلزها با محلول اسیدها واکنش می‌دهند و گاز هیدروژن آزاد می‌کنند.
- هر چه اسید قوی‌تر باشد (K_a بزرگ‌تری داشته باشد)، در دما و غلظت یکسان، غلظت یون هیدرونیوم در محلول آن بیشتر و در نتیجه سرعت واکنش آن با فلز بیشتر خواهد بود (سرعت تولید گاز بیشتر است).
- سرعت واکنش اسید با فلز معین، به غلظت یون هیدرونیوم محلول آن بستگی دارد. هر چه $[H^+] \uparrow$ سرعت واکنش اسید با فلز $\uparrow$
- در دما و غلظت یکسان، سرعت واکنش فلز با اسید قوی، نسبت به اسید ضعیف، بیشتر است $\leftarrow$ زیرا سرعت واکنش اسید و فلز دارای رابطه مستقیم با غلظت یون‌های هیدرونیوم موجود در محلول است.
- در واکنش یک فلز با محلول دو اسید یک‌طرفیتی در دما و غلظت یکسان:
- (۱) سرعت تولید گاز $H_2 \Leftarrow$ اسید قوی $<$ اسید ضعیف (۲) مقدار H_2 تولیدی در پایان واکنش $\Leftarrow$ اسید قوی $=$ اسید ضعیف $\Leftarrow$ زیرا در معادله هر دو واکنش ضرایب استوکیومتری H_2 و اسید یکسان است، مثلاً اگر فلز دوظرفیتی باشد (مانند منیزیم یا آهن)، معادله واکنش به صورت مقابل است:

مثال



- باران اسیدی به دلیل انحلال گازهای NO_x و SO_2 در آب باران دارای اسیدهای H_2SO_4 و HNO_3 بوده و باران معمولی به دلیل انحلال گاز CO_2 در آب باران دارای اسید H_2CO_3 است.

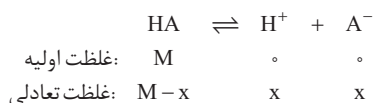


● از آنجا که قدرت اسیدی H_2SO_4 و HNO_3 بسیار بیشتر از H_2CO_3 است؛ در باران‌های اسیدی، غلظت یون هیدرونیوم بیشتر از باران‌های معمولی است $\Leftarrow$ باران‌های اسیدی آثار مخرب بسیار زیادی بر محیط زیست دارند:

مقایسه قدرت اسیدی: $H_2SO_4 > HNO_3 \gg H_2CO_3$

– رابطه میان غلظت یون هیدرونیوم و ثابت یونش اسیدها –

- اسیدهای ضعیف در آب به طور جزئی یونیده می‌شوند؛ به طوری که یونیده‌شدن آن‌ها با کمیتی به نام درجه یونش (α) تعیین می‌شود. درجه یونش یک اسید به غلظت آن اسید بستگی دارد، اما ثابت یونش اسیدها (K_a) مستقل از غلظت اسید است و تنها به دما وابسته است.
- اگر غلظت اولیه محلول یک اسید ضعیف مثل HA برابر M باشد و پس از مدتی به تعادل برسد، با توجه به معادله یونش جزئی آن داریم:



- ثابت تعادل این واکنش یا همان ثابت یونش اسیدی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$K_a = \frac{[H^+][A^-]}{[HA]} = \frac{x^2}{M-x} \quad \text{یا} \quad K_a = \frac{[H^+]^2}{M-[H^+]}$$

- در اسیدهای خیلی ضعیف (معمولاً درجه یونش کمتر از ۰/۵ یا ثابت یونش اسیدی کمتر از 10^{-5})، می‌توان از x در مقابل M صرف نظر کرد:

$$\text{رابطه تقریبی: } K_a = \frac{x^2}{M} = \frac{[H^+]^2}{M}$$

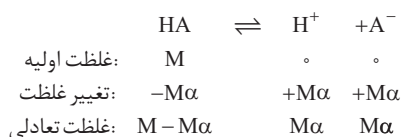
- اگر شرایط گفته‌شده در بالا (درجه یونش کمتر از ۰/۵ یا ثابت یونش اسیدی کمتر از 10^{-5}) را داشته باشیم یا در صورت تست، عبارت (تقریبی) یا مشابه آن را ببینیم، از رابطه تقریبی استفاده می‌کنیم.

– رابطه میان ثابت یونش و درجه یونش اسیدها –

$$\alpha = \frac{\text{غلظت مولکول‌های یونیده‌شده}}{\text{غلظت کل مولکول‌های حل‌شده}} \Rightarrow \alpha = \frac{x}{M} \Rightarrow x = [H^+] = M\alpha$$

- با دقت در رابطه درجه یونش درمی‌یابیم که:

- در معادله یونش اسید گفته‌شده، می‌توان به جای x، $M\alpha$ قرار داد:



$$K_a = \frac{[H^+][A^-]}{[HA]} = \frac{(M\alpha)(M\alpha)}{M - M\alpha} = \frac{M^2\alpha^2}{M(1-\alpha)} = \frac{M\alpha^2}{1-\alpha}$$

- ثابت تعادل این واکنش یا همان ثابت یونش اسیدی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$K_a = \frac{M\alpha^2}{1-\alpha} = \frac{M \left(\frac{[H^+]}{M} \right)^2}{1-\alpha} \Rightarrow K_a = \frac{[H^+]^2}{M(1-\alpha)} \Rightarrow [H^+]^2 = M \times K_a \times (1-\alpha)$$

$$[H^+] = \sqrt{K_a \cdot M(1-\alpha)}$$

- در اسیدهای خیلی ضعیف (درجه یونش کمتر از ۰/۵ یا ثابت یونش اسیدی کمتر از 10^{-5})، می‌توان از درجه یونش در مقابل ۱ صرف نظر کرد:

$$K_a = M\alpha^2$$

$$[H^+] = \sqrt{K_a \cdot M}$$

- پس به طور کلی می‌توان گفت:

$$K_a = M\alpha^2 \quad \text{رابطه تقریبی} \quad (K_a < 10^{-5} \text{ یا } \alpha < 0/05) \quad , \quad K_a = \frac{M\alpha^2}{1-\alpha} \quad \text{رابطه دقیق} \quad (\alpha > 0/05 \text{ یا } K_a > 10^{-5})$$

نکته

با توجه به روابط فوق، در دمای معین، چون مقدار K_a ثابت است؛ هر چه غلظت اسید ضعیف (M) بیشتر شود $\rightarrow$ درجه یونش آن کاهش می‌یابد (و با رقیق‌تر شدن محلول یک اسید ضعیف در دمای ثابت، درجه یونش آن افزایش می‌یابد).

$$K_a = M\alpha^2 \Rightarrow M \uparrow \rightarrow \alpha \downarrow \quad \text{ثابت}$$



مثال

در محلولی از اسید HX ، درصد یونش مولکول‌های اسیدی برابر با 25% است. اگر ثابت یونش این اسید برابر با $2/5 \times 10^{-3}$ باشد، غلظت مولی اولیه این اسید در محلول مورد نظر چه قدر بوده است؟

(۱) $3/10$ (۲) $6/10$ (۳) $3/10$ (۴) $6/10$

پاسخ

گزینه (۳): بین غلظت اسید، درجه یونش و ثابت تعادل یونش آن، رابطه زیر برقرار است:

$$K_a = \frac{M\alpha^2}{1-\alpha} \Rightarrow 2/5 \times 10^{-3} = \frac{M \times (2/10)^2}{1 - 2/10} \Rightarrow M = 6/10 \text{ mol.L}^{-1}$$

مثال

اگر در محلول $1/6$ درصد جرمی اسید ضعیف HA با چگالی $1/25$ کیلوگرم بر لیتر، مجموع غلظت مولی یون‌های حاصل از یونش‌اسید برابر $2/10$ مولار باشد، K_a این اسید به تقریب کدام است؟ ($HA = 20 \text{ g.mol}^{-1}$)

(۱) $3/10$ (۲) $4/10$ (۳) $4/10$ (۴) $5/10$

پاسخ

گزینه (۳): محاسبه غلظت اولیه HA :

$$M = \frac{\text{جرم مولی}}{\text{جرم مولی}} \Rightarrow M = \frac{10 \times 1/6 \times 1/25}{2/10} = 2/10 \text{ mol.L}^{-1}$$

می‌دانیم غلظت A^- و H^+ برابر است؛ پس با توجه به مجموع غلظت آن‌ها ($2/10$ مولار)، غلظت هر کدام $1/10$ مولار است؛ پس داریم:

$$K_a = \frac{[H^+][A^-]}{M} = \frac{(1/10)^2}{1} = 1/10 \text{ mol.L}^{-1}$$