

# مرورنامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۰۵



مرحله ششم

پایه دوازدهم

ویژه کنکوری‌های ۱۴۰۵

| نام درس                       | مباحث                                                                                                                                    | مؤلف                                      | ویراستار                                                                       | از صفحه | تا صفحه |
|-------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------|---------|---------|
| حسابان و ریاضیات پایه         | پایه دهم: فصل ۴<br>صفحه ۶۹ تا ۹۳<br>پایه یازدهم: فصل ۱ (درس ۲ تا ۴)<br>صفحه ۲۸ تا ۲۸<br>پایه دوازدهم: فصل ۱ (درس ۱)<br>صفحه ۱ تا ۱۲      | علی شهرابی                                | مهدی خوشنویس<br>سینا نیک‌نژاد<br>امیررضا رحیمی<br>محمدامین لطفی                | ۲       | ۱۵      |
| هندسه                         | پایه دهم: فصل ۱<br>صفحه ۹ تا ۲۸<br>پایه دوازدهم: فصل ۱ (درس ۱)<br>صفحه ۹ تا ۲۱                                                           | علیرضا نصراللهی                           | محسن فراهانی<br>بردیا نصیری<br>سینا نیک‌نژاد                                   | ۱۵      | ۲۰      |
| ریاضیات گسسته و آمار و احتمال | آمار و احتمال: فصل ۱ (درس ۱)<br>صفحه ۱ تا ۱۵<br>ریاضیات گسسته دوازدهم: فصل ۱ (درس ۱)<br>صفحه ۱ تا ۸                                      | سروش موئینی                               | بردیا نصیری<br>مهدی خوشنویس<br>سینا نیک‌نژاد<br>امیررضا رحیمی<br>محمدامین لطفی | ۲۰      | ۲۳      |
| فیزیک                         | پایه دهم: فصل ۱ و ۲ (صفحه ۱ تا ۵۲)<br>پایه دوازدهم: فصل ۱ (تا ابتدای حرکت با شتاب ثابت)<br>صفحه ۱ تا ۱۵                                  | نوبت شاهی<br>امین امینی                   | داوود پاشا<br>علی حسن‌زاده<br>سینا نیک‌نژاد                                    | ۲۳      | ۳۵      |
| شیمی                          | پایه دهم: فصل ۱ (تا ابتدای تبدیل اتم‌ها به یون‌ها)<br>صفحه ۱ تا ۳۸<br>پایه دوازدهم: فصل ۱ (تا ابتدای، ثابت و قدرت اسیدی)<br>صفحه ۱ تا ۲۰ | عباس سرمایه<br>معصومه سعیدی<br>سروش عبادی | بنیامین یعقوبی<br>مهدی محمدی                                                   | ۳۵      | ۵۲      |





## حسابان و ریاضیات پایه

## تابع

## - مقدمات (تعریف تابع، دامنه و تساوی توابع) -

۱ تابع دستگاهی است که به ازای هر ورودی، دقیقاً یک خروجی می‌دهد.

۲ روش‌های نمایش تابع:

| روش نمایش                   | شرط تابع بودن                                                                                                                                                                                                                 | مثال                                                                                                                                                                                                |   |   |   |   |   |   |    |   |   |   |
|-----------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|---|---|---|---|---|----|---|---|---|
| ۱<br>بیکانی<br>(نمودار وُن) | از هر عضو مجموعه مبدأ، باید دقیقاً یک پیکان خارج شده باشد.                                                                                                                                                                    | <div><div><p>A B</p><p>تابع نیست.</p></div><div><p>A B</p><p>تابع است.</p></div></div>                                                                                                              |   |   |   |   |   |   |    |   |   |   |
| ۲<br>زوج مرتبی              | <ul style="list-style-type: none"><li>مؤلفه‌های اول زوج مرتب‌ها نباید برابر باشد.</li><li>اگر مؤلفه‌های اول دو زوج مرتب برابر بود، باید مؤلفه‌های دومشان نیز برابر باشد.</li></ul>                                            | تابع است. $\rightarrow \{(1, 2), (2, 3), (-1, 3)\}$<br>تابع نیست. $\rightarrow \{(1, 2), (3, 5), (1, 6)\}$                                                                                          |   |   |   |   |   |   |    |   |   |   |
| ۳<br>جدولی                  | <ul style="list-style-type: none"><li>مؤلفه‌های سطر مربوط به xها نباید یکسان باشد.</li><li>اگر مؤلفه‌های x یکسان داشتیم، مؤلفه‌های yشان هم باید یکسان باشند.</li></ul>                                                        | <table><tr><td>x</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۵</td><td>۳</td></tr><tr><td>y</td><td>-۱</td><td>۷</td><td>۴</td><td>۲</td></tr></table> <p>تابع نیست.</p>                                            | x | ۲ | ۳ | ۵ | ۳ | y | -۱ | ۷ | ۴ | ۲ |
| x                           | ۲                                                                                                                                                                                                                             | ۳                                                                                                                                                                                                   | ۵ | ۳ |   |   |   |   |    |   |   |   |
| y                           | -۱                                                                                                                                                                                                                            | ۷                                                                                                                                                                                                   | ۴ | ۲ |   |   |   |   |    |   |   |   |
| ۴<br>نموداری                | اگر خطی موازی محور لایها پیدا شود که نمودار را در بیش از یک نقطه قطع کند، آن نمودار مربوط به یک تابع نیست و اگر چنین خطی پیدا نشود، تابع است.                                                                                 | <p>تابع نیست.</p>                                                                                                                                                                                   |   |   |   |   |   |   |    |   |   |   |
| ۵<br>توصیفی                 | با توجه به جمله توصیفی، اگر به ازای هر ورودی، دقیقاً یک خروجی داشته باشیم، آن رابطه تابع است.                                                                                                                                 | <p>ورودی: انسان‌ها</p> <p>خروجی: کد ملی</p> <p>رابطه‌ای که به هر فرد، کد ملی‌اش را نسبت می‌دهد. کد ملی‌اش را نسبت می‌دهد.</p> <p>چون هر شخص نمی‌تواند بیش از یک کد ملی داشته باشد، پس تابع است.</p> |   |   |   |   |   |   |    |   |   |   |
| ۶<br>ضابطه‌ای               | <ul style="list-style-type: none"><li>اگر به ازای هر x، فقط یک خروجی داشته باشیم، تابع است.</li><li>روابطی که در آن‌ها y تنها می‌شود، حتماً تابع هستند:</li></ul> <p>مثلاً:</p> $y = \log_2 x + \cos \frac{1}{x}$ <p>تنها</p> | در رابطه $y^2 = x + 1$ ، اگر $x = 1$ را بدهیم، ۲ تا خروجی می‌دهد:<br>تابع نیست. $y^2 = 2 \Rightarrow y = \pm\sqrt{2} \rightarrow$                                                                   |   |   |   |   |   |   |    |   |   |   |

۳ تعداد توابع:

|                               |                                                                         |
|-------------------------------|-------------------------------------------------------------------------|
| $m^n$                         | تعداد کل توابع از مجموعه $m$ عضو به مجموعه $n$ عضو                      |
| $P(m, n) = \frac{m!}{(m-n)!}$ | تعداد توابع یک‌به‌یک از مجموعه $n$ عضو به مجموعه $m$ عضو ( $m \geq n$ ) |

۴ سؤالات تابع‌نویسی، از ما می‌خواهد عبارتی (مثل محیط، مساحت و ...) را برحسب یک متغیر (مثل ضلع، شعاع و ...) بنویسیم.

مثال تابع مساحت مربع برحسب محیط آن؟

پاسخ می‌دانیم  $P = 4a$  و  $S = a^2$  است. از  $P = 4a$  نتیجه می‌گیریم  $a = \frac{P}{4}$ . حالا این تساوی را در رابطه مساحت قرار می‌دهیم:

$$S = a^2 \xrightarrow{a = \frac{P}{4}} S = \left(\frac{P}{4}\right)^2 \Rightarrow S = \frac{P^2}{16} \xrightarrow{\text{به شکل تابع}} S(P) = \frac{P^2}{16}$$





# مرورنامه آزمون آزمایشی خیل سبز

حسابان

۵ مقدار تابع در یک نقطه:

| روش نمایش تابع        | پیکانی     | زوج مرتبی                | جدولی                                                                     | نموداری    | توصیفی                                             | ضابطه‌ای                               |
|-----------------------|------------|--------------------------|---------------------------------------------------------------------------|------------|----------------------------------------------------|----------------------------------------|
| مثال                  |            | $f = \{(1, 2), (2, 6)\}$ | $\begin{array}{c ccc} x & 1 & 2 & 3 \\ \hline y & -3 & 6 & 2 \end{array}$ |            | $f$ تابعی است که به هر عددی، مکعبش را نسبت می‌دهد. | $f(x) = \frac{x^2 + 1}{\sqrt{2x + 5}}$ |
| مقدار تابع در $x = 2$ | $f(2) = 9$ | $f(2) = 6$               | $f(2) = 6$                                                                | $f(2) = 1$ | $f(2) = 2^2 = 4$                                   | $f(2) = \frac{5}{3}$                   |

۶ نقاط برخورد مهم:

| نقطه برخورد تابع $f$ با ... | راه حل                                                             | مختصات نقطه (نقاط)                 |
|-----------------------------|--------------------------------------------------------------------|------------------------------------|
| محور $X$ ها                 | یا « $f(x) = 0$ معادله‌ای می‌دهیم» یا «جوابهای معادله $f(x) = 0$ » | جوابهای $f(x) = 0$<br>$(\cdot, 0)$ |
| محور $Y$ ها                 | یا «مقدار می‌دهیم» یا « $f(0)$ »                                   | $(0, f(0))$                        |
| تابع $g$                    | حل معادله $f(x) = g(x)$ ————— جوابها                               | $\dots, x_1$                       |
| نیمساز ربع اول و سوم        | حل معادله $f(x) = x$ ————— جوابها                                  | $(x_1, x_1), \dots$                |
| نیمساز ربع دوم و چهارم      | حل معادله $f(x) = -x$ ————— جوابها                                 | $(x_1, -x_1), \dots$               |

۷ محاسبه دامنه در نمایش مختلف یک تابع (به جز نمایش ضابطه‌ای):

| روش محاسبه دامنه | پیکانی             | زوج مرتبی                                                | جدولی                                                                                                   | نموداری                          | توصیفی                          |
|------------------|--------------------|----------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------|---------------------------------|
| مثال             |                    | همه مؤلفه‌های اول زوج مرتبها<br>$f = \{(5, 2), (1, 3)\}$ | همه اعداد سطر مربوط به $X$<br>$\begin{array}{c ccc} x & 1 & -4 & 6 \\ \hline y & 6 & 5 & 9 \end{array}$ | تصویر نمودار روی محور $X$ ها<br> | ورودی‌ها!                       |
| دامنه            | $D = \{4, 2, -6\}$ | $D_f = \{5, 1\}$                                         | $D = \{1, -4, 6\}$                                                                                      | $D = (-3, 6]$                    | دامنه $= \{16, 25, \dots, 81\}$ |

۸ محاسبه دامنه در نمایش ضابطه‌ای:

| اسم تابع            | ضابطه                            | دامنه                                   |
|---------------------|----------------------------------|-----------------------------------------|
| چندجمله‌ای          | $f(x) = ax^n + bx^{n-1} + \dots$ | $\mathbb{R}$                            |
| کسری                | $f(x) = \frac{A}{B}$             | $\mathbb{R} - \{\text{ریشه‌های مخرج}\}$ |
| رادیکال با فرجه زوج | $f(x) = \sqrt[n]{A}$             | جواب نامعادله $A \geq 0$                |
| رادیکال با فرجه فرد | $f(x) = \sqrt[n]{A}$             | همان دامنه $A$                          |
| لگاریتم             | $f(x) = \log_B A$                | $(A > 0) \cap (B > 0) \cap (B \neq 1)$  |
| سینوس و کسینوس      | $\sin A$ یا $\cos A$             | همان دامنه $A$                          |
| تانژانت             | $\tan A$                         | $A \neq (2k+1)\frac{\pi}{2}$            |
| کوتانژانت           | $\cot A$                         | $A \neq k\pi$                           |



۹ دو نکته در مورد دامنه توابع کسری و رادیکالی:

الف) اگر دامنه تابع  $f(x) = \frac{\text{چندجمله‌ای}}{ax^2 + bx + c}$  به صورت  $\mathbb{R} - \{k\}$  باشد، « $\Delta = 0$ » و « $k = \frac{-b}{2a}$ » است.

ب) برای دامنه تابع  $f(x) = \sqrt{ax^2 + bx + c}$ ، چند حالت می‌توانیم داشته باشیم:

| شرط                                | دامنه                     |
|------------------------------------|---------------------------|
| $a > 0, \Delta \geq 0$             | $\mathbb{R}$              |
| $a > 0, \Delta > 0$                | $\mathbb{R} - (x_1, x_2)$ |
| $a < 0, \Delta < 0$                | $\emptyset$               |
| $a < 0, \Delta = 0$                | $\{k\}$                   |
| $a < 0, \Delta > 0$                | $[x_1, x_2]$              |
| $x_1 = \frac{-c}{b}, b > 0, a = 0$ | $[x_1, +\infty)$          |
| $x_1 = \frac{-c}{b}, b < 0, a = 0$ | $(-\infty, x_1]$          |

عبارت زیر رادیکال درجه ۲ است.

عبارت زیر رادیکال درجه یک است.

۱۰ شروط تساوی دو تابع  $f$  و  $g$ :

|   |                                                                |
|---|----------------------------------------------------------------|
| ۱ | $D_f = D_g$ (دامنه‌ها قبل از ساده کردن تابع باید محاسبه شوند). |
| ۲ | ضابطه‌های دو تابع را بتوانیم با کارهای جبری و ... مثل هم کنیم. |

۱۱ نکات مهم در تساوی توابع:

|   |                                                                                                                                                                                                                                                                |
|---|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ۱ | دامنه تابع به فرم $y = \sqrt{AB}$ از حل نامعادله $AB \geq 0$ و دامنه تابع به فرم $y = \sqrt{A} \times \sqrt{B}$ از اشتراک جواب نامعادله‌های $A \geq 0$ و $B \geq 0$ به دست می‌آید.                                                                             |
| ۲ | توابع $y = A$ و $y = \frac{AB}{B}$ به شرطی با هم برابرند که $B$ ریشه‌ای نداشته باشد.                                                                                                                                                                           |
| ۳ | توابع $f(x) = \begin{cases} \frac{AB}{B} & B \neq 0 \\ C & B = 0 \end{cases}$ و $g(x) = \dots$ به شرطی برابرند که $\begin{cases} g(x) = A & \text{اولاً:} \\ \text{ثانیاً: مقدار } g(x) \text{ به ازای ریشه } B, \text{ برابر با } C \text{ شود.} \end{cases}$ |
| ۴ | $\log x^2 = 2 \log  x $ و $\log x^3 = 3 \log x$                                                                                                                                                                                                                |

۱۲ نمایش ضابطه‌ای یک تابع:

| جزئیات                                    | نمایش ضابطه‌ای (به شکل کامل)                                   |
|-------------------------------------------|----------------------------------------------------------------|
| دامنه: $A$                                | $\begin{cases} f: A \rightarrow B \\ f(x) = \dots \end{cases}$ |
| $B$ : هم‌دامنه (هم‌دامنه $\subseteq$ برد) |                                                                |

۱۳ معادلات و توابع: اگر در رابطه‌ای بر حسب  $x$  و  $y$ ،  $x$  یا  $y$  پیدا کنیم که به ازای آن بیش از یک مقدار برای  $y$  پیدا شود، آن رابطه تابع نیست؛ مثلاً در رابطه  $y^2 - y = x$  به ازای  $x = 0$ ، سه خروجی  $y = 1, y = 0$  و  $y = -1$  داریم، پس تابع نیست.

– انواع تابع –

۱ چند تابع خاص:

| نمودار | نکته                                                                                                                                                                                            | ضابطه             | تابع |
|--------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------|------|
|        | <ul style="list-style-type: none"> <li>در نمایش زوج مرتبی، مؤلفه‌های دوم همه زوج مرتب‌ها با هم برابر است.</li> <li>در نمایش ضابطه‌ای، ضرایب جملات شامل <math>x</math> باید صفر باشد.</li> </ul> | $f(x) = c$<br>عدد | ثابت |



# مرورنامه آزمون آزمایشی خیالی سبز

حسابان

| تابع  | ضابطه           | نکته                                                                                                                                                                                                | نمودار |
|-------|-----------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|
| همانی | $f(x) = x$      | <ul style="list-style-type: none"> <li>در نمایش زوج مرتبی، مؤلفه‌های اول و دوم هر زوج مرتب با هم برابرند.</li> <li>در نمایش ضابطه‌ای، ضریب <math>x</math>، یک و ضریب سایر جملات صفر است.</li> </ul> |        |
| خطی   | $f(x) = mx + h$ | <p>محل برخورد با محور <math>y</math>ها <math>h \rightarrow</math><br/> <math>\downarrow</math><br/> عرض از مبدأ</p> <p><math>m = \frac{\Delta y}{\Delta x}</math><br/> شیب</p>                      |        |

چند تابع معروف با نمودارشان،

| ضابطه  | $y = \frac{1}{x}$    | $y = \sqrt{x}$ | $y =  x $      | $y = x^2$      |
|--------|----------------------|----------------|----------------|----------------|
| نمودار |                      |                |                |                |
| دامنه  | $\mathbb{R} - \{0\}$ | $[0, +\infty)$ | $\mathbb{R}$   | $\mathbb{R}$   |
| برد    | $\mathbb{R} - \{0\}$ | $[0, +\infty)$ | $[0, +\infty)$ | $[0, +\infty)$ |

نکات مهم تابع هموگرافیک با ضابطه  $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$

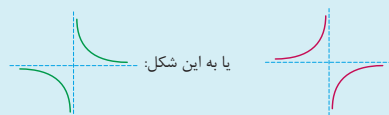
|                     |                                 |
|---------------------|---------------------------------|
| شرط هموگرافیک بودن  | $ad - bc \neq 0, c \neq 0$      |
| دامنه               | $\mathbb{R} - \{-\frac{d}{c}\}$ |
| برد                 | $\mathbb{R} - \{\frac{a}{c}\}$  |
| معادله خط چین عمودی | $x = -\frac{d}{c}$              |
| معادله خط چین افقی  | $y = \frac{a}{c}$               |
| ضابطه وارون         | $\frac{-dx+b}{cx-a}$            |

|                           |                                                                                                                                                                    |
|---------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| شرط برابری $f^{-1}$ و $f$ | $a + d = 0$                                                                                                                                                        |
| مرکز تقارن                | $w = (-\frac{d}{c}, \frac{a}{c})$                                                                                                                                  |
| محورهای تقارن             | دو خط با شیب‌های $\pm 1$ و گذرنده از نقطه $w$                                                                                                                      |
| شکل تابع                  | <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div> <p><math>ad - bc &gt; 0</math></p> </div> <div> <p><math>ad - bc &lt; 0</math></p> </div> </div> |

## نکته

برای رسم تابع هموگرافیک، می‌توان بعد از رسم خط‌چین‌های افقی و عمودی با مشخص کردن مختصات یک نقطه شکل آن را رسم کرد یا به این شکل است:





۴ نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = a\sqrt{bx+c} + d$  به یکی از چهار شکل زیر است.

| علامت a | علامت b | شکل نمودار | مختصات نقطه شروع (S) |
|---------|---------|------------|----------------------|
| ۱       | +       |            |                      |
| ۲       | -       |            |                      |
| ۳       | +       |            |                      |
| ۴       | -       |            |                      |

ریشه داخلی  
رادیکال  
عدد بیرونی  
( $-\frac{c}{b}$ ), (d)

– تبدیل نمودار توابع –

۱ انتقال، قرینه یابی، انبساط و انقباض.

| نمودار چه می‌شود؟            | نماد ریاضی        | اتفاقی که برای ضابطه می‌افتد.        |
|------------------------------|-------------------|--------------------------------------|
| a واحد راست                  | $f(x-a)$          | جای $x$ ها، $x-a$ می‌گذاریم.         |
| a واحد چپ                    | $f(x+a)$          | جای $x$ ها، $x+a$ می‌گذاریم.         |
| b واحد بالا                  | $f(x)+b$          | b تا به ضابطه اضافه می‌کنیم.         |
| b واحد پایین                 | $f(x)-b$          | b تا از ضابطه کم می‌کنیم.            |
| نسبت به محور $x$ ها          | $-f(x)$           | کل ضابطه را قرینه می‌کنیم.           |
| نسبت به محور $y$ ها          | $f(-x)$           | جای $x$ ها، $-x$ می‌گذاریم.          |
| نسبت به مبدأ                 | $-f(-x)$          | هر دو کار بالا با هم!                |
| نسبت به خط $x=k$             | $f(2k-x)$         | جای $x$ ها، $2k-x$ می‌گذاریم.        |
| نسبت به خط $y=k$             | $2k-f(x)$         | 😊                                    |
| انبساط با ضریب ۲             | $f(\frac{x}{2})$  | جای $x$ ها، $\frac{x}{2}$ می‌گذاریم. |
| انقباض با ضریب $\frac{1}{2}$ | $f(2x)$           | جای $x$ ها، $2x$ می‌گذاریم.          |
| انبساط با ضریب ۲             | $2f(x)$           | کل ضابطه ضربدر ۲ می‌شود.             |
| انقباض با ضریب $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}f(x)$ | کل ضابطه ضربدر $\frac{1}{2}$ می‌شود. |

۲ برای تبدیل  $y = f(x)$  به  $y = af(bx+c)+d$  ترتیب مراحل این گونه است.

چهارم اول دوم سوم

$$c \rightarrow b \rightarrow a \rightarrow d$$

۳ محاسبه دامنه و برد تابع  $y = af(bx+c)+d$  از روی دامنه و برد تابع  $y = f(x)$

| بی‌انرها             | مراحل محاسبه دامنه یا برد جدید                                                                               |
|----------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| دامنه جدید<br>$a, d$ | (۱) دو سر بازه دامنه را $c$ واحد به چپ (یا راست) می‌بریم.<br>(۲) دو سر بازه را در $\frac{1}{b}$ ضرب می‌کنیم. |
| برد جدید<br>$b, c$   | (۱) دو سر بازه برد را در $a$ ضرب می‌کنیم.<br>(۲) پس دو سر بازه را به علاوه $d$ می‌کنیم.                      |



# مرورنامه آزمون آزمایشی خیال سبز

حسابان

۴ اثر قدرمطلق روی نمودار:

| ضابطه     | چه اتفاقی برای نمودار $f(x)$ می افتد؟                                                                                          | تغییرات ضابطه                 | مثال نموداری |
|-----------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------|--------------|
| $ f(x) $  | قسمت زیر محور $x$ ها، نسبت به محور $x$ ها قرینه می شود و به قسمت بالا و روی محور $x$ ها دست نمی زنیم.                          | کل ضابطه داخل قدرمطلق می رود. |              |
| $f( x )$  | مرحله ۱: سمت چپ محور $y$ ها را پاک می کنیم.<br>مرحله ۲: قرینه سمت راست محور $y$ ها نسبت به محور $y$ ها را در سمت چپ می کشیم.   | جای $x$ ها، $ x $ می گذاریم.  |              |
| $f(- x )$ | مرحله ۱: سمت راست محور $y$ ها را پاک می کنیم.<br>مرحله ۲: قرینه سمت چپ محور $y$ ها نسبت به محور $y$ ها را در سمت راست می کشیم. | جای $x$ ها، $- x $ می گذاریم. |              |

## تابع یک به یک

۱ به تابعی که در خروجی هایش، عدد تکراری نداریم، یک به یک می گوئیم.

| نمایش     | شرط یک به یک بودن                                                |
|-----------|------------------------------------------------------------------|
| زوج مرتبی | مؤلفه های دوم زوج مرتب ها باید متفاوت باشند.                     |
| جدولی     | اعداد سطر دوم جدول باید متفاوت باشند.                            |
| پیکانی    | به هیچ عددی نباید بیشتر از یک پیکان وارد شود.                    |
| نموداری   | خطی موازی محور $x$ ها نباید نمودار را در بیش از یک نقطه قطع کند. |
| ضابطه ای  | $f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$                          |

۲ توابع یک به یک و غیر یک به یک معروف:

| اسم تابع            | یک به یک                                   | غیر یک به یک                             |
|---------------------|--------------------------------------------|------------------------------------------|
| چند جمله ای         | خطی با شیب غیر صفر                         | ثابت                                     |
| درجه ۳              | $ax^3 + bx^2 + c$<br>( $a$ و $b$ هم علامت) | $ax^3 + bx^2$<br>( $a$ و $b$ ناهم علامت) |
| $\frac{ax+b}{cx+d}$ | با شرط $ad - bc \neq 0$ (هموگرافیک می شه)  | با شرط $ad - bc = 0$ (ثابت می شه)        |
| براکتی ها           | $ax + b[x]$ ( $a$ و $b$ هم علامت)          | $ax - [ax]$                              |
| رادیکالی و قدرمطلق  | $\sqrt{ax+b}$                              | $ x+a  \pm  x+b $ (گلدانی و سرسره ای)    |
| سایر                | $a^x$ (نمایی)                              | $\log_a x$ (لگاریتم)                     |

مثلثاتی ها:  $\cot x$ ,  $\tan x$ ,  $\cos x$ ,  $\sin x$

# مرورنامه آزمون آزمایشی خیلی سبز



۳ یک به یک کردن توابع غیر یک به یک با محدود کردن دامنه،

| نمودار | توضیح                                            | بزرگ‌ترین بازه یک به یکی                         | ضابطه                              |
|--------|--------------------------------------------------|--------------------------------------------------|------------------------------------|
|        | X های قبل یا بعد از $x_S$                        | $x \geq \frac{-b}{2a}$ یا $x \leq \frac{-b}{2a}$ | $ax^2 + bx + c$                    |
|        | X های قبل یا بعد از ریشه قدرمطلق                 | $x \geq \frac{-b}{a}$ یا $x \leq \frac{-b}{a}$   | $ ax + b  + c$                     |
|        | X های قبل از ریشه کوچک‌تر یا بعد از ریشه بزرگ‌تر | $x \geq b$ یا $x \leq a$                         | $ x - a  +  x - b $<br>( $b > a$ ) |
|        | X های بین ریشه‌ها                                | $a \leq x \leq b$                                | $ x - a  -  x - b $<br>( $b > a$ ) |
|        | X های بین دو max و min متوالی                    | مثلاً $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$ | $\sin x$                           |
|        | X های بین دو max و min متوالی                    | مثلاً $0 \leq x \leq \pi$                        | $\cos x$                           |
|        | X های بین دو خطچین عمودی                         | مثلاً $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$       | $\tan x$                           |

## معادله درجه دوم و روش‌های مختلف حل آن

هر معادله به شکل  $ax^2 + bx + c = 0$  که  $a, b, c \in \mathbb{R}$ ، یک معادله درجه دوم است.

روش‌های حل:

۱ تجزیه

۲ ریشه‌گیری

۳ روش کلی (تعمیم مربع کامل):

$\Delta > 0$  ریشه حقیقی متمایز

۳ حالت  $\Delta = 0$  ریشه مضاعف حقیقی  $x = \frac{-b}{2a}$

$\Delta < 0$  فاقد ریشه حقیقی

$$x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$$

$$x^2 = a \Rightarrow x = \pm a$$

$$a \geq 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}, \Delta = b^2 - 4ac$$

## تابع درجه دو (سهمی)

۱ با توجه به علامت  $a$  سهمی دوتا شکل می‌تواند داشته باشد:

| بُرد                            | مقدار $\max$ یا $\min$      | مماس افقی                | محور تقارن          | عرض رأس                                    | طول رأس         | قیافه                                        |
|---------------------------------|-----------------------------|--------------------------|---------------------|--------------------------------------------|-----------------|----------------------------------------------|
| $[-\frac{\Delta}{4a}, +\infty)$ | $\min = -\frac{\Delta}{4a}$ | $y = -\frac{\Delta}{4a}$ | $x = \frac{-b}{2a}$ | $f(\frac{-b}{2a})$ یا $-\frac{\Delta}{4a}$ | $-\frac{b}{2a}$ | <div> <p>محور تقارن<br/>مماس افقی</p> </div> |
| $(-\infty, -\frac{\Delta}{4a}]$ | $\max = -\frac{\Delta}{4a}$ |                          |                     |                                            |                 | <div> <p>محور تقارن<br/>مماس افقی</p> </div> |

۲ تنها نقطه‌ای از سهمی که با حذف آن، برد تغییر می‌کند، رأس سهمی است.



# مرورنامه آزمون آزمایشی خیال سبز

حسابان

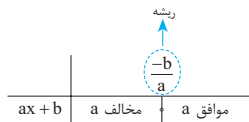
۳ اگر دو نقطه با لایهای یکسان روی سهمی داشته باشیم، میانگین  $X$  هایشان،  $X$  رأس را می دهد.

از جمله بالا می توانیم نتیجه بگیریم میانگین ریشه های سهمی،  $X$  رأس است.

۴ اگر  $ax + by = c$  باشد ( $a, b > 0$ )، زمانی  $XY$  ماکزیمم است که  $ax$  و  $by$  هر دو برابر با  $\frac{c}{4}$  باشند.

مثلاً اگر  $12 = 3x + 2y$  باشد و ماکزیمم  $XY$  را بخواهیم، باید  $3x = 6$  و  $2y = 6$  باشد (که  $x = 2$  و  $y = 3$  و در نتیجه  $xy = 6$  را نتیجه می دهد).

## تعیین علامت



۱ تعیین علامت عبارت درجه یک:

۲ تعیین علامت عبارت درجه دو:

| وضعیت نموداری |         | جدول تعیین علامت                                                                                                                     | علامت دلتا   |
|---------------|---------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
| $a < 0$       | $a > 0$ |                                                                                                                                      |              |
|               |         | $\begin{array}{c cc} ax^2 + bx + c & x_1 & x_2 \\ \hline & \text{موافق} & \text{مخالف} \\ & \text{موافق} & \text{موافق} \end{array}$ | $\Delta > 0$ |
|               |         | $\begin{array}{c c} ax^2 + bx + c & x_1 = -\frac{b}{2a} \\ \hline & \text{موافق} \end{array}$                                        | $\Delta = 0$ |
|               |         | $\begin{array}{c c} ax^2 + bx + c & \\ \hline & \text{موافق} \end{array}$                                                            | $\Delta < 0$ |

۳ چهار حالت خاص و پرتکرار:

| وضعیت نموداری | شروط               | سؤال                                                                         |
|---------------|--------------------|------------------------------------------------------------------------------|
|               | ۱) $a > 0$         | می خواهیم عبارت درجه دوم $ax^2 + bx + c$ همواره مثبت باشد.                   |
|               | ۲) $\Delta < 0$    | بیان دیگر: می خواهیم سهمی $y = ax^2 + bx + c$ همواره بالای محور $X$ ها باشد. |
|               | ۱) $a < 0$         | می خواهیم عبارت درجه دوم $ax^2 + bx + c$ همواره منفی باشد.                   |
|               | ۲) $\Delta < 0$    | بیان دیگر: می خواهیم سهمی $y = ax^2 + bx + c$ همواره پایین محور $X$ ها باشد. |
|               | ۱) $a > 0$         | می خواهیم عبارت درجه دوم $ax^2 + bx + c$ همواره نامنفی باشد.                 |
|               | ۲) $\Delta \leq 0$ | بیان دیگر: می خواهیم سهمی $y = ax^2 + bx + c$ زیر محور $X$ ها نباشد.         |
|               | ۱) $a < 0$         | می خواهیم عبارت درجه دوم $ax^2 + bx + c$ همواره نامثبت باشد.                 |
|               | ۲) $\Delta \leq 0$ | بیان دیگر: می خواهیم سهمی $y = ax^2 + bx + c$ بالای محور $X$ ها نباشد.       |

۴ جواب نامعادله درجه دوم (در حالت  $\Delta > 0$ ):

| علامت $a$ | فرم نامعادله        | جواب                      | توضیح فارسی    | مثال یا جواب                                         |
|-----------|---------------------|---------------------------|----------------|------------------------------------------------------|
| $a > 0$   | $ax^2 + bx + c > 0$ | $\mathbb{R} - [x_1, x_2]$ | نا بین ریشه ها | $x^2 - 2x - 15 > 0 \Rightarrow x > 5$ یا $x < -3$    |
|           | $ax^2 + bx + c < 0$ | $(x_1, x_2)$              | بین ریشه ها    | $x^2 - 2x - 15 < 0 \Rightarrow -3 < x < 5$           |
| $a < 0$   | $ax^2 + bx + c > 0$ | $[x_1, x_2]$              | بین ریشه ها    | $2x - x^2 \geq 0 \Rightarrow 0 \leq x \leq 2$        |
|           | $ax^2 + bx + c < 0$ | $\mathbb{R} - (x_1, x_2)$ | نا بین ریشه ها | $2x - x^2 \leq 0 \Rightarrow x \geq 2$ یا $x \leq 0$ |

۵ جواب های نامعادله های درجه یک و درجه دو به فرم های زیر می تواند باشد:

| فرم نامعادله                       | مدل های ممکن برای جواب                                 |
|------------------------------------|--------------------------------------------------------|
| $ax + b > 0$ یا $ax + b < 0$       | $(-\frac{b}{a}, +\infty)$ یا $(-\infty, -\frac{b}{a})$ |
| $ax + b \geq 0$ یا $ax + b \leq 0$ | $[-\frac{b}{a}, +\infty)$ یا $(-\infty, -\frac{b}{a}]$ |





| مدل‌های ممکن برای جواب                                                                                                                                                                                                          | فرم نامعادله                                     | نامعادله درجه دو |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------|------------------|
| $\underbrace{(x_1, x_2) \text{ یا } (-\infty, x_1) \cup (x_2, +\infty)}_{\Delta > 0}$ یا $\underbrace{\mathbb{R}}_{\Delta < 0}$ یا $\underbrace{\emptyset}_{\Delta \leq 0}$ یا $\underbrace{\mathbb{R} - \{x_1\}}_{\Delta = 0}$ | $ax^2 + bx + c < 0$ یا $ax^2 + bx + c > 0$       |                  |
| $\underbrace{[x_1, x_2] \text{ یا } (-\infty, x_1] \cup [x_2, +\infty)}_{\Delta > 0}$ یا $\underbrace{\mathbb{R}}_{\Delta \leq 0}$ یا $\underbrace{\emptyset}_{\Delta < 0}$ یا $\underbrace{\{x_1\}}_{\Delta = 0}$              | $ax^2 + bx + c \leq 0$ یا $ax^2 + bx + c \geq 0$ |                  |

پس اگر جواب نامعادله  $ax^2 + bx + c > 0$  یا  $ax^2 + bx + c < 0$  به صورت  $(-\infty, k)$  یا به صورت  $(k, +\infty)$  شد، عبارت  $ax^2 + bx + c$  باید درجه یک باشد؛ یعنی ضریب  $x^2$  صفر است ( $a = 0$ ).

۶ مراحل تعیین علامت سریع با یک مثال

فرض کنید می‌خواهیم عبارت  $P(x) = \frac{(x^2 - 1)(x^2 + 4x + 4)}{x^2 - 9x}$  را تعیین علامت کنیم.

|                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                        |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $P(x) = \frac{(x-1)(x+1)(x+2)^2}{x(x-3)(x+3)}$                                                                                                                                                                                                                      | مرحله ۱ تمام عبارات را تجزیه می‌کنیم.                                                                                                                                  |
| $P(x) = \frac{\overset{+}{(x-1)} \overset{-}{(x+1)} \overset{+}{(x+2)^2}}{\underset{+}{x} \underset{-}{(x-3)} \underset{-}{(x+3)}}$                                                                                                                                 | مرحله ۲ ریشه‌ها و زوج و فرد بودن توانشان را معلوم می‌کنیم.                                                                                                             |
| $P(x) \quad \begin{array}{c ccccccc} & -3 & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ & \oplus & \oplus & \oplus & \oplus & \oplus & \oplus & \oplus \end{array}$             | مرحله ۳ جدول تعیین علامت رسم می‌کنیم.                                                                                                                                  |
| $P(x) = \frac{\overset{+}{(x-1)} \overset{+}{(x+1)} \overset{+}{(x+2)^2}}{\underset{+}{x} \underset{-}{(x-3)} \underset{-}{(x+3)}} \Rightarrow P(2) > 0$                                                                                                            | مرحله ۴ از خانه سمت راست جدول شروع می‌کنیم. علامت $P$ به ازای $x = 4$ را پیدا می‌کنیم.                                                                                 |
| $P(x) \quad \begin{array}{c ccccccc} & -3 & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ & \oplus & \oplus & \oplus & \oplus & \oplus & \oplus & \oplus \end{array}$<br>عوض نشد! | مرحله ۵ پس خانه سمت راست، $+$ است. از آنجا به سمت چپ حرکت می‌کنیم و یکی‌درمیان علامت‌ها را عوض می‌کنیم. فقط وقتی از رد می‌شویم، علامت عوض نمی‌شود. $x = -2$ (توان زوج) |

۷ نامعادلات ساده قدرمطلق

|              | $a > 0$                   | $a = 0$                  | $a < 0$            |
|--------------|---------------------------|--------------------------|--------------------|
| $ u  \geq a$ | $u \geq a$ یا $u \leq -a$ | $u \in \mathbb{R}$       | $u \in \mathbb{R}$ |
| $ u  \leq a$ | $-a \leq u \leq a$        | $u = 0$                  | $\emptyset$        |
| $ u  > a$    | $u > a$ یا $u < -a$       | $\mathbb{R} - \{u = 0\}$ | $u \in \mathbb{R}$ |
| $ u  < a$    | $-a < u < a$              | $\emptyset$              | $\emptyset$        |

### معادله درجه دو

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}, \Delta = b^2 - 4ac$$

۱ ریشه‌های معادله  $ax^2 + bx + c = 0$ :

۲ تعداد ریشه‌ها:

| $\Delta > 0$  | $\Delta = 0$                                        | $\Delta < 0$      |
|---------------|-----------------------------------------------------|-------------------|
| ۲ ریشه متمایز | یک ریشه مضاعف<br>$x_{\text{مضاعف}} = -\frac{b}{2a}$ | ریشه حقیقی ندارد. |



# مرورنامه آزمون آزمایشی خیل سبز

حسابان

۳ اگر عبارت درجه دومی، مربع کامل باشد، دلتایش صفر است.

۴ دو حالت خاص پرکاربرد.

| رابطه بین ضرایب | ریشه‌ها            | مثال                                                                                      |
|-----------------|--------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------|
| $a + b + c = 0$ | $1, \frac{c}{a}$   | $3x^2 - 8x + 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = \frac{5}{3} \end{cases}$    |
| $a + c = b$     | $-1, -\frac{c}{a}$ | $5x^2 - 7x - 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = \frac{12}{5} \end{cases}$ |

۵ با شرط  $\Delta > 0$  داریم:

| جمع ریشه‌ها        | ضرب ریشه‌ها       | اختلاف ریشه‌ها                  | مجموع مربع ریشه‌ها         | مجموع مکعب ریشه‌ها          |
|--------------------|-------------------|---------------------------------|----------------------------|-----------------------------|
| $S = -\frac{b}{a}$ | $P = \frac{c}{a}$ | $M = \frac{\sqrt{\Delta}}{ a }$ | $x_1^2 + x_2^2 = S^2 - 2P$ | $x_1^3 + x_2^3 = S^3 - 3SP$ |

۶ اگر حاصل عبارتی مثل  $\sqrt{x_1} \pm \sqrt{x_2}$  را خواستید حساب کنید، آن را مساوی A قرار دهید و طرفین را به توان ۲ برسانید.

۷ معادله درجه دومی که مجموع ریشه‌هایش S و حاصل ضرب آن‌ها P باشد، به صورت  $x^2 - Sx + P = 0$  است.

۸ بحث روی علامت ریشه‌ها: مثلاً وقتی قرار است معادله دو ریشه منفی متمایز داشته باشد، باید سه نامعادله  $\Delta > 0$ ،  $S < 0$  و  $P > 0$  را حل کنیم و بین جواب‌هایشان اشتراک بگیریم.

| P          | S | $\Delta$ |                       |
|------------|---|----------|-----------------------|
| +          | + | +        | ۱ دو ریشه مثبت متمایز |
| +          | - | +        | ۲ دو ریشه منفی متمایز |
| $P \leq 0$ | + | +        | ۳ دو ریشه ناهم علامت  |
| -          | 0 | +        | ۴ دو ریشه قرینه       |
| ۱          | + | +        | ۵ دو ریشه معکوس       |

۹ اگر  $P < 0$  باشد (یا a و c هم علامت نباشند)، حتماً  $\Delta > 0$  است و نیازی به چک کردن شرط  $\Delta > 0$  نیست.

۱۰ منظور از صفرهای تابع  $f(x)$ ، «طول نقاط برخورد تابع f با محور Xها» یا «جواب‌های معادله  $f(x) = 0$ » است.

۱۱ نوشتن سریع معادله سهمی:

| چیزهایی که داریم.                 | ضابطه سهمی                                       | نکته تکمیلی                                                |
|-----------------------------------|--------------------------------------------------|------------------------------------------------------------|
| ۱ $x_1$ و $x_2$ صفرهای سهمی‌اند.  | $y = a(x - x_1)(x - x_2)$                        | برای محاسبه a، یک نقطه دیگر را در سهمی صدق می‌دهیم.        |
| ۲ نقطه $(x_S, y_S)$ رأس سهمی است. | $y = a(x - x_S)^2 + y_S$                         | برای محاسبه a، یک نقطه دیگر را در سهمی صدق می‌دهیم.        |
| ۳ سه نقطه از سهمی                 | با حل سه معادله سه مجهول، ضرایب را پیدا می‌کنیم. | اگر نقطه‌ای به مختصات $(0, c)$ داشتیم، از آن شروع می‌کنیم. |

۱۲ اگر سهمی در نقطه  $(\alpha, 0)$  بر محور Xها مماس بود، می‌توانید از هر دو حالت ۱ و ۲ در جدول بالا کمک بگیرید:

۱۳ علامت ضرایب a، b و c:

| علامت a       | علامت b                                       | علامت c                          |
|---------------|-----------------------------------------------|----------------------------------|
| با دهانه سهمی | شیب خط مماس بر سهمی در محل برخورد با محور Yها | عرض نقطه برخورد سهمی با محور Yها |

۱۴ سهمی در نواحی مختلف دستگاه مختصات:

حالت ۱، سهمی فقط از ناحیه عبور کند.

| شکل                                 | شرایط           |   |
|-------------------------------------|-----------------|---|
|                                     | $\Delta$        | a |
| ۱ سهمی فقط از ناحیه ۱ و ۲ عبور کند. | $\Delta \leq 0$ | + |
| ۲ سهمی فقط از ناحیه ۳ و ۴ عبور کند. | $\Delta \leq 0$ | - |



حالت ۲، سهمی دقیقاً از ۳ ناحیه عبور کند (فقط از یک ناحیه عبور نکند).

| شرایط    |   |   |   | شکل |                       |   |
|----------|---|---|---|-----|-----------------------|---|
| $\Delta$ | c | b | a |     |                       |   |
| +        | - | - | - |     | فقط از ناحیه ۱ نگذرد. | ۱ |
| +        | - | + | - |     | فقط از ناحیه ۲ نگذرد. | ۲ |
| +        | + | - | + |     | فقط از ناحیه ۳ نگذرد. | ۳ |
| +        | + | + | + |     | فقط از ناحیه ۴ نگذرد. | ۴ |

↓  
C می‌تواند صفر هم باشد.

حالت ۳، سهمی از هر ۴ ناحیه عبور کند. فقط کافیست که  $P < 0$ .

۱۵ شرط آن که سهمی دقیقاً از ۳ ناحیه عبور کند، آن است که سهمی دو ریشه هم‌علامت داشته باشد:  $\Delta > 0$  و  $P \geq 0$ .

۱۶ حل معادلات درجه ۳ که عامل  $x - a$  دارند:  $f(x) = 0$

|         |                                                                                                                                                                     |
|---------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| مرحله ۱ | جای $x$ اعداد ۱، -۱، -۲ را قرار می‌دهیم تا ببینیم به ازای کدامشان تساوی برقرار است.                                                                                 |
| مرحله ۲ | اگر به ازای $x = a$ ، تساوی برقرار شد، عبارت را به $x - a$ تقسیم می‌کنیم:<br>عبارت درجه ۳: $\frac{x-a}{\vdots}$<br>عبارت درجه ۲: $\vdots$<br>عبارت درجه ۱: $\vdots$ |
| مرحله ۳ | معادله درجه سوم اولیه را به شکل روبه‌رو می‌نویسیم:<br>$(x-a)(\text{عبارت درجه ۲}) = 0$                                                                              |
| مرحله ۴ | از حل دو معادله روبه‌رو، جواب‌های معادله به دست می‌آیند:<br>$\begin{cases} x-a=0 \\ \text{عبارت درجه ۲}=0 \end{cases}$                                              |

۱۷ تعداد جواب‌های معادله  $ax^2 + bx^2 + c = 0$  (با شرط  $a \neq 0$ ) با تغییر متغیر  $x^2 = t$

| تعداد جواب معادله $ax^2 + bx^2 + c = 0$ | جواب‌های معادله $at^2 + bt + c = 0$ باید چه‌جوری باشن؟ | شروط                           |
|-----------------------------------------|--------------------------------------------------------|--------------------------------|
| ۴                                       | دو ریشه مثبت                                           | $\Delta > 0, S > 0, P > 0$     |
| ۳                                       | یک ریشه مثبت و یک ریشه صفر                             | $c = 0, \frac{-b}{a} > 0$      |
| ۲                                       | حالت ۱: یک ریشه مثبت و یک ریشه منفی                    | $P < 0$                        |
|                                         | حالت ۲: یک ریشه مضاعف مثبت                             | $\Delta = 0, \frac{-b}{a} > 0$ |
| ۱                                       | یک ریشه صفر                                            | $b = c = 0$                    |
| بدون جواب                               | حالت ۱: هر دو ریشه منفی                                | $\Delta > 0, S < 0, P > 0$     |
|                                         | حالت ۲: یک ریشه مضاعف منفی                             | $\Delta = 0, \frac{-b}{a} < 0$ |
|                                         | حالت ۳: فاقد ریشه                                      | $\Delta < 0$                   |

۱۸ مجموع ریشه‌های معادله  $ax^2 + bx^2 + c = 0$  یا هر معادله‌ای که همه توان‌های  $x$  در آن زوج باشد، صفر است. (اگر  $x = a$  جواب باشد،  $x = -a$  هم جواب است؛ درواقع توان‌های زوج اعداد قرینه باهم برابر و مجموع آن‌ها صفر است.)

مثلاً در معادله‌های  $x^4 - 7x^2 + 1 = 0$  و  $2x^6 - 4x^4 + x^2 = 0$ ، مجموع ریشه‌ها صفر است.



### روش هندسی (نموداری)

۱ اگر  $f(x)$  و  $g(x)$  دو تابع باشند، طول نقاط برخورد نمودارهای این دو تابع، جواب‌های معادله  $f(x) = g(x)$  است و برعکس، یعنی هر جواب معادله  $f(x) = g(x)$ ، یکی از نقاط برخورد دو تابع است.

۲ یادآوری انتقال نمودار:

| نمودار چه می‌شود؟ | نماد ریاضی | اتفاقی که برای ضابطه می‌افتد. |
|-------------------|------------|-------------------------------|
| a واحد راست       | $f(x-a)$   | جای $x$ ها، $x-a$ می‌گذاریم.  |
| a واحد چپ         | $f(x+a)$   | جای $x$ ها، $x+a$ می‌گذاریم.  |
| b واحد بالا       | $f(x)+b$   | b تا به ضابطه اضافه می‌کنیم.  |
| b واحد پایین      | $f(x)-b$   | b تا از ضابطه کم می‌کنیم.     |

۳ وضعیت خط و سهمی نسبت به هم: معادله  $ax^2+bx+c = mx+h$  را تشکیل می‌دهیم. بعد آن را به صورت  $ax^2+b'x+c' = 0$  درمی‌آوریم. دلتای این معادله، وضعیت خط و سهمی را مشخص می‌کند.

| علامت $\Delta$ | وضعیت خط و سهمی                    | شکل |
|----------------|------------------------------------|-----|
| $\Delta > 0$   | سهمی و خط در ۲ نقطه متقاطع‌اند.    |     |
| $\Delta = 0$   | خط در یک نقطه بر سهمی مماس است.    |     |
| $\Delta < 0$   | سهمی و خط، یکدیگر را قطع نمی‌کنند. |     |

۴ روش هندسی، تعداد و محدوده تقریبی جواب‌ها را به ما می‌دهد، ولی جواب دقیق را معمولاً به ما نمی‌دهد.

۵ در معادلاتی که جنس عبارت‌های دو طرف تساوی، مثل هم نیست، معمولاً سراغ روش هندسی می‌رویم.

مثلاً در معادله‌های  $\sin x = \log x$  یا  $x^x = x^2$  یا  $x^x = x^{\frac{1}{x}}$  نمای لگاریتمی مثلثاتی

### معادلات گویا و کنگ

۱ بعد از حل معادله گویا، حتماً چک کنید که جواب‌های به دست آمده، ریشه‌های مخرب نباشند.

۲ اگر شخص اول کاری را به تنهایی در A ساعت، شخص دوم همان کار را در B ساعت و هر دو با هم در C ساعت انجام دهند، رابطه روبه‌رو بین A، B و C برقرار است:

$$\frac{1}{A} + \frac{1}{B} = \frac{1}{C}$$

↓                      ↓                      ↓  
زمان هر دو    زمان نفر دوم    زمان نفر اول

یا عدد  $\frac{x_p}{v_p} \pm \frac{x_r}{v_r} =$  به عدد  $\frac{x}{v}$   $\Rightarrow$  به عدد  $\frac{x}{v} \pm \frac{x_p}{v_p} =$  به عدد  $\frac{x}{v}$   $\Rightarrow$  به عدد  $\frac{x}{v} \pm \frac{x_p}{v_p} =$  به عدد  $\frac{x}{v}$

سؤال می‌ده

$$\frac{L}{W} = \frac{L+W}{L} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

۴ در نسبت طلایی با طول L و عرض W داریم:

۵ اگر محلولی به جرم m کیلوگرم و حل‌شونده‌ای به جرم M کیلوگرم داشته باشیم، طبق رابطه  $\frac{M}{m}$  غلظت، داریم:

(۱) اضافه‌کردن X کیلوگرم از حل‌شونده:

$$\text{غلظت جدید} = \frac{M+X}{m+X}$$

$$\text{غلظت جدید} = \frac{M}{m+X}$$

(۲) اضافه‌کردن X کیلوگرم از حلال:

۶ اگر قیمت کالایی بعد از تخفیف X تومان کم شود و خریدار بتواند Y عدد بیشتر از آن بخرد، طبق رابطه  $\frac{\text{پول خریدار}}{\text{قیمت کالا}} =$  تعداد، داریم:

$$Y + \frac{\text{پول خریدار}}{\text{تعداد جدید}} = \frac{\text{پول خریدار}}{\text{قیمت جدید}} \Rightarrow Y + \frac{\text{پول خریدار}}{\text{تعداد اولیه}} = \frac{\text{پول خریدار}}{\text{قیمت جدید}}$$

۷ برای حل معادلات گنگ، دو طرف معادله را به توان می‌رسانیم و در بعضی از موارد، این کار را تکرار می‌کنیم و در نهایت به معادله‌ای بدون رادیکال می‌رسیم و آن را حل می‌کنیم.

۸ بعد از حل معادله گنگ، جواب‌های به دست آمده را در معادله اولیه چک کنید.

# مرورنامه آزمون آزمایشی خیلی سبز



۹ تعداد جواب‌های معادله  $ax + b\sqrt{x} + c = 0$  (با شرط  $a \neq 0$ ) با تغییر متغیر  $\sqrt{x} = t$

| تعداد جواب معادله $ax + b\sqrt{x} + c = 0$ | جواب‌های معادله $at^2 + bt + c = 0$ باید چه‌جوری باشن؟ | شروط                           |
|--------------------------------------------|--------------------------------------------------------|--------------------------------|
| ۲                                          | حالت (۱) دو ریشه مثبت                                  | $\Delta > 0, S > 0, P > 0$     |
|                                            | حالت (۲) یک ریشه مثبت و یک ریشه صفر                    | $c = 0, \frac{-b}{a} > 0$      |
| ۱                                          | حالت (۱) یک ریشه مثبت و یک ریشه منفی                   | $P < 0$                        |
|                                            | حالت (۲) یک ریشه مضاعف مثبت                            | $\Delta = 0, \frac{-b}{a} > 0$ |
|                                            | حالت (۳) یک ریشه صفر                                   | $b = c = 0$                    |
| بدون جواب                                  | حالت (۱) هر دو ریشه منفی                               | $\Delta > 0, S < 0, P > 0$     |
|                                            | حالت (۲) یک ریشه مضاعف منفی                            | $\Delta = 0, \frac{-b}{a} < 0$ |
|                                            | حالت (۳) فاقد ریشه                                     | $\Delta < 0$                   |

۱۰ اگر جمع چند رادیکال صفر شده، عبارت داخل تک‌تک آن‌ها صفر است:  
 بعضی از معادلات گنگ نیاز به حل ندارند.

مثلاً  $\sqrt{x-3} + \sqrt{1-x} = x$ ، چون دامنه‌ها به ترتیب  $x \geq 1$  و  $x \leq 3$  است که اشتراکشان تهی می‌شود.

## قدرمطلق

$$|u| = \begin{cases} u & u \geq 0 \\ -u & u \leq 0 \end{cases}$$

$$\sqrt[n]{u^n} = \begin{cases} |u| & \text{زوج } n \\ u & \text{فرد } n \end{cases}$$

|                                   |                 |                     |
|-----------------------------------|-----------------|---------------------|
| $ a  \geq 0$                      | $ a  =  -a $    | $ ab  =  a   b $    |
| $ \frac{a}{b}  = \frac{ a }{ b }$ | $ a^n  =  a ^n$ | $ a^{2n}  = a^{2n}$ |

ویژگی‌های اولیه قدرمطلق:

۴ نامساوی مثلث:

$$|a| + |b| \geq |a+b| \xrightarrow{\text{بررسی دقیق‌تر}} \begin{cases} ab \geq 0 \Leftrightarrow |a| + |b| = |a+b| \\ ab < 0 \Leftrightarrow |a| + |b| > |a+b| \end{cases}$$

$$|A| = B \begin{cases} B \geq 0 \Rightarrow A = \pm B \\ B < 0 \Rightarrow \text{جواب ندارد} \end{cases}$$

$$|A| = |B| \Rightarrow A = \pm B$$

۷ دو نامعادله پرستفاده:

|              |                           |                    |                    |
|--------------|---------------------------|--------------------|--------------------|
|              | $a > 0$                   | $a = 0$            | $a < 0$            |
| $ u  \geq a$ | $u \geq a$ یا $u \leq -a$ | $u \in \mathbb{R}$ | $u \in \mathbb{R}$ |
| $ u  \leq a$ | $-a \leq u \leq a$        | $u = 0$            | $\emptyset$        |

۸ رسم توابعی که از جمع یا تفریق چند عبارت قدرمطلق درجه یک تشکیل شده‌اند. (توضیح یا مثال)

$$f(x) = |x-1| + |x+2|$$

$\downarrow$  ریشه ۱       $\downarrow$  ریشه -۲

## مراحل رسم تابع

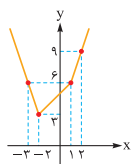
مرحله ۱: مقدار تابع را در ریشه داخل قدرمطلق‌ها و یک عدد بعد از بیشترین و یک عدد قبل از کم‌ترین آن‌ها پیدا می‌کنیم:

|      |                     |          |                     |         |
|------|---------------------|----------|---------------------|---------|
|      | قبل از کم‌ترین ریشه | ریشه‌ها  | بعد از بیشترین ریشه |         |
| x    | -۳                  | -۲       | ۱                   | ۲       |
| y    | ۶                   | ۳        | ۶                   | ۹       |
| نقطه | A(-۳, ۶)            | B(-۲, ۳) | C(۱, ۶)             | D(۲, ۹) |



# مرورنامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

حسابان



مرحله ۲، نقاط بالا را به طور متوالی به هم وصل می‌کنیم:

۹ دو تابع معروف قدرمطلق:

| ضابطه                   | قیافه | تقارن                            | برد                   |
|-------------------------|-------|----------------------------------|-----------------------|
| $y =  x - a  +  x - b $ |       | محور تقارن: $x = \frac{a+b}{2}$  | $[ b - a , +\infty)$  |
| $y =  x - a  -  x - b $ |       | محور تقارن: $(\frac{a+b}{2}, 0)$ | $[ b - a , - b - a ]$ |

هندسه

## مکان هندسی‌های معروف

|  |                                                                                                               |
|--|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | مکان هندسی نقاطی از صفحه که از یک نقطه ثابت مانند O به فاصله معلوم R باشند، دایره‌ای است به مرکز O و شعاع R.  |
|  | مکان هندسی نقاطی از صفحه که به فاصله ثابت a از خط d قرار دارند، دو خط به موازات d و به فاصله a از آن می‌باشد. |
|  | مکان هندسی نقاطی از صفحه که از دو سر یک پاره‌خط مانند AB به یک فاصله باشند، عمودمنصف آن پاره‌خط است.          |
|  | مکان هندسی نقاطی از صفحه که از اضلاع یک زاویه مانند xOy به یک فاصله باشند، نیمساز آن زاویه است.               |

## رسم‌های پایه و معروف

|  |                                     |                                                                                                                                                                                      |
|--|-------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | عمودمنصف یک پاره‌خط                 | دهانه پرگار را به اندازه بیش از نصف طول پاره‌خط AB ( $r \geq \frac{AB}{2}$ ) باز کرده و به مراکز A و B کمان‌هایی می‌زنیم. محل برخورد آنها را به هم وصل می‌کنیم تا عمودمنصف حاصل شود. |
|  | خط عمود بر یک خط از نقطه‌ای خارج آن | ابتدا به مرکز A کمانی می‌زنیم تا خط d را در دو نقطه C و B قطع کند. سپس به کمک رسم عمودمنصف یک پاره‌خط، عمودمنصف پاره‌خط BC را رسم می‌کنیم تا خط عمود مطلوب حاصل شود.                 |
|  | خط عمود بر یک خط از نقطه‌ای روی آن  | ابتدا به مرکز A کمانی می‌زنیم تا پاره‌خط BC را از آن جدا کند. سپس به کمک رسم عمودمنصف، یک پاره‌خط عمودمنصف پاره‌خط BC را رسم می‌کنیم تا خط عمود مطلوب حاصل شود.                      |

|  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                            |
|--|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------|
|  | <p>ابتدا خط عمود <math>l</math> را به کمک مطالب قبلی بر <math>d</math> وارد می‌کنیم. سپس از نقطه <math>A</math> روی <math>l</math> عمود <math>l'</math> را خارج می‌کنیم. دو خط عمود بر یک خط (<math>d, l'</math>) با هم موازی‌اند. (اگر نقطه <math>A</math> روی خط بود، چ؟)</p>                 | <p>خط موازی از یک نقطه</p> |
|  | <p>به مرکز <math>O</math> کمانی دلخواه رسم می‌کنیم تا اضلاع زاویه را در <math>B</math> و <math>C</math> قطع کند. سپس به مراکز <math>B</math> و <math>C</math> شعاع بیش از نصف <math>BC</math> کمان‌هایی رسم می‌کنیم. از <math>O</math> به محل برخورد کمان‌ها وصل کنیم و نیمساز حاصل می‌شود.</p> | <p>نیمساز یک زاویه</p>     |

## رسم مثلث

| داده‌ها                                                         | روش رسم                                                                                                                                                                                                                                                                                 | شرط وجود مثلث                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | شکل |
|-----------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| داشتن طول سه ضلع ( $a$ , $b$ , $c$ )                            | ابتدا پاره‌خطی به طول $a$ رسم می‌کنیم، سپس به مرکز $B$ و شعاع $c$ و به مرکز $C$ و شعاع $b$ کمان‌هایی می‌زنیم تا یکدیگر را در $A$ قطع کنند. از وصل کردن $A$ به $B$ و $C$ مثلث مطلوب حاصل می‌شود.                                                                                         | $ a - c  < b < a + c$<br>یا<br>۱) $a + b > c$<br>۲) $a + c > b$<br>۳) $b + c > a$                                                                                                                                                                                                                                                                                  |     |
| داشتن طول دو ضلع و ارتفاع وارد بر ضلع سوم ( $h_a$ و $b$ , $c$ ) | ابتدا خط $d'$ و $d$ را به موازات هم و به فاصله $h_a$ از هم رسم می‌کنیم. نقطه دلخواه $A$ و عمود $AH$ را می‌کشیم به مرکز $A$ و شعاع $b$ و $c$ کمان‌هایی می‌زنیم تا خط $d$ را در $B_1$ , $C_1$ , $B_2$ , $C_2$ قطع کند. مثلث‌های $\triangle AB_1C_1$ و $\triangle AB_2C_2$ جواب مسئله‌اند. | اگر $b$ و $c$ هر کدام از حالات زیر را داشته باشند؛ مثلث حاصل شده به فرم زیر است:<br>دو مثلث $\Rightarrow b > c > h_a$<br>یک مثلث متساوی‌الساقین $\Rightarrow b = c > h_a$<br>یک مثلث قائم‌الزاویه $\Rightarrow b = h_a$ , $c > h_a$<br>صفر مثلث $\Rightarrow b < c < h_a$ یا $b < h_a$<br>(ممکن نیست، زیرا $h_a$ کوتاه‌ترین فاصله بین دو خط موازی $d$ و $d'$ است.) |     |
| داشتن طول دو ضلع و میانهٔ وارد بر ضلع سوم ( $h_a$ , $c$ و $b$ ) | ابتدا مثلثی به اضلاع $b$ , $c$ و $\frac{1}{2}m_a$ رسم می‌کنیم ( $\triangle ABA'$ )، وسط $AA'$ را $M$ می‌نامیم. از $B$ به $M$ وصل کرده و به اندازهٔ خود امتداد می‌دهیم تا رأس $C$ حاصل شود.                                                                                              | باید مثلث با ابعاد اضلاع $\frac{1}{2}m_a$ و $b$ و $c$ قابل رسم باشد.<br>۱) $b + c > \frac{1}{2}m_a$<br>۲) $\frac{1}{2}m_a + b > c$<br>۳) $\frac{1}{2}m_a + c > b$<br>یا $ b - c  < \frac{1}{2}m_a$                                                                                                                                                                 |     |

## رسم چهار ضلعی‌های معروف

| داده‌ها                                                          | روش رسم                                                                                                                                                                                                                                  | شرط                                                                                                            | شکل |
|------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| متوازی‌الاضلاع با داشتن طول دو قطر ( $a$ و $b$ )                 | ابتدا دو خط متقاطع دلخواه رسم می‌کنیم و محل برخورد را $O$ می‌نامیم. به مرکز $O$ و شعاع $\frac{a}{2}$ و $\frac{b}{2}$ کمان‌هایی رسم می‌کنیم که تا $l$ و $l'$ را به ترتیب در $(D$ و $B)$ و $(A$ و $C)$ قطع کند. $ABCD$ چهارضلعی مطلوب است. | بی‌شمار متوازی‌الاضلاع با این داده‌ها می‌توان رسم کرد.                                                         |     |
| متوازی‌الاضلاع با داشتن طول دو ضلع $a$ و $b$ و اندازه یک قطر $c$ | ابتدا مثلث $ABD$ به اضلاع $a$ ، $b$ ، $c$ را رسم می‌کنیم. از $B$ خطی به موازات $AD$ و از $D$ خطی به موازات $AB$ می‌کشیم تا محل برخورد را $C$ بنامیم و متوازی‌الاضلاع مطلوب حاصل شود.                                                     | $1) a + b > c$<br>$2) a + c > b$<br>$3) b + c > a$                                                             |     |
| متوازی‌الاضلاع با داشتن طول دو قطر $a$ و یک ضلع $b$              | ابتدا مثلث $AOB$ را به اضلاع $\frac{a}{2}$ ، $\frac{a}{2}$ و $b$ رسم می‌کنیم. $AO$ و $BO$ را به اندازه خودشان امتداد می‌دهیم تا رأس‌های $C$ و $D$ مشخص شوند. $ABCD$ متوازی‌الاضلاع مطلوب می‌باشد.                                        | $1) \frac{b}{2} + \frac{a}{2} > a$<br>$2) a + \frac{b}{2} > \frac{a}{2}$<br>$3) a + \frac{c}{2} > \frac{b}{2}$ |     |





|  |                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                               |                                         |
|--|----------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------|
|  | <p>در این حالت با هر دادهای می‌توان یک مستطیل رسم کرد.</p>     | <p>دو خط عمود بر هم رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در نقطه A قطع کنند. به مرکز A و شعاع a و b کمان‌هایی می‌زنیم تا این دو خط را در B و D قطع کنند. از B و D عمودهایی خارج می‌کنیم تا محل برخورد آنها، رأس C را مشخص کند. ABCD چهارضلعی مطلوب است.</p>               | <p>مستطیل با داشتن طول دو ضلع a و b</p> |
|  | <p>در این حالت با هر دادهای فقط یک لوزی می‌توان رسم کرد.</p>   | <p>ابتدا دو خط عمود بر هم l و l' را رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در O قطع کنند. به مرکز O و شعاع <math>\frac{a}{2}</math> و <math>\frac{b}{2}</math> کمان‌هایی می‌زنیم تا این دو خط را به ترتیب در (A و C) و (B و D) قطع کنند. لوزی ABCD، چهارضلعی مطلوب است.</p> | <p>لوزی با داشتن طول دو قطر a و b</p>   |
|  | <p>در این حالت با هر دایره‌ای فقط یک مربع می‌توان رسم کرد.</p> | <p>دو خط عمود بر هم l و l' را رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در O قطع کنند. به مرکز O و شعاع <math>\frac{a}{2}</math> دایره‌ای رسم می‌کنیم تا خطوط را در چهار نقطه قطع کند. ABCD مربع مطلوب است.</p>                                                                | <p>مربعی با داشتن طول قطر آن (a)</p>    |

## استدلال

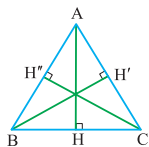
| انواع استدلال | تعریف                                                                                                                                                                                                                       |
|---------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| استقرایی      | روش نتیجه‌گیری کلی بر مبنای مجموعه محدودی از مشاهدات است.                                                                                                                                                                   |
| استنتاجی      | روش نتیجه‌گیری منطقی بر پایه حقایق که درستی آنها را از قبل پذیرفته‌ایم.                                                                                                                                                     |
| مثال نقض      | به مثالی که درست‌بودن یک حکم و ادعای کلی را رد کند، گفته می‌شود.                                                                                                                                                            |
| برهان خلف     | استدلالی که به جای این که به طور مستقیم از فرض به حکم برسیم، ابتدا درست‌بودن حکم را زیر سؤال می‌بریم. (یعنی فرض می‌کنیم که حکم غلط است) سپس به کمک اطلاعات مسئله به تناقض رسیده و به این نتیجه می‌رسیم که حکم درست می‌باشد. |

## استدلال استنتاجی

|                                                                               |             |
|-------------------------------------------------------------------------------|-------------|
| هر جمله خبری که دارای ارزش درست یا ارزش نادرست باشد را گزاره می‌نامند.        | گزاره       |
| گزاره‌ای که بتوان با منطق و استدلال استنتاجی آن را ثابت کرد، قضیه می‌نامند.   | قضیه        |
| اگر در یک قضیه جای فرض و حکم را عوض کنیم به آنچه حاصل می‌شود، عکس قضیه گویند. | عکس قضیه    |
| اگر یک قضیه، خودش و عکس آن برقرار باشد، آن را قضیه دوشرطی می‌نامیم.           | قضیه دوشرطی |

## همرسی‌های مثلث

|  |                                                                                                                                                                                                                          |
|--|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | <ul style="list-style-type: none"> <li>در هر مثلث، عمودمتصف‌ها همرس هستند و نقطه همرسی آنها از سه رأس مثلث به یک فاصله است.</li> <li>نقطه همرسی بسته به نوع مثلث می‌تواند داخل، روی محیط و یا خارج مثلث باشد.</li> </ul> |
|  | <ul style="list-style-type: none"> <li>در هر مثلث، نیمسازهای داخلی همرس هستند و نقطه همرسی آنها از سه ضلع مثلث به یک فاصله است.</li> <li>نقطه همرسی همواره داخل مثلث قرار دارد.</li> </ul>                               |



در هر مثلث ارتفاع‌ها هم‌رس هستند. محل هم‌رسی ارتفاع‌ها در مثلث حادالزاویه داخل مثلث، در مثلث قائم‌الزاویه روی رأس قائم و در مثلث منفرجه‌الزاویه بیرون مثلث قرار دارد.

### نامساوی‌های مثلث

| شکل | فرمول                                                             | قضیه                                                                                                                                             |
|-----|-------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|     | $\hat{C}_1 > \hat{A}$<br>$\hat{C}_1 > \hat{B}$                    | هر زاویه خارجی مثلث همواره از زاویه‌های داخلی غیرمجاورش بزرگ‌تر است.                                                                             |
|     | $b > c \Leftrightarrow \hat{B} > \hat{C}$                         | زاویه رو به ضلع بزرگ‌تر همواره، از زاویه رو به ضلع کوچک‌تر، بزرگ‌تر است.<br>عکس این قضیه نیز برقرار است.                                         |
|     | ۱) $a + b > c$<br>۲) $a + c > b$<br>۳) $b + c > a$                | مجموع طول دو ضلع مثلث همواره از ضلع سوم بزرگ‌تر است. (قضیه وجود مثلث)                                                                            |
|     | $c \leq \frac{1}{2}P \leq a \leq \frac{1}{2}P$<br>(محیط مثلث است) | در هر مثلث دلخواه، همواره رابطه زیر برقرار است:<br>(محیط) $\frac{1}{2}P < \frac{1}{2}P$ بزرگ‌ترین ضلع $\leq$ (محیط) $\frac{1}{2}P$ کوچک‌ترین ضلع |
|     | $\frac{P}{2} < MA + MB + MC < P$<br>(محیط مثلث است)               | اگر M نقطه‌ای دلخواه درون مثلث باشد، مجموع فواصل M از سه رأس مثلث، همواره بین محیط و نصف محیط مثلث می‌باشد.                                      |

### ماتریس و اعمال روی ماتریس‌ها

#### تعریف ماتریس

به چیدمان  $m \times n$  درایه، یک ماتریس از مرتبه  $m \times n$  می‌گوییم؛ مثلاً،

| ماتریس دارای ۲ سطر و ۳ ستون                                                                                                                  | ماتریس دارای ۲ سطر و ۳ ستون                                                                                                  | ماتریس دارای ۳ سطر و ۲ ستون                                                                     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $C_{ij} = \begin{cases} i+j & i \geq j \\ i-j & i < j \end{cases}$ $C = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}_{3 \times 2}$ | <p>ستون سوم</p> $B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 8 \\ 4 & 7 & 1 \end{bmatrix}_{2 \times 3}$ <p>درایه سطر دوم و ستون دوم = ۷</p> | <p>ستون اول</p> $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}_{2 \times 2}$ <p>سطر دوم</p> |

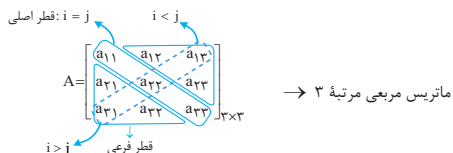


# مرورنامه آزمون آزمایشی خیل سبز

هندسه

## ماتریس مربعی

اگر در ماتریسی تعداد سطرها و تعداد ستون‌ها برابر باشد، آن را ماتریس مربعی می‌نامیم.



## ماتریس‌های مربعی خاص

| ماتریس صفر                                                             | ماتریس قطری                                         | ماتریس اسکالر                                                              | ماتریس همانی (واحد)                                        | ماتریس بالا مثلثی                                                        | ماتریس پایین مثلثی                                                       |
|------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------|
| $O = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$                     | $B = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}$ | $C = \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix}$                         | $I_2 = I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$   | $D = \begin{bmatrix} 4 & 7 & -1 \\ 0 & 2 & 6 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ | $E = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 5 & 1 & 0 \\ -4 & 3 & 6 \end{bmatrix}$ |
| همه درایه‌ها برابر صفر می‌باشد. البته ماتریس صفر می‌تواند مربعی نباشد. | همه درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی صفر است.          | درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی صفر و تمام درایه‌های قطر اصلی با هم برابرند. | درایه‌های قطر اصلی همگی عدد ۱ و بقیه درایه‌ها صفر می‌باشد. | درایه‌های زیر قطر اصلی همگی صفر است.                                     | درایه‌های بالای قطر اصلی همگی صفر است.                                   |

## تساوی دو ماتریس

دو ماتریس هم‌مرتبه را مساوی می‌گوییم، هرگاه درایه‌های آن‌ها نظریه‌نظیر با هم برابر باشد.

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} x & y \\ z & t \end{bmatrix} \quad A = B \Rightarrow \begin{cases} a = x, & b = y \\ c = z, & d = t \end{cases}$$

## جمع و تفریق و ضرب ماتریس‌ها

| ضرب دو ماتریس                                                                                                                                  | جمع و تفریق دو ماتریس                                                                 |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                                                                |                                                                                       |
| ماتریس اول را به صورت سطری و ماتریس دوم را به صورت ستونی دسته‌بندی می‌کنیم و هر یک از سطرهای ماتریس اول را در ستون‌های ماتریس دوم ضرب می‌کنیم. | برای جمع و تفریق دو ماتریس هم‌مرتبه، درایه‌های نظریه‌نظیر با هم جمع یا تفریق می‌شوند. |

شرط لازم برای این‌که دو ماتریس بتوانند در هم ضرب شوند، برابری تعداد ستون‌های ماتریس اول با سطرهای ماتریس دوم است:

$$A_{m \times n} \times B_{n \times p} = C_{m \times p}$$

## خواص اعمال جبری روی ماتریس

| ماتریس صفر عضو بی‌اثر در جمع ماتریس‌ها | جمع ماتریس‌ها شرکت‌پذیر است.                | عضو قرینه در جمع ماتریس‌ها                      | جمع ماتریس‌ها خاصیت جابه‌جایی دارد.                  |
|----------------------------------------|---------------------------------------------|-------------------------------------------------|------------------------------------------------------|
| $A + O = O + A = A$                    | $A + (B + C) = (A + B) + C$                 | $A + (-A) = (-A) + A = O$                       | $A + B = B + A$                                      |
| قابلیت حذف عدد غیر صفر                 | توزیع‌پذیری عدد روی جمع ماتریس              | ماتریس I عضو بی‌اثر در ضرب ماتریس‌ها            | توزیع‌پذیری در ضرب ماتریس‌ها                         |
| $rA = rB \xrightarrow{r \neq 0} A = B$ | $r(A \pm B) = rA \pm rB$                    | $AI = IA = A$                                   | $A \times (B \pm C) = (A \times B) \pm (A \times C)$ |
| ضرب ماتریس خاصیت جابه‌جایی ندارد.      | عدم نتیجه‌گیری در مورد صفر بودن ماتریس      | ضرب ماتریس‌ها خاصیت شرکت‌پذیری دارد.            | فاکتورگیری                                           |
| $AB \neq BA$                           | $AB = 0 \Leftrightarrow A \neq 0, B \neq 0$ | $A \times (B \times C) = (A \times B) \times C$ | $AB + AC = A(B + C)$<br>$BC + AC = (B + A)C$         |



## توان در ماتریس

$$A^T = A^T \times A = A \times A^T \text{ و } A^n = A \times A^{n-1} = A^{n-1} \times A$$

اگر  $A$  یک ماتریس مربعی باشد، داریم:

## چهار ماتریس خاص

| ماتریس متناوب                                                              | ماتریس پوچ توان                           | ماتریس خودتوان                | ماتریس خودضرب                         |
|----------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------|-------------------------------|---------------------------------------|
| $A^T = I \Rightarrow \begin{cases} A^{2n} = I \\ A^{2n+1} = A \end{cases}$ | $A^T = \bar{O} \Rightarrow A^n = \bar{O}$ | $A^T = A \Rightarrow A^n = A$ | $A^T = kA \Rightarrow A^n = k^{n-1}A$ |

تعریف، وقتی می‌گوییم دو ماتریس  $A$  و  $B$  تعویض پذیرند یعنی:

● ماتریس همانی با هر ماتریس مربعی هم مرتبه‌اش تعویض پذیر است.

● ضرب دو ماتریس قطری تعویض پذیر است.

## اتحادهای جبری در ماتریس

اگر دو ماتریس تعویض پذیر باشند، تمام اتحادهای جبری برای آن‌ها برقرار است:

|                                               |                       |
|-----------------------------------------------|-----------------------|
| $(A + B)^T = A^T + B^T + {}^TAB$              | اتحاد مربع دو جمله‌ای |
| $(A - B)(A + B) = A^T - B^T$                  | اتحاد مزدوج           |
| $(A + B)^T = A^T + {}^TA^TB + {}^TAB^T + B^T$ | اتحاد مکعب دو جمله‌ای |
| $(A - B)(A^T + AB + B^T) = A^T - B^T$         | اتحاد چاق و لاغر      |

## قضیه کیلی - همیلتون

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow A^T = (a+d)A - (ad-bc)I$$

اگر ماتریس  $A$  یک ماتریس  $2 \times 2$  باشد، داریم:

## ریاضیات گسسته و آمار و احتمال

## آمار و احتمال: فصل اول

گزاره، هر جمله خبری که در زمان حاضر درست یا نادرست باشد (حس‌های ریاضی هم گزاره‌اند).

گزاره‌نما، هر گزاره‌ای که دارای یک یا چند متغیر باشد و با انتخاب مقدار متغیرها درست یا نادرست شود.

دامنه: مجموعه مقادیر مجاز برای متغیر یک گزاره‌نما.

جواب: مجموعه‌ای از مقادیری که با قراردادن آن‌ها به جای متغیر، گزاره‌نما تبدیل به گزاره درست می‌شود.

ارزش، در یک گزاره، ارزش می‌تواند درست ( $T$ ) یا نادرست ( $F$ ) باشد.

● در  $n$  گزاره،  $2^n$  حالت برای ارزش داریم.

1 ترکیب گزاره‌ها:

| p | q | عطفی<br>$p \wedge q$ | فصلی<br>$p \vee q$ | شرطی<br>$p \Rightarrow q$ | دوشرطی<br>$p \Leftrightarrow q$ |
|---|---|----------------------|--------------------|---------------------------|---------------------------------|
| د | د | د                    | د                  | د                         | د                               |
| د | ن | ن                    | د                  | ن                         | ن                               |
| ن | د | ن                    | د                  | د                         | ن                               |
| ن | ن | ن                    | ن                  | د                         | د                               |

● عطفی، وقتی درست است که هر دو درست باشند.

● فصلی، وقتی درست است که حداقل یکی درست باشد.

● شرطی، اگر  $p$  نادرست باشد درست است (انتفای مقدم). هم چنین وقتی  $p$  و  $q$  هر دو درست باشند هم درست است.

● دوشرطی، وقتی درست است که  $p$  و  $q$  هم ارزش باشند.



# مرورنامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

## آمار و احتمال

۲) نقیض یک گزاره،

| گزاره | $\sim p \vee q$ یا $p \Rightarrow q$ | $p \Leftrightarrow q$      | $p \vee q$             | $p \wedge q$         |
|-------|--------------------------------------|----------------------------|------------------------|----------------------|
| نقیض  | $p \wedge \sim q$                    | $\sim p \Leftrightarrow q$ | $\sim p \wedge \sim q$ | $\sim p \vee \sim q$ |

$$(p \wedge q) \vee (p \wedge r) \equiv p \wedge (q \vee r)$$

۳) خاصیت فاکتورگیری / پخش کردن،

$$\left. \begin{array}{l} ۱) p \vee (p \wedge r) \equiv p \\ ۲) p \wedge (p \vee r) \equiv p \end{array} \right\}$$

۴) خاصیت جذب،

$$p \Rightarrow q \equiv \sim q \Rightarrow \sim p$$

۵) عکس نقیض گزاره،

## ریاضیات گسسته: فصل اول

### استدلال ریاضی

#### مثال نقض -

روش استفاده، با یک مثال نشان دهیم حکم کلی نادرست است.

| مثال نقض                                                      | حکم نادرست                                                        |
|---------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|
| $n = 5$ (عدد $3^{32} + 1$ به ۶۴۱ می خورد.)                    | $3^{3n} + 1$ اول است.                                             |
| اعداد $2^k$ (مثل ۴، ۸، ...) )                                 | هر عدد طبیعی $n > 2$ جمع اعداد متوالی است.                        |
| $ZUW = ZUN \not\Rightarrow W = N$                             | $A \cup B = A \cup C \Rightarrow B = C$                           |
| $x = \frac{1}{2}$                                             | $\forall x \in \mathbb{R}; x^2 \geq x$                            |
| مثلث با یک زاویه باز                                          | ارتفاع مثلث درون آن است.                                          |
| $\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{(1-\sqrt{2})}{2} = 1$             | جمع دو عدد گنگ، گنگ است.                                          |
| $\cdot x \sqrt{3} = 0$                                        | ضرب عدد گویا در گنگ، گنگ است.                                     |
| $n = 3 \Rightarrow 4^3 + 1 = 65$                              | عدد $4^n + 1$ اول است.                                            |
| $12 \mid 6 \not\Rightarrow 12 \mid 6^2$                       | اگر مربع عددی به ۱۲ بخش پذیر باشد، خود عدد هم به ۱۲ بخش پذیر است. |
| $10 \mid 4 \times 5 \not\Rightarrow 10 \mid 5$ یا $10 \mid 4$ | اگر $a \mid bc$ ، آن گاه $a \mid b$ یا $a \mid c$ .               |

#### اثبات مستقیم -

روش کار، با مدل سازی ریاضی، از فرض شروع می کنیم و با طی مراحل ریاضی به حکم می رسیم.

| بیان صورت حکم | عدد طبیعی | عدد زوج | عدد فرد | دو عدد متوالی | دو عدد فرد متوالی | دو عدد زوج متوالی |
|---------------|-----------|---------|---------|---------------|-------------------|-------------------|
| بیان ریاضی    | $n$       | $2k$    | $2k+1$  | $n, n+1$      | $2k-1$ و $2k+1$   | $2k$ و $2k+2$     |

حکم های مهم که با استنتاج (اثبات مستقیم) ثابت می شوند:

۱) مربع هر عدد فرد از مضرب ۸ یک واحد بیشتر است.

۲) جمع سه عدد متوالی مضرب ۳ است.

۳) جمع دو عدد فرد متوالی مضرب ۴ است.

۴) اگر  $k$  ضرب دو عدد طبیعی متوالی باشد  $4k+1$  مربع کامل است.



### - بررسی تمام حالات -

روش کار، در مسائلی که حالت‌های محدودی داریم، مثلاً زوج یا فرد یا مثلاً باقی‌مانده بر ۳ که می‌تواند ۰ یا ۱ یا ۲ باشد، تمامی حالت‌ها را بررسی می‌کنیم. حکم‌های مهمی که با این روش اثبات می‌شوند:

- ۱ اگر  $\frac{n^2(n+1)^2}{4}$  زوج باشد، آن گاه باقی‌مانده تقسیم بر ۴، یا صفر یا ۳ است.
- ۲ مربع هر عدد یا مضرب ۹ است یا به صورت  $4q+1$  (هیچ مربع کاملی  $4q+2$  نیست).
- ۳ هر عدد اول  $p > 5$  به صورت  $6k \pm 1$  است.
- ۴ اگر  $ab$  فرد باشد،  $a+b$  زوج است.

### - برهان خلف -

شیوه اثبات، استفاده از هم‌ارزی ( $p \Rightarrow q \equiv \sim q \Rightarrow \sim p$ )

مراحل استدلال: فرض می‌کنیم حکم درست نیست و نشان می‌دهیم که با این فرض به تناقض می‌رسیم. پس خود حکم باید درست باشد. این روش اثبات غیرمستقیم است. احکامی که با برهان خلف ثابت می‌شوند:

- ۱  $\sqrt{2}$  گنگ است.
- ۲ اگر  $\alpha$  و  $\beta$  گنگ و  $\alpha + 2\beta$  گویا باشد،  $\alpha - \beta$  گنگ است.
- ۳ اگر  $x$  گنگ باشد،  $\frac{1}{x}$  هم گنگ است.
- ۴ اگر  $n^2$  مضرب ۳ باشد  $n$  مضرب ۳ است.
- ۵ اگر اعداد  $x_1, x_2, x_3$  و  $y_1, y_2$  همان اعداد، ولی به ترتیب دیگری باشند، آن گاه  $(x_1 - y_1)(x_2 - y_2)(x_3 - y_3)$  حتماً زوج است.
- ۶ جمع یک عدد گویا و یک عدد گنگ، گنگ است.
- ۷ اگر عدد مثبت  $x$  گنگ باشد،  $\sqrt{x}$  هم گنگ است.

### - اثبات بازگشتی -

روش اثبات، از خود حکم شروع می‌کنیم و با طی مراحل ریاضی برگشت‌پذیر، به رابطه‌ای می‌رسیم. اگر این رابطه همواره درست باشد، خود حکم هم درست است. اگر این رابطه درست نباشد، خود حکم هم درست نیست. احکامی که بازگشتی اثبات می‌شوند:

- ۱  $a, b > 0 \Rightarrow \frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$
- ۲  $ab > 0 \Rightarrow \frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$
- ۳  $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + xz$
- ۴  $\frac{x}{1+x^2} \leq \frac{1}{2}$
- ۵ رابطه  $\sqrt{x+y} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$  برای دو عدد مثبت  $x$  و  $y$  همواره درست نیست.

### سورها

۱ سورها:

| عمومی                                              | وجودی                                                                        | صفر                                            |
|----------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------|
| $\forall x; P(x)$<br>یعنی به ازای هر $x$ درست است. | $\exists x; P(x)$<br>یعنی برای مقادیر خاصی از $x$ درست است ( $x$ وجود دارد). | $\neg \exists x; P(x)$<br>یعنی هرگز درست نیست. |

۲ نقیض یک گزاره:

| گزاره | $\neg p \vee q \Rightarrow q$ | $p \Leftrightarrow q$      | $p \vee q$             | $p \wedge q$         | $\exists x; P(x)$      | $\forall x; P(x)$      |
|-------|-------------------------------|----------------------------|------------------------|----------------------|------------------------|------------------------|
| نقیض  | $p \wedge \sim q$             | $\sim p \Leftrightarrow q$ | $\sim p \wedge \sim q$ | $\sim p \vee \sim q$ | $\forall x; \sim P(x)$ | $\exists x; \sim P(x)$ |

### چبر مجموعه‌ها

$$(\forall x \in A \Rightarrow x \in B \Rightarrow A \subseteq B)$$

۳ زیرمجموعه، اگر هر عضو  $A$  در  $B$  باشد، می‌نویسیم:

۴ تعداد زیرمجموعه، مجموعه  $A$ ،  $2^n$  زیرمجموعه دارد. تعداد زیرمجموعه‌های  $A$  عضوی برابر  $\binom{n}{k}$  است.



|              |   |   |   |    |    |
|--------------|---|---|---|----|----|
| $n(A)$       | ۱ | ۲ | ۳ | ۴  | ۵  |
| تعداد افزایش | ۱ | ۲ | ۵ | ۱۵ | ۵۲ |

$$\frac{n!}{n_1! n_2! \dots \times (\text{تعداد تکرار})!}$$

۵) افزایش مجموعه، تفکیک مجموعه A به زیرمجموعه‌های ناتپی و جدا از هم که اجتماعشان کل A شود.

تعداد حالت‌های افزایش A به زیرمجموعه‌های  $n_1$  و  $n_2$  و ... عضوی برابر است با:

۶) تساوی مجموعه‌ها، اگر  $B=A$  باشد داریم:  $B \subseteq A$ ,  $A \subseteq B$  در مجموعه‌ها ترتیب و تکرار اعضا مهم نیست.

## فیزیک

### پایه دهم

### فصل اول: فیزیک و اندازه‌گیری

#### ۱- فیزیک دانش بنیادی -

##### نکته

فیزیک‌دانان می‌کوشند الگو و نظم خاصی میان پدیده‌های فیزیکی بیابند و برای توصیف این پدیده‌ها اغلب از قانون، مدل‌ها و نظریه‌های فیزیکی استفاده می‌کنند.

##### نکته

مدل‌ها و نظریه‌های فیزیکی همواره ثابت نیستند و نتایج آزمایش‌های جدید ممکن است منجر به بازنگری مدل‌ها و نظریه‌ها شود. (مانند مدل‌های اتمی)

##### نکته

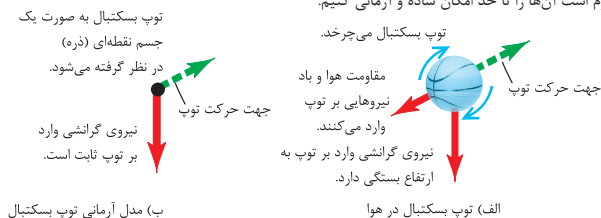
ویژگی آزمون‌پذیری و اصلاح نظریه‌های فیزیکی، نقطه قوت دانش فیزیک است.

##### نکته

تفکر نقادانه و اندیشه‌ورزی فعال بیشترین نقش را در تکامل علم فیزیک دارد.

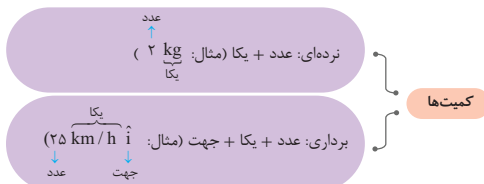
#### ۲- مدل‌سازی در فیزیک -

برای بررسی پدیده‌های فیزیکی، لازم است آن‌ها را تا حد امکان ساده و آرمانی کنیم.



#### ۳- اندازه‌گیری و کمیت‌های فیزیکی -

برای بیان نتایج اندازه‌گیری‌ها، از عدد و یکای مناسب آن استفاده می‌کنیم:



##### نکته

جابه‌جایی، سرعت، شتاب، نیرو، تکانه، میدان الکتریکی، میدان مغناطیسی کمیت‌های برداری (در سطح کنکور) و سایر کمیت‌ها نرده‌ای هستند.

#### ۴- اندازه‌گیری و دستگاه بین‌المللی یکا -

برای انجام اندازه‌گیری به یکاهایی نیاز است که تغییر نکنند و دارای قابلیت بازتولید در مکان‌های مختلف باشند.





## نکته

کمیت‌های فیزیکی به دو دسته اصلی و فرعی هم طبقه‌بندی می‌شوند.

اصلی: طول (m) - جرم (kg) - زمان (s) - دما (K) - مقدار ماده (mol) - جریان الکتریکی (A) - شدت روشنایی (cd)

## کمیت‌ها

اسمش رو گذاشتن نیوتون (N)

فرعی: هر یکا غیر از یکاهای اصلی (مانند: سرعت (m/s) - نیرو ( $\frac{kg \cdot m}{s^2}$ )

طول، یکای آن متر (m)

یک ده میلیونیم فاصله استوا تا قطب شمال  $\leftarrow ۱۹۶۰ \text{ م}$   
 فاصله میان دو خط در دو سر میلیلهای از جنس آلیاژ پلاتین - ایریدیوم در دمای صفر درجه سلسیوس  $\leftarrow ۱۹۸۳ \text{ م}$  مسافتی که نور در مدت زمان  $\frac{1}{۲۹۹۷۹۲۴۵۸} \text{ s}$  طی می‌کند.

## نکته

یکای نجومی فاصله زمین تا خورشید ( $1 \text{ AU} = 1.5 \times 10^{11} \text{ m}$ )  
 سال نوری (y): مسافتی که نور در مدت یک سال طی می‌کند.

جرم، یکای آن کیلوگرم (kg)

جرم استوانه‌ای فلزی از جنس آلیاژ پلاتین - ایریدیوم که در دو حباب شیشه‌ای قرار دارد.

زمان، یکای آن ثانیه (s)

$\frac{1}{۸۶۴۰۰}$  میانگین یک روز خورشیدی  $\leftarrow ۱۳۴۶ \text{ ش}$  ارتعاش اتم سزیم و نور گسیل شده از آن (ساعت‌های اتمی)

## ۵- پیشوند یکاها -

پیشوندهای پرکاربرد را در جدول زیر می‌بینید:

|                     |                     |                           |
|---------------------|---------------------|---------------------------|
| $۱۰^{-۱۲}$ پیکو (p) | $۱۰^{-۹}$ نانو (n)  | $۱۰^{-۶}$ میکرو ( $\mu$ ) |
| $۱۰^{-۳}$ میلی (m)  | $۱۰^{-۲}$ سانتی (c) | $۱۰^{-۳}$ کیلو (k)        |
| $۱۰^۶$ مگا (M)      | $۱۰^۹$ گیگا (G)     | $۱۰^{۱۲}$ تِرا (T)        |

## ۶- تبدیل یکاها -

روش زنجیره‌ای:  $۱ \frac{kg \cdot m}{s^2} = ? \frac{g \cdot mm}{min^2} \Rightarrow ۱ \frac{kg \cdot m}{s^2} \times \frac{۱۰۰۰ g}{۱ kg} \times \frac{۱۰۰۰ mm}{۱ m} \times \left(\frac{۶۰ s}{۱ min}\right)^2 = ۳۶ \times ۱۰^۸ \frac{g \cdot mm}{min^2}$

## تغییر در یکاها

روش معادله‌ای: یکاهای مبدأ را بر یکاهای مقصد تقسیم می‌کنیم:  
 $۱ \text{ kg} / \text{m}^3 = ? \text{ g} / \text{cm}^3 \Rightarrow \frac{۱ kg}{cm^3} = \frac{۱۰^۳ g}{(۱۰^{-۲} m)^3} = ۱۰^{-۳} \Rightarrow ۱ \text{ kg} / \text{m}^3 = ۱۰^{-۳} \text{ g} / \text{cm}^3$

## ۷- سازگاری یکاها -

در روابط فیزیکی، یکاهای دو طرف یک رابطه باید معادل هم باشند.

الف)  $۳ \frac{g \cdot mm^3}{h^2} \neq ۳ \text{ N}$  (❌)

ب)  $۳ \frac{kg \cdot m}{s^2} = ۳ \text{ N}$  (✅)

توجه: به دو رابطه دقت کنید:

## نکته

انواع مختلف یکاها می‌توانند در هم ضرب یا تقسیم شوند، ولی فقط یکاهای یکسان می‌توانند با هم جمع یا تفریق شوند.



# مرورنامه آزمون آزمایشی خیل سبز

## فیزیک

### ۸- نمادگذاری علمی

عدد صحیح مثبت یا منفی  
 $a \times 10^n \leftarrow$  عددی بین  $10^{-1}$  تا  $10^1$   
 $1 \leq a < 10$

### ۹- اندازه‌گیری و دقت وسیله‌های اندازه‌گیری

قطعی‌تی در اندازه‌گیری‌ها نداریم و همواره مقداری خطا وجود دارد.

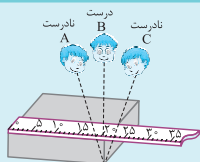
#### نکته

عوامل مؤثر در دقت اندازه‌گیری:

۱) دقت وسیله اندازه‌گیری

۲) مهارت شخص آزمایشگر

باید به سطح وسیله اندازه‌گیری به طور عمود نگاه کنیم.



اندازه واقعی کمیت مورد نظر این جاست.  
 کمیتی که اندازه‌گیری می‌شود.  
 این نتیجه را در میانگین‌گیری در نظر نمی‌گیریم.

۳) تعداد دفعات اندازه‌گیری: چند بار اندازه‌گیری کرده و میانگین می‌گیریم. در میانگین‌گیری داده پرت (داده‌ای که با بقیه اختلاف زیاد دارد) را حذف می‌کنیم.

#### نکته

کمینه درجه‌بندی این خط‌کش ۱mm است.  
 دقت این خط‌کش ۱mm است.



31.2 °C

دقت این وسیله  $0.1^\circ\text{C}$  است.

ابزارهای مدرج ← کمینه درجه‌بندی

دقت اندازه‌گیری

ابزارهای دیجیتالی ← یک واحد از آخرین رقم نشان داده شده

### ۱۰- چگالی

مقدار جرم در حجم معینی از ماده که از رابطه روبه‌رو حساب می‌شود:

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow \left( \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) \leftarrow \left( \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)$$

#### نکته

$$1 \text{ g/cm}^3 = 1000 \text{ kg/m}^3$$

#### نکته

اگر درون جسم حفره (فضای خالی) وجود داشته باشد، از رابطه زیر کمک می‌گیریم:

جرم بعد از ایجاد حفره  
 $\rho = \frac{m}{V - V'} \leftarrow$  چگالی ماده سازنده  
 حجم ظاهری

#### نکته

اگر چند ماده را با هم مخلوط کنیم، برای محاسبه چگالی از رابطه زیر کمک می‌گیریم:

$$\rho = \frac{m_{\text{کل}}}{V_{\text{کل}}} = \frac{m_1 + m_2 + \dots}{V_1 + V_2 + \dots}$$

#### نکته

اگر در مسئله فقط جرم و چگالی بیان شود. اگر در مسئله فقط حجم و چگالی بیان شود.

$$\rho = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2 + \dots}{V_1 + V_2 + \dots}$$

$$\rho = \frac{m_1 + m_2 + \dots}{\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2} + \dots}$$



## فصل دوم: ویژگی‌های فیزیکی مواد

### ۱- حالت‌های ماده

#### نکته

اندازهٔ آنها یک تا چند آنگستروم ( $1\text{Å} = 10^{-10}\text{m}$ ) است و حالت ماده به چگونگی حرکت این ذره‌ها و اندازهٔ نیروی بین آن‌ها بستگی دارد.

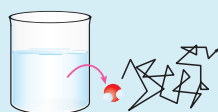
#### نکته

| فاصله ذرات         | تراکم‌پذیری  | حرکت ذره‌های سازنده                | نیروی بین مولکولی           | جامدات |
|--------------------|--------------|------------------------------------|-----------------------------|--------|
| حدوداً $1\text{Å}$ | تراکم‌ناپذیر | در محل ثابت و دارای ارتعاش و نوسان | قوی و از نوع نیروی الکتریکی |        |
| حدوداً $1\text{Å}$ | تراکم‌ناپذیر | روی هم می‌لغزند.                   | قوی (اندکی کم‌تر از جامدات) | مایعات |
| $35\text{Å}$       | تراکم‌پذیر   | آزادانه به هر طرف                  | ضعیف                        | گازها  |

بلورین: اتم‌ها در طرح‌های منظم و تکرارشونده (نمک‌ها، فلزها، مواد معدنی، الماس، آبی که آهسته سرد شود).  
بی‌شکل (آمورف): اتم‌ها و مولکول‌ها طرح منظم ندارند (شیشه، قیر، آبی که به سرعت سرد شود).

#### انواع جامدات

#### نکته



پدیدهٔ پخش، حرکت نامنظم مولکول‌های آب و برخورد آن‌ها با موادی مثل جوهر مایعات  
حرکت بروانی، حرکات نامنظم یک شاره که باعث ایجاد  
پدیدهٔ پخش می‌شود.  
پخش جوهر در آب ← تند  
گازها  
پخش عطر در هوا ← تندتر

### ۲- نیروهای بین مولکولی

الف) نیروی هم‌چسبی، نیروی بین مولکول‌های همسان که نیرویی کوتاه‌برد است.

جاذبه: فاصلهٔ بین مولکول‌ها در حال افزایش

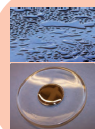
دافعه: فاصلهٔ بین مولکول‌ها در حال کاهش

#### تراکم‌ناپذیری

کشش سطحی، نیروی هم‌چسبی (ربایشی) بین مولکول‌های سطح مایع (نشستن حشرات روی آب، کروی بودن قطرات آب در حال سقوط)

ب) نیروی دگرچسبی، نیروی جاذبهٔ بین مولکول‌های دو مادهٔ مختلف

#### ترشوندگی:



نثر

نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های مایع و جامد < نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های مایع → نمی‌کند

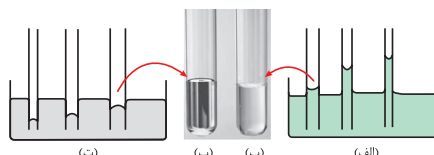
نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های مایع و جامد > نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های مایع → نمی‌کند

اثر موینگی: بالا یا پایین رفتن مایع در لوله‌های بسیار نازک (لوله‌هایی با قطر حدود  $0.1\text{mm}$ )

بالا رفتن مایع: نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های مایع و لوله < نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های مایع، مثل آب و لولهٔ شیشه‌ای

پایین رفتن مایع: نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های مایع و لوله > نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های مایع، مثل جیوه و لولهٔ شیشه‌ای یا آب و لولهٔ شیشه‌ای چرب

#### مایع در لوله





# مرورنامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

## فیزیک

### ۳- فشار در جامدات -

نیروی عمودی وارد بر سطح (N)  $\rightarrow F$   $\rightarrow P = \frac{F}{A}$  فشار (Pa) و کمیت نردهای  
مساحت سطح (m<sup>2</sup>)  $\rightarrow A$

فشار در جامدات از رابطه روبهرو حساب می‌شود:

### نکته

یکای فرعی فشار:

$$Pa = \frac{N}{m^2} = \frac{\frac{kg \cdot m}{s^2}}{m^2} = \frac{kg}{m \cdot s^2}$$

### نکته

در محاسبه فشار جامدات، سه حالت زیر بیشتر نمود پیدا می‌کند:

| بدون نیروی خارجی                 | اعمال نیروی خارجی                          | دو یا چند جسم به روی هم                          |
|----------------------------------|--------------------------------------------|--------------------------------------------------|
|                                  |                                            |                                                  |
| $P = \frac{F}{A} = \frac{mg}{A}$ | $P = \frac{F_{net}}{A} = \frac{mg + F}{A}$ | $P = \frac{F_{net}}{A} = \frac{(m_1 + m_2)g}{A}$ |

### ۴- فشار در مایع‌های ساکن -

فشار در مایعات از رابطه روبهرو به دست می‌آید:

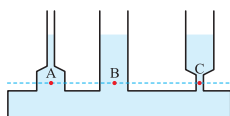
$$P = \frac{F}{A} = \frac{mg}{A} = \frac{\rho V g}{A} = \rho h g$$

ارتفاع مایع (m)  $\rightarrow h$   
شتاب گرانش زمین (N/kg)  $\rightarrow g$   
چگالی مایع (kg/m<sup>3</sup>)  $\rightarrow \rho$

| رابطه                                                                           | شکل |                                    |
|---------------------------------------------------------------------------------|-----|------------------------------------|
| فشار هوا در سطح مایع ( $P_0 = 10^5 Pa$ )<br>$P_M = \rho g h + P_0$<br>فشار مایع |     | فشار مایع با در نظر گرفتن فشار هوا |
| $P_M = \rho g h + P_0 + \frac{mg}{A}$<br>فشار ناشی از جسم جامد روی مایع         |     | فشار کل                            |
| $\Delta P = \rho g \Delta h$<br>( $\Delta H = h_r - h_1$ )                      |     | اختلاف فشار بین دو نقطه            |
| $P_M = \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2 + P_0$                                       |     | فشار ناشی از چند مایع              |

### ۵- فشار در نقاط هم‌تراز -

(شکل ظرف اهمیتی ندارد.)  $P_A = P_B = P_C$

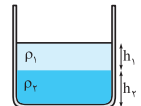
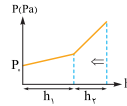


# مرورنامه آزمون آزمایشی خیلی سبز



## ۶- نمودار فشار در مایعات بر حسب ارتفاع -

سطح مایع فقط فشار هوا را داریم.



### نکته

شیب نمودار برابر  $\rho g$  است.

### نکته

$\rho_2 > \rho_1$  پس شیب قسمت دوم نمودار باید بیشتر از قسمت اول باشد.

## ۷- لوله‌های لاشکل -

سه مدل زیر نمود بیشتری در مسائل پیدا می‌کنند. خوب دقت کن.

| ۱) قطر دو سر لوله ثابت و بدون تغییر در حالت مایع‌ها                            | ۲) قطر دو سر لوله ثابت، اما در وضعیت قرارگیری مایع‌ها تغییری ایجاد می‌شود.                                                              | ۳) قطر دو سر لوله متفاوت و تغییر در وضعیت اولیه مایع‌ها                                                                                                                                                       |
|--------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                |                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                               |
| <p>تکنیک</p> $P_B = P_A$ $\Rightarrow \rho_2 g h_2 + P_1 = \rho_1 g h_1 + P_1$ | <p>تکنیک</p> <p>۱) حتماً شکل جدید رسم کنید تا پس از تغییر ارتفاع‌ها وضعیت مایع‌ها رو ببینید.</p> <p>۲) سپس مانند تکنیک ۱ پیش بروید.</p> | <p>تکنیک</p> <p>۱) حجم مایع جابه‌جا شده در دو طرف لوله برابر است.</p> $V_A = V_B \Rightarrow h_A A_A = h_B A_B$ $\Rightarrow \frac{h_A}{h_B} = \frac{A_B}{A_A}$ <p>۲) به تکنیک‌های ۱ و ۲ هم حواستون باشه.</p> |

## ۸- مقایسه نیروی وارد بر کف ظرف -

| $F > W$ | $F < W$ | $F = W$ |
|---------|---------|---------|
|         |         |         |

$F$ : نیروی وارد بر کف ظرف از طرف مایع  $W$ : وزن مایع

### نکته

نیروی وارد بر سطح از طرف ظرف برابر وزن مایع است. (وزن ظرف صرف نظر شده)

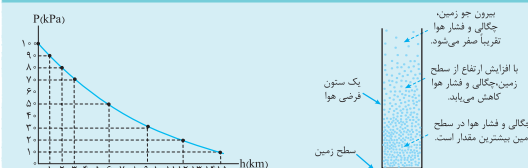
## ۹- فشار هوا -

چگالی هوا در ارتفاعات پایین ( $\text{kg/m}^3$ )

اختلاف ارتفاع ( $m$ )  $\Delta P = \rho g \Delta h$  ← اختلاف فشار هوا در ارتفاعات کم ( $P_0$ )  
شتاب گرانش ( $\text{N/kg}$ )

### نکته

چگالی هوا با افزایش ارتفاع کاهش پیدا می‌کند. (کاهش ذرات هوا)

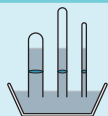


## ۱۰- فشارسنج هوا (بارومتر) -

| شکل نمونه | (۱) لوله بارومتر صاف یا کج در مایع فروخته شده                                                                                        | (۲) در فضای محبوس لوله بارومتر گازی وجود دارد.                                | (۳) فضای خالی در لوله بارومتر وجود ندارد.                                                                          |
|-----------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|           |                                                                                                                                      |                                                                               |                                                                                                                    |
| تکنیک     | $P_A = P_B = 0 \Rightarrow \rho g l \sin \alpha = P_B$<br>فشار هوا<br>تکته، هر دو شکل $(l \sin \theta)$ به ما ارتفاع مایع را می‌دهد. | $P_A + P_{\text{گاز}} = P_B$<br>$\Rightarrow \rho g h + P_{\text{گاز}} = P_c$ | تکته، مایع در لوله بارومتر ممکن است به نقطه C فشار وارد کند.<br>$P_C + P_A = P_B \Rightarrow P_C + \rho g h = P_c$ |

### نکته

آزمایش تورچلی، نشان می‌دهد در بارومتر قطر لوله در ارتفاع مایع بالامده تأثیر ندارد.



## ۱۱- فشارسنج شاره‌ها (مانومتر) -

| شکل نمونه | فشار گاز بیشتر از فشار هوا             | فشار گاز کمتر از فشار هوا              |
|-----------|----------------------------------------|----------------------------------------|
|           |                                        |                                        |
| رابطه     | ستون مایع $P_c + P_{\text{گاز}} = P_c$ | ستون مایع $P_c = P_c + P_{\text{گاز}}$ |

### نکته

فشار مطلق  $(P_g)$  :  $-P_c = P_g$  فشار مطلق

فشار مطلق: فشار شاره یا در نظر گرفتن  $P_c$

## ۱۲- نیروی شناوری -

به دلیل اختلاف فشار در نقاط مختلف جسم، نیرویی بالاسو به جسم وارد می‌شود که به آن نیروی شناوری می‌گویند  $(F_b)$ .

| وضعیت              | توضیحات                                                                                      | مقایسه نیروی وزن جسم و $F_b$ | مقایسه چگالی‌ها              | شکل نمونه |
|--------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------|------------------------------|-----------|
| شناوری             | جسم در سطح شاره شناور است و بخشی از آن در شاره فرو رفته است.                                 | $F_b = mg$                   | شاره $<$ $\rho_{\text{جسم}}$ |           |
| غرق شدن (فرو رفتن) | جسم، کامل در شاره فرو رفته و در حال پایین رفتن است.                                          | $F_b < mg$                   | شاره $>$ $\rho_{\text{جسم}}$ |           |
| غوطه‌وری           | جسم، کامل در شاره فرو رفته و رها شده، ولی نه بالا می‌رود و نه پایین می‌آید (عملاً ساکن است). | $F_b = mg$                   | شاره $=$ $\rho_{\text{جسم}}$ |           |
| بالا رفتن          | جسم درون شاره رها شده و رو به بالا حرکت می‌کند.                                              | $F_b > mg$                   | شاره $<$ $\rho_{\text{جسم}}$ |           |

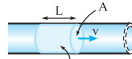
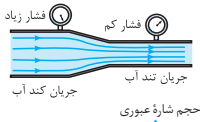
# مرورنامه آزمون آزمایشی خیلی سبز



## ۱۳- شاره در حرکت و اصل برنولی -

● اصل برنولی: اگر تندی شاره افزایش یابد، فشار آن کاهش می‌یابد و بالعکس.

● آهنگ شارش شاره:

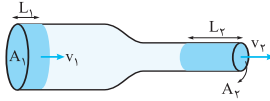


حجم این بخش شاره برابر  $AL$  است.

یکای:  $\frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{AL}{\Delta t} = Av \text{ (m}^3/\text{s)}$

آهنگ شارش شاره:

● معادله پیوستگی: در لوله‌ای با سطح مقطع متفاوت، باید مقدار جرم عبوری شاره در بازه زمانی یکسان، از دو سر لوله برابر باشد.



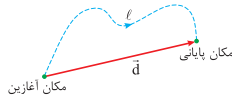
$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

## پایه دوازدهم

## فصل اول: بخشی از شناخت حرکت

### - مسافت و جابه‌جایی -

| مسافت ( $\ell$ )               | جابه‌جایی ( $\vec{d}$ )                                   |
|--------------------------------|-----------------------------------------------------------|
| طول مسیر طی شده                | پارہ خط جهتی که مکان آغازین را به مکان پایانی وصل می‌کند. |
| از جنس طول، یکا در SI: متر (m) | از جنس طول، یکا در SI: متر (m)                            |
| به مسیر حرکت بستگی دارد.       | به مسیر حرکت بستگی ندارد.                                 |
| نرده‌ای، جهت ندارد.            | بردار، جهت دارد.                                          |
| همواره                         | همواره                                                    |
| $\ell \geq d$                  |                                                           |



● شرط برابری مسافت با اندازه جابه‌جایی:

ثانیاً: جهت حرکت عوض نشود.

اولاً: حرکت روی خط راست باشد.

### - تندی متوسط و سرعت متوسط -

| تندی متوسط                       | سرعت متوسط                                |
|----------------------------------|-------------------------------------------|
| مسافت طی شده در واحد زمان        | جابه‌جایی در واحد زمان                    |
| $s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t}$ | $\vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t}$ |
| یکا در SI: متر بر ثانیه (m/s)    | یکا در SI: متر بر ثانیه (m/s)             |
| نرده‌ای، جهت ندارد.              | بردار، جهت دارد.                          |
| به مسیر حرکت بستگی دارد.         | به مسیر حرکت بستگی ندارد.                 |

## نکته

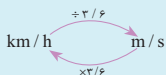
چند نکته:

۱) همواره:  $s_{av} \geq |\vec{v}_{av}|$

۲) شرط برابری تندی متوسط با اندازه سرعت متوسط (همان شرط‌های برابری مسافت و اندازه جابه‌جایی):  
ثانیاً: جهت حرکت تغییر نکند.

اولاً: حرکت روی خط راست باشد.

۳) کیلومتر بر ساعت (km/h)، یکای متداول دیگر سرعت است.



$$18 \text{ (km/h)} = 5 \text{ m/s} \text{ و } 36 \text{ (km/h)} = 10 \text{ m/s و } 54 \text{ km/h} = 15 \text{ m/s و } 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$$

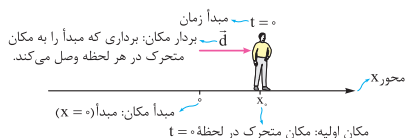




# مرورنامه آزمون آزمایشی خیل سبز

## فیزیک

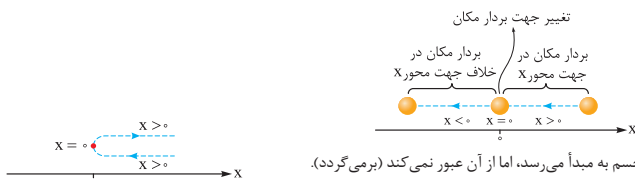
### حرکت روی محور x -



معادله مکان - زمان،  
تابعی که ورودی آن زمان (t) و خروجی آن مکان (X) است:  $X = f(t)$

| موقعیت متحرک                | علامت X | جهت بردار مکان                                          |
|-----------------------------|---------|---------------------------------------------------------|
| جسم در Xهای مثبت قرار دارد. | $X > 0$ | به سمت راست<br>در جهت محور X<br>(در جهت مثبت محور X)    |
| جسم در Xهای منفی قرار دارد. | $X < 0$ | به سمت چپ<br>در خلاف جهت محور X<br>(در جهت منفی محور X) |

تغییر جهت بردار مکان  $\leftrightarrow$  عبور متحرک از مبدأ  $\leftrightarrow$  X برابر صفر شده و علامت آن عوض شود.

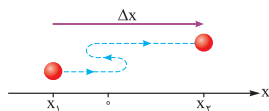


**تذکر** اگر X برابر صفر شده ولی علامت آن عوض نشود، جسم به مبدأ می‌رسد، اما از آن عبور نمی‌کند (برمی‌گردد).

### چند اصطلاح زمانی مهم

| اصطلاح          | معنی (تمام مقادیر برحسب ثانیه هستند.)            | مثال                                                      |
|-----------------|--------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|
| $t = k$         | یعنی لحظه‌ای که زمان سنج مقدار k را نشان می‌دهد. | لحظه $t = 2s$ یعنی لحظه‌ای که زمان سنج 2s را نشان می‌دهد. |
| ثانیه nام       | یعنی بازه زمانی $t_1 = n-1$ تا $t_2 = n$         | ثانیه چهارم یعنی بازه زمانی $t_1 = 3s$ تا $t_2 = 4s$      |
| ثانیه اول m     | یعنی بازه زمانی $t_1 = 0$ تا $t_2 = m$           | 8 ثانیه اول یعنی بازه زمانی $t_1 = 0$ تا $t_2 = 8s$       |
| ثانیه mام       | یعنی بازه زمانی $t_1 = m(n-1)$ تا $t_2 = mn$     | 3 ثانیه چهارم یعنی بازه زمانی $t_1 = 9s$ تا $t_2 = 12s$   |
| شروع ثانیه nام  | یعنی لحظه $t = n-1$                              | شروع ثانیه ششم یعنی لحظه $t = 5s$                         |
| پایان ثانیه nام | یعنی لحظه $t = n$                                | پایان ثانیه ششم یعنی لحظه $t = 6s$                        |

### جابجایی در حرکت روی محور x



$$\Delta x = x_2 - x_1$$

| نکته                                | شکل                            | علامت $\Delta x$ | جهت بردار جابجایی                                     |
|-------------------------------------|--------------------------------|------------------|-------------------------------------------------------|
| مسیر حرکت<br>هر چیزی می‌تواند باشد. | جسم به سمت راست جابجا شده.<br> | $\Delta x > 0$   | به سمت راست<br>در جهت محور X<br>در جهت مثبت محور X    |
|                                     | جسم به سمت چپ جابجا شده.<br>   | $\Delta x < 0$   | به سمت چپ<br>در خلاف جهت محور X<br>در جهت منفی محور X |

### سرعت متوسط در حرکت روی محور x

جابجایی: متر (m)  $\rightarrow \Delta x$  ← سرعت متوسط: متر بر ثانیه (m/s)  $\rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$   
زمان: ثانیه (s)  $\rightarrow \Delta t$

# مرورنامه آزمون آزمایشی خیلی سبز



## نکته

علامت (جهت) سرعت متوسط و جابه‌جایی همیشه یکسان است.

### – سرعت لحظه‌ای، تندی لحظه‌ای –

| تندی لحظه‌ای ( $s$ ) یا تندی                                | سرعت لحظه‌ای ( $\vec{v}$ ) یا سرعت       |
|-------------------------------------------------------------|------------------------------------------|
| نرده‌ای، جهت ندارد.                                         | برداری، جهت دارد. جهت: مماس بر مسیر حرکت |
| همواره: تندی لحظه‌ای = اندازه سرعت لحظه‌ای، $ \vec{v}  = s$ |                                          |

$$v = f(t)$$

معادله سرعت – زمان، تابعی که ورودی آن زمان ( $t$ )، خروجی آن سرعت ( $v$ ) است:  
در حرکت روی محور  $x$ .

| علامت سرعت | جهت حرکت                       | شکل |
|------------|--------------------------------|-----|
| مثبت       | در جهت محور $x$ به سمت راست    |     |
| منفی       | در خلاف جهت محور $x$ به سمت چپ |     |

### شرط تغییر جهت حرکت

سرعت برابر صفر شده و علامت آن عوض شود.

**تذکر** اگر سرعت صفر شده، ولی علامت آن عوض نشود، یعنی متحرک متوقف شده، اما جهت حرکتش عوض نشده (یعنی در همان جهت ادامه داده است).

### – شتاب ( $\vec{a}$ ) –

سرعت ثابت  $\rightarrow a = 0$

سرعت متغیر (می‌تواند اندازه سرعت یا جهت سرعت یا هر دو متغیر باشد)  $\rightarrow a \neq 0$

شتاب یعنی آهنگ تغییر سرعت

**تذکر** هر حرکتی که روی مسیر مستقیم نباشد، حتماً شتاب‌دار است (چون جهت حرکت آن پیوسته عوض می‌شود).

### شتاب متوسط ( $\vec{a}_{av}$ )

$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \quad \text{در حرکت روی محور } x \rightarrow a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_T - v_1}{t_T - t_1}$$

سرعت در لحظه  $t_1$       سرعت در لحظه  $t_T$

**تذکر** به علامت  $v_T$  و  $v_1$  دقت کن!

## نکته

علامت (جهت) شتاب متوسط و تغییر سرعت همیشه یکسان است.

### – حرکت تندشونده و کندشونده –

| نوع حرکت | مفهوم                             | علامت سرعت و شتاب                |
|----------|-----------------------------------|----------------------------------|
| تندشونده | تندی (اندازه سرعت): در حال افزایش | هم علامت (هم‌جهت)                |
| کندشونده | تندی (اندازه سرعت): در حال کاهش   | با علامت مختلف (در جهت مخالف هم) |

### – نمودار مکان - زمان –

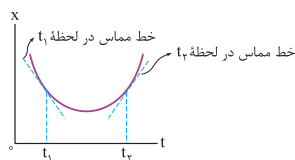
| سرعت لحظه‌ای                                 | سرعت متوسط                                                             |
|----------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------|
| شیب خط مماس در یک نقطه                       | شیب خط وصل دو نقطه                                                     |
|                                              |                                                                        |
| شیب خط‌چین مماس سرعت در لحظه $T$ : $v_T = T$ | شیب خط $AB$ سرعت متوسط در بازه $t_1$ تا $t_T$ : $v_{av}(t_1, t_T) = T$ |

## نکته

اگر نمودار مکان - زمان خطی باشد  $\rightarrow$  شیب: ثابت  $\rightarrow$  سرعت: ثابت  $\rightarrow$  سرعت متوسط در هر بازه با سرعت لحظه‌ای در هر لحظه برابر است.

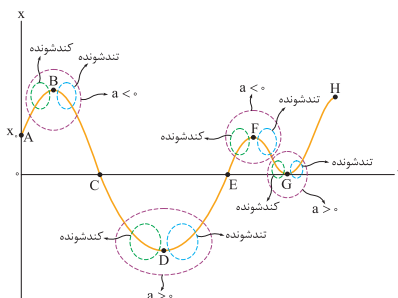
## محاسبه شتاب متوسط در نمودار مکان - زمان

ابتدا به کمک شیب خط مماس، سرعت لحظه‌ای در لحظه‌های  $t_1$  و  $t_2$  را به دست می‌آوریم و بعد به سراغ رابطه زیر می‌رویم:



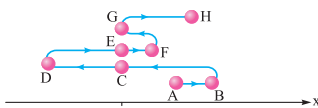
$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

شیب خط مماس در لحظه  $t_1$       شیب خط مماس در لحظه  $t_2$



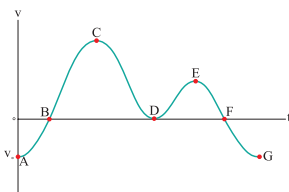
| سؤره                                      | نشانه در نمودار مکان - زمان                  | نمونه در نمودار بالا                                        |
|-------------------------------------------|----------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|
| $x > 0$ ، بردار مکان در جهت محور $x$      | بالای محور $t$                               | $H \text{ تا } G, G \text{ تا } E, C \text{ تا } A$         |
| $x < 0$ ، بردار مکان در خلاف جهت محور $x$ | پایین محور $t$                               | $E \text{ تا } C$                                           |
| $x = 0$ ، متحرک روی مبدأ است.             | منطبق بر محور $t$                            | $G, E, C$                                                   |
| عبور از مبدأ                              | $x$ برابر صفر شده و علامت آن تغییر کند.      | $C$ و $E$ (در نقطه $G$ به مبدأ رسیده، ولی از آن عبور نکرده) |
| حرکت در جهت محور $x$ ( $v > 0$ )          | شیب نمودار مثبت باشد.<br>نمودار صعودی باشد.  | $H \text{ تا } G, F \text{ تا } D, B \text{ تا } A$         |
| حرکت در خلاف جهت محور $x$ ( $v < 0$ )     | شیب نمودار منفی باشد.<br>نمودار نزولی باشد.  | $G \text{ تا } F, D \text{ تا } B$                          |
| تغییر جهت حرکت                            | قله‌ها و دره‌ها، نقاط اکسترمم                | $G, F, D, B$                                                |
| شتاب در جهت محور $x$ ( $a > 0$ )          | تقعر نمودار رو به بالا،<br>این‌جوری:  و ...  | روی نمودار مشخص شده!                                        |
| شتاب در خلاف جهت محور $x$ ( $a < 0$ )     | تقعر نمودار رو به پایین،<br>این‌جوری:  و ... | روی نمودار مشخص شده!                                        |
| حرکت تندشونده                             | بلافاصله بعد از قله و دره                    | روی نمودار مشخص شده!                                        |
| حرکت کندشونده                             | بلافاصله قبل از قله و دره                    | روی نمودار مشخص شده!                                        |

مسیر حرکت متحرک،



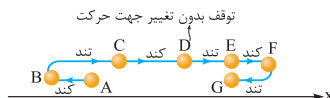
## — نمودار سرعت - زمان —

| شتاب متوسط                                                         | شتاب لحظه‌ای                                 |
|--------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------|
| شیب خط واصل دو نقطه                                                | شیب خط مماس بر یک نقطه                       |
|                                                                    |                                              |
| شیب خط $AB =$ شتاب متوسط در بازه $t_1$ تا $t_2$ $a_{av}(t_1, t_2)$ | شیب خط‌چین مماس = شتاب در لحظه $T$ $a_T = T$ |



| نمونه در نمودار بالا                                              | نشانه در نمودار سرعت - زمان                 | سؤره                                  |
|-------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------|---------------------------------------|
| $F \rightarrow D, D \rightarrow B$                                | بالای محور $t$                              | حرکت در جهت محور $x$                  |
| $G \rightarrow F, B \rightarrow A$                                | پایین محور $t$                              | حرکت در خلاف جهت محور $x$ ( $v < 0$ ) |
| $F, D, B$                                                         | منطبق بر محور $x$                           | سکون! ( $v = 0$ )                     |
| $F$ و $B$ (در نقطه $D$ متحرک متوقف شده، اما جهت حرکت آن عوض نشده) | قطع محور $t$                                | تغییر جهت حرکت                        |
| $E \rightarrow D, C \rightarrow A$                                | شیب نمودار مثبت باشد.<br>نمودار صعودی باشد. | شتاب در جهت محور $x$ ( $a > 0$ )      |
| $G \rightarrow E, D \rightarrow C$                                | شیب نمودار منفی باشد.<br>نمودار نزولی باشد. | شتاب در خلاف جهت محور $x$ ( $a < 0$ ) |
| $E, D, C$                                                         | قله‌ها و دره‌ها، نقاط اکسترمم               | تغییر جهت شتاب متحرک                  |
| $G \rightarrow F, E \rightarrow D, C \rightarrow B$               | دور شدن از محور $t$                         | حرکت تندشونده                         |
| $F \rightarrow E, D \rightarrow C, B \rightarrow A$               | نزدیک شدن به محور $t$                       | حرکت کندشونده                         |

مسیر حرکت متحرک:



نمودار  $v-t$  (به تنهایی) مکان متحرک را مشخص نمی‌کند!

**معادله مکان - زمان درجه دو** ( $x = At^2 + Bt + C$ )

| حالت اول                       | حالت دوم                                                          |
|--------------------------------|-------------------------------------------------------------------|
| $A$ و $B$ هم علامت             | $A$ و $B$ با علامت متفاوت                                         |
| جهت حرکت عوض نمی‌شود.          | جهت حرکت در لحظه $t = -\frac{B}{2A}$ عوض می‌شود.                  |
| حرکت پیوسته تندشونده           | حرکت قبل از لحظه $t = -\frac{B}{2A}$ کندشونده و پس از آن تندشونده |
| نمونه‌ای از نمودار مکان - زمان | نمونه‌ای از نمودار مکان - زمان                                    |

## بخش ۲: حرکت با سرعت ثابت

ویژگی‌ها، ۱) تندی: ثابت ۲) جهت حرکت: هرگز تغییر نمی‌کند ۳) اندازه جابه‌جایی = مسافت ۴) اندازه جابه‌جایی (و مسافت) با زمان متناسب است. ۵) شتاب = صفر ۶) هر بازه با سرعت لحظه‌ای در هر لحظه برابر است  $v_{av} : v$

معادله مکان - زمان،

$$x = vt + x_0$$

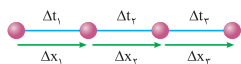
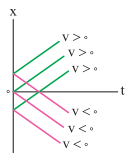
سرعت  
مکان اولیه  
زمان

$$\Delta x = v \Delta t$$

جابه‌جایی با سرعت ثابت،

## نمودار مکان - زمان

خطی به شیب  $v$  و عرض از مبدأ  $x_0$



$$v_{av} = \frac{\Delta x_{کل}}{\Delta t_{کل}} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3}$$

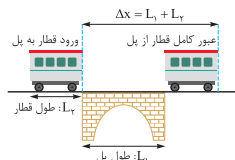
**تذکر** اگر در مرحله‌ای جهت حرکت تغییر کرده باشد  $\Delta x$  را برای آن مرحله، منفی در نظر می‌گیریم.

## نکته

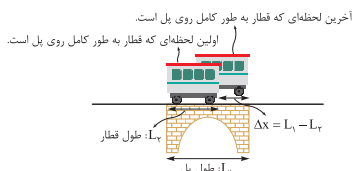
برای محاسبهٔ تندی متوسط باید مسافت کل را حساب کرد و بعد به سراغ  $s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t_{کل}}$  رفت.

## عبور قطار از پل (یا تونل)

الف) عبور کامل قطار از پل:



ب) قرار گرفتن کامل قطار روی پل:



## شیمی

## پایه دهم

## فصل اول: فصل کیهان، زادگاه عناصر

### مقدمه

● انسان همواره با سه پرسش زیر روبه‌رو بوده است:

- ۱) هستی چگونه پدید آمده است؟ ← پاسخ به این پرسش در قلمرو علم تجربی نمی‌گنجد.
- ۲) جهان کنونی چگونه شکل گرفته است؟ ← علم تجربی تلاش گسترده‌ای برای یافتن پاسخ این پرسش‌ها انجام داده و این تلاش‌ها سبب افزایش دانش ما دربارهٔ پدیده‌های طبیعی چرا و چگونه رخ می‌دهند؟ ← جهان مادی شده است.
- ۳) پدیده‌های طبیعی چرا و چگونه رخ می‌دهند؟ ← جهان مادی شده است.

### مثال

دانشمندان دو فضاییمای وویجر (۱) و (۲) را برای شناخت بیشتر سامانهٔ خورشیدی به فضا فرستادند.

● **مأموریت فضاییمای وویجر** → گذر از کنار برخی سیاره‌ها ← مشتری، زحل، اورانوس و نپتون (سیاره‌های گازی)  
تهیه و ارسال شناسنامهٔ فیزیکی و شیمیایی این سیاره‌ها ← به دست آوردن اطلاعاتی مانند نوع عنصرهای سازنده، ترکیب‌های شیمیایی (۱) و (۲)  
در اتمسفر آن‌ها و ترکیب درصد این مواد

## عنصرها چگونه پدید آمدند؟



مطالعهٔ کیهان، به‌ویژه سامانهٔ خورشیدی کمک زیادی برای یافتن پاسخ پرسش «چگونگی پیدایش عنصرها» می‌کند.

● با بررسی نوع و مقدار عنصرهای سازندهٔ برخی سیاره‌های سامانهٔ خورشیدی (مانند زمین و مشتری) و مقایسهٔ آن با عنصرهای سازندهٔ خورشید، می‌توان به درک بهتری از چگونگی تشکیل عنصرها دست یافت.

# مرورنامه آزمون آزمایشی خیلی سبز



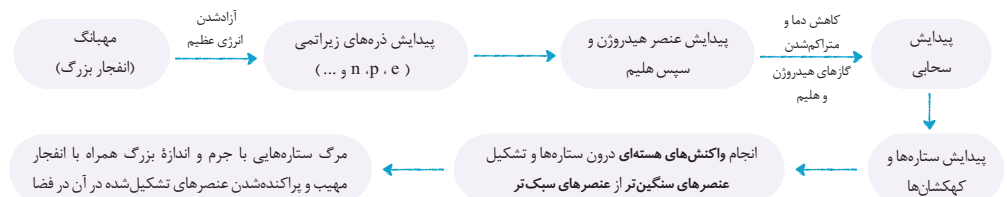
تو جدول زیر بعضی از ویژگی‌های مهم دو سیاره زمین و مشتری رو براتون آوردیم. اون‌ها رو به صورت مقایسه‌ای تو ذهنتون Save کنین!

| ویژگی | نام سیاره                                              | زمین                        | مشتری                       |
|-------|--------------------------------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
|       | فراوان‌ترین عنصر                                       | آهن (Fe)                    | هیدروژن (H)                 |
|       | درصد فراوانی فراوان‌ترین عنصر                          | کم‌تر از ۵۰ درصد (حدود ۴۰٪) | بیشتر از ۵۰ درصد (حدود ۹۰٪) |
|       | عنصری با کم‌ترین فراوانی در بین ۸ عنصر                 | آلومینیم (Al)               | نئون (Ne)                   |
|       | در بین ۸ عنصر فراوان، چه نوع عنصرهایی در آن وجود دارد؟ | فلز، نافلز و شبه‌فلز        | فقط نافلز                   |
|       | بیشتر از چه جنسی است؟                                  | سنگ                         | گاز                         |
|       | اندازه (شعاع)                                          | زمین > مشتری                |                             |
|       | فاصله از خورشید                                        | زمین > مشتری                |                             |
|       | عنصرهای مشترک                                          | اکسیژن (O) و گوگرد (S)      |                             |
|       | درصد فراوانی عنصرهای مشترک                             | مشتری > زمین                |                             |

● مقایسه عنصرهای سازنده مشتری و زمین و یافته‌هایی از این دست، نشان می‌دهد که عنصرها به صورت ناممکن (غیریکنواخت) در جهان هستی توزیع شده‌اند.

## – نظریه مه‌بانگ و روند پیدایش عنصرها –

● برخی از دانشمندان معتقدند که سرآغاز جهان هستی با انفجاری بزرگ (مه‌بانگ) همراه بوده که طی آن انرژی زیادی آزاد شده است. با این انفجار، ذره‌های زیراتمی مانند الکترون، پروتون و نوترون تشکیل شده‌اند.



● سحابی‌ها مجموعه‌های گازی شامل هیدروژن و هلیوم هستند که سبب پیدایش ستاره‌ها و کهکشان‌ها شدند.  
 ● ستارگان را کارخانه تولید عنصرها می‌دانند، زیرا درون ستاره‌ها (همانند خورشید)، در دماهای بسیار بالا، واکنش‌های هسته‌ای رخ می‌دهد و در این واکنش‌ها، از عنصرهای سبک‌تر، عنصرهای سنگین‌تر پدید می‌آید. با مرگ ستاره که اغلب با یک انفجار مهیب همراه است، عنصرهای تشکیل شده در آن، در فضا پراکنده می‌شود.

## روند تشکیل عنصرها در جهان

عنصرهای سنگین‌تر مانند آهن، طلا و ... → عنصرهای سبک مثل لیتیم، کربن و ... → هلیوم → هیدروژن  
 ● خورشید، نزدیک‌ترین ستاره به زمین است. انرژی گرمایی و نورانی خورشید به دلیل انجام واکنش‌های هسته‌ای است که در آن هیدروژن (عنصر سبک‌تر) به هلیوم (عنصر سنگین‌تر) تبدیل می‌شود.

## عدد اتمی و عدد جرمی

● به تعداد پروتون‌های هسته اتم هر عنصر، عدد اتمی آن عنصر گفته می‌شود. عدد اتمی (Z) هر عنصر، منحصر به فرد است و به کمک عدد اتمی، نوع عنصر را تعیین می‌کنند.  
 ● به مجموع تعداد پروتون‌ها و نوترون‌های یک اتم، عدد جرمی گفته می‌شود.  
 ● اتم، ذره‌ای خنثی است؛ بنابراین تعداد پروتون‌های یک اتم (Z) با تعداد الکترون‌های آن (e) برابر است.  
 ● اتم‌ها با دست دادن یا گرفتن الکترون به ذراتی باردار به نام یون تبدیل می‌شوند. در تبدیل اتم‌ها به یون، هسته اتم دستخوش تغییر نمی‌شود؛ بنابراین عدد اتمی و جرمی (تعداد pها و nها) در اتم‌ها و یون‌های مربوط به آن‌ها، هیچ فرقی با هم نمی‌کند.  
 ● در یون‌های مثبت (کاتیون‌ها) و منفی (آنیون‌ها) داریم:

$$\begin{aligned}
 & \left\{ \begin{array}{l} \text{تعداد پروتون‌ها} = Z \\ \text{تعداد نوترون‌ها} = A - Z \\ \text{تعداد الکترون‌ها} = Z - m \end{array} \right. \quad \text{برای } {}^A_Z\text{E}^{m+} \text{ (کاتیون)} \\
 & \left\{ \begin{array}{l} \text{تعداد پروتون‌ها} = Z \\ \text{تعداد نوترون‌ها} = A - Z \\ \text{تعداد الکترون‌ها} = Z + m \end{array} \right. \quad \text{برای } {}^A_Z\text{E}^{m-} \text{ (آنیون)}
 \end{aligned}$$

● در مبحث عدد جرمی، مسائلی داریم که در آن عدد جرمی (مجموع شمار پروتون‌ها و نوترون‌ها) و تفاوت شمار نوترون‌ها و پروتون‌ها داده می‌شود. برای پاسخ‌دادن به این سؤال‌ها می‌توان از فرمول زیر استفاده کرد:

$$\text{تفاوت شمار نوترون‌ها و پروتون‌ها} = \text{عدد جرمی (A)} - \text{عدد اتمی (Z)}$$



# مرورنامه آزمون آزمایشی خیل سبز

شیمی

**مثال** عدد جرمی عنصری ۷۹ و تفاوت شمار نوترون‌ها و پروتون‌های هسته آن برابر با ۱۱ است. این اتم دارای چند الکترون است؟  
 ۳۴ (۱) ۲۸ (۲) ۴۵ (۳) ۳۹ (۴)  
**پاسخ** گزینه (۳)  

$$(Z) = \frac{79-11}{2} = \frac{68}{2} = 34$$

در مبحث عدد جرمی، مسائلی داریم که در آن عدد جرمی (مجموع شمار پروتون‌ها و نوترون‌ها) و تفاوت شمار نوترون‌ها و الکترون‌ها داده می‌شود. برای پاسخ به این سؤال‌ها:

۱ اگر گونه مورد نظر در سؤال اتم خنثی یا کاتیون باشد، می‌توان از فرمول زیر استفاده کرد:

$$\text{بار یون با علامت} - (\text{تفاوت شمار نوترون‌ها و الکترون‌ها}) - (\text{عدد جرمی}) = \text{عدد اتمی } (Z)$$

۲ اگر گونه مورد نظر در سؤال یون منفی (آنیون) باشد و اختلاف شمار نوترون‌ها و الکترون‌ها در آن بیشتر از قدرمطلق بار یون باشد، از فرمول بالا استفاده می‌شود. ولی اگر اختلاف شمار نوترون‌ها و الکترون‌ها در یون منفی داده شده کمتر از قدرمطلق بار یون باشد، باید هر دو حالت  $N - e$  و  $e - N$  را در حل سؤال در نظر بگیریم تا ببینیم کدام درست است!

**مثال** در یون  $X^{2+}$ ، عدد جرمی برابر ۲۰۷ و اختلاف شمار نوترون‌ها و الکترون‌ها برابر ۴۵ است. عدد اتمی عنصر X کدام است؟  
 ۸۲ (۱) ۸۰ (۲) ۷۸ (۳) ۷۶ (۴)  
**پاسخ** گزینه (۲)  

$$\frac{207 - (45) - 2}{2} = \frac{160}{2} = 80$$

**مثال** عدد جرمی عنصر Y برابر با ۳۱ است. اگر اختلاف شمار الکترون‌ها و نوترون‌ها در یون پایدار  $Y^{2-}$  برابر با ۲ باشد، این یون چند پروتون دارد؟  
 ۱۵ (۱) ۱۳ (۲) ۱۸ (۳) ۱۶ (۴)  
**پاسخ** گزینه (۱). فب با یون منفی سروکار داریم و اختلاف شمار الکترون‌ها و نوترون‌ها در آن (۲)، بیشتر از قدرمطلق بار یون (۳) نیست؛ پس نمی‌توانیم از فرمول استفاده کنیم و باید دو حالت  $N - e = 2$  و  $e - N = 2$  را در حل سؤال در نظر بگیریم تا ببینیم کدام درست است!

$$N - e = 2 \xrightarrow{e = Z + 2} N - (Z + 3) = 2 \Rightarrow N - Z = 5$$

$$\begin{cases} N - Z = 5 \\ N + Z = 31 \end{cases} \Rightarrow 2N = 36 \Rightarrow N = 18, Z = 13$$

عنصر با عدد اتمی ۱۳، همان فلز آلومینیم (Al) است. فلزات یون منفی تشکیل نمی‌دهند؛ پس فرض  $N - e = 2$  غلط است.

$$e - N = 2 \xrightarrow{e = Z + 2} (Z + 3) - N = 2 \Rightarrow Z - N = -1$$

$$\begin{cases} Z + N = 31 \\ Z - N = -1 \end{cases} \Rightarrow 2Z = 30 \Rightarrow Z = 15 \Rightarrow \checkmark$$

عنصر با عدد اتمی ۱۵، همان نافلز فسفر ( $P$ ) است که یون پایدار  $P^{3-}$  تشکیل می‌دهد.

## ایزوتوپ (هم‌مکان)

اغلب در یک نمونه طبیعی از یک عنصر، اتم‌های سازنده جرم یکسانی ندارند. به اتم‌های یک عنصر که دارای عدد اتمی یکسان ولی عدد جرمی متفاوت (در نتیجه داشتن تعداد نوترون‌های متفاوت) هستند، ایزوتوپ گفته می‌شود.

خواص شیمیایی اتم‌های هر عنصر به عدد اتمی (Z) آن وابسته است؛ از این‌رو ایزوتوپ‌های یک عنصر همگی خواص شیمیایی یکسانی دارند و در جدول دوره‌ای عناصرها تنها یک مکان (یک خانه) را اشغال می‌کنند. به همین دلیل به آن‌ها هم‌مکان می‌گویند.

با توجه به این‌که جرم ایزوتوپ‌ها با هم فرق دارد، خواص فیزیکی وابسته به جرم مانند چگالی، نقطه ذوب و جوش ایزوتوپ‌ها با هم متفاوت است و فراوانی ایزوتوپ‌های یک عنصر در طبیعت یکسان نیست و معمولاً ایزوتوپی که فراوانی بیشتری دارد، پایدارتر است.

$$\%100 \times \frac{\text{تعداد ایزوتوپ‌های } X}{\text{تعداد کل ایزوتوپ‌های عنصر}}$$

توجه! زیر ایزوتوپ‌های طبیعی، پند عنصر رو که تو کتاب درسی اومده پراوتون آورده‌یم. ایزوتوپ پایدار هر کدام رو به قاطر بسیارین!

| عنصر            | شمار ایزوتوپ‌های طبیعی | نماد ایزوتوپ‌های طبیعی                           | ایزوتوپی با فراوانی بیشتر       |
|-----------------|------------------------|--------------------------------------------------|---------------------------------|
| منیزیم ( $Mg$ ) | ۳                      | $^{24}_{12}Mg$ , $^{25}_{12}Mg$ , $^{26}_{12}Mg$ | $^{24}_{12}Mg$ (ایزوتوپ سبک‌تر) |
| لیتیم ( $Li$ )  | ۲                      | $^6_3Li$ , $^7_3Li$                              | $^7_3Li$ (ایزوتوپ سنگین‌تر)     |
| هیدروژن ( $H$ ) | ۳                      | $^1_1H$ , $^2_1H$ , $^3_1H$                      | $^1_1H$ (ایزوتوپ سبک‌تر)        |
| کلر ( $Cl$ )    | ۲                      | $^{35}_{17}Cl$ , $^{37}_{17}Cl$                  | $^{35}_{17}Cl$ (ایزوتوپ سبک‌تر) |



# مرورنامه آزمون آزمایشی خیلی سبز



- شبهات‌های ایزوتوپ‌ها
  - عدد اتمی (تعداد پروتون‌ها)
  - تعداد الکترون‌ها و موقعیت آن‌ها در جدول دوره‌ای
  - خواص شیمیایی
  - تعداد نوترون‌ها
  - عدد جرمی
- تفاوت‌های ایزوتوپ‌ها
  - خواص فیزیکی وابسته به جرم مانند چگالی، نقطه ذوب و جوش
  - میزان فراوانی در طبیعت و پایداری

- برخی از ایزوتوپ‌ها ناپایدارند و هسته آن‌ها، با گذشت زمان به صورت خودبه‌خود متلاشی می‌شود. این ایزوتوپ‌ها اغلب بر اثر تلاشی هسته، ذره‌های پرنرزی و مقدار زیادی انرژی آزاد می‌کنند. به این ایزوتوپ‌های پرتوزا و ناپایدار، رادیوایزوتوپ می‌گویند.
- اغلب (نه همه) هسته‌هایی که نسبت شمار نوترون‌ها به پروتون‌های آن‌ها برابر یا بیشتر از  $1/5$  باشد ( $N/p \geq 1/5$ )، ناپایدار و پرتوزا هستند.
- برای نکته بالا موارد استثنا هم وجود دارد، مثلاً  $^{99}\text{Tc}$  و  $^{14}\text{C}$  ایزوتوپ‌های پرتوزا هستند، ولی  $N/p$  آن‌ها برابر یا بزرگ‌تر از  $1/5$  نیست یا  $^{195}\text{Pt}$  دارای  $N/p$  برابر با  $1/5$  است ولی هسته‌ای پایدار است و پرتوزا نیست.
- نیم‌عمر هر ایزوتوپ نشان می‌دهد که آن ایزوتوپ تا چه اندازه پایدار است. نیم‌عمر، مدت‌زمانی است که طول می‌کشد تا نیمی از هسته ایزوتوپ پرتوزا متلاشی شود.

ایزوتوپ ناپایدارتر ← نیم‌عمر کوتاه‌تر

## – ایزوتوپ‌های هیدروژن –

- ۷ ایزوتوپ هیدروژن
  - ۳ ایزوتوپ طبیعی
    - پایدار
      - $^1\text{H}$  ← بیش از  $99/9$  درصد فراوانی در طبیعت
      - $^2\text{H}$  ← فراوانی حدود  $0/01$  درصد در طبیعت
    - ناپایدار و پرتوزا
      - $^3\text{H}$  ← درصد فراوانی در طبیعت ناچیز
  - ۴ ایزوتوپ ساختگی
    - $^4\text{H}, ^5\text{H}, ^6\text{H}, ^7\text{H}$  ← درصد فراوانی در طبیعت صفر

$^1\text{H} > ^2\text{H} > ^3\text{H} > ^4\text{H} > ^5\text{H} > ^6\text{H} > ^7\text{H}$ ; مقایسه پایداری و نیم‌عمر ایزوتوپ‌های هیدروژن

## کاربرد برخی از رادیوایزوتوپ‌ها

- ۱۱۸ عنصر شناخته‌شده
  - ۹۲ عنصر موجود در طبیعت (تقریباً  $78\%$ )
  - ۲۶ عنصر ساختگی (تقریباً  $22\%$ ) ← در طبیعت وجود ندارند و در واکنشگاه هسته‌ای توسط انسان ساخته شده‌اند.

| کاربرد                               | ویژگی‌های مهم                                                                                                                                                                                                   | رادیوایزوتوپ‌ها و مواد پرتوزا |
|--------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------|
| تصویربرداری غده تیروئید              | نخستین عنصر مصنوعی ساخته‌شده توسط انسان – در طبیعت وجود ندارد – نیم‌عمر آن کم است؛ بنابراین نمی‌توان مقادیر زیادی از این عنصر را ساخت و برای مدت طولانی نگه‌داری کرد. در دوره ۵ و گروه ۷ جدول تناوبی قرار دارد. | $^{99}\text{Tc}$ (تکنسیم)     |
| اغلب به عنوان سوخت در راکتورهای اتمی | اورانیم شناخته‌شده‌ترین فلز پرتوزاست. درصد فراوانی ایزوتوپ $^{235}\text{U}$ (سوخت راکتورهای اتمی) در مخلوط طبیعی آن کم‌تر از $7/0$ درصد است. فراوانی این ایزوتوپ را به کمک غنی‌سازی ایزوتوپی افزایش می‌دهند.    | $^{235}\text{U}$ (اورانیم)    |
| تشخیص توده سرطانی                    | به گلوکز حاوی اتم پرتوزا می‌گویند. پس از تزریق به بدن همراه گلوکز معمولی، جذب اندام‌ها و بافت‌های سرطانی (مصرف گلوکز بالاتری دارند) شده و پرتوهای نشرشده از آن‌ها به کمک آشکارساز تشخیص داده می‌شود.            | گلوکز نشان‌دار                |

- یون یدید یا یونی که حاوی  $^{131}\text{I}$  است و برای تصویربرداری غده تیروئید استفاده می‌شود، اندازه مشابهی دارد و غده تیروئید هنگام جذب یدید، این یون را نیز جذب می‌کند.
- غنی‌سازی ایزوتوپی ← افزایش مقدار (فراوانی) یک ایزوتوپ در مخلوط ایزوتوپ‌های آن عنصر ← مثال افزایش فراوانی ایزوتوپ  $^{235}\text{U}$  در مخلوط ایزوتوپ‌های اورانیم
- کیمیای یعنی تبدیل عنصرهای دیگر به طلا، که امروزه به پیشرفت علم شیمی و فیزیک امکان‌پذیر است، اما به دلیل زیاده‌بودن هزینه تولید آن، صرفه اقتصادی ندارد.

## طبقه‌بندی عنصرها

- در جدول دوره‌ای (تناوبی) امروزی عنصرها، براساس افزایش عدد اتمی سازماندهی شده‌اند به طوری که از عنصر هیدروژن با عدد اتمی یک ( $1\text{H}$ ) آغاز و به عنصر شماره ۱۱۸ (اوگانسون،  $^{118}\text{Og}$ ) ختم می‌شود.
- در هر ردیف افقی جدول، چندین عنصرها برحسب افزایش عدد اتمی است و دوره نام دارد. جدول تناوبی ۷ دوره دارد.
- هر ستون جدول، شامل عنصرها با خواص شیمیایی مشابه است و گروه نام دارد، به عنوان مثال همه عناصر گروه ۱۸ جدول، تمایل به انجام واکنش شیمیایی ندارند. جدول تناوبی ۱۸ گروه دارد.





# مرورنامه آزمون آزمایشی خیل سبز

## شیمی

- با پیمایش هر دوره از چپ به راست، خواص عنصرها به طور مشابه تکرار می‌شود.
- هر خانه از جدول به یک عنصر معین (و ایزوتوپ‌هایش) تعلق دارد و عدد اتمی عنصر، نماد شیمیایی، نام آن و جرم اتمی میانگین عنصر را مشخص می‌کند.
- نماد شیمیایی عنصرها یک یا دو حرفی است. حرف اول نام لاتین عنصر به صورت بزرگ و حرف دوم (در صورت دوحرفی بودن نماد) به صورت کوچک نوشته می‌شود.

|                  |         |
|------------------|---------|
| عدد اتمی         | ۷       |
| نماد شیمیایی     | N       |
| نام              | نیتروژن |
| جرم اتمی میانگین | ۱۴/۰۱   |

- برای تعیین تعداد عنصرهای موجود میان دو عنصر در جدول از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$۱ - (\text{اختلاف عدد اتمی دو عنصر}) = \text{تعداد عنصرهای موجود میان دو عنصر در جدول}$$

## جرم اتمی عنصرها

- جرم اجسام گوناگون را بسته به اندازه و نوع آن‌ها، با ترازوهای متفاوتی که دقت اندازه‌گیری متفاوت دارند، اندازه می‌گیرند. برای نمونه، دقت باسکول‌های تنی تا ۰/۱ تن و دقت ترازوهای زرگری تا ۰/۰۱ گرم است.
- با یک ترازوی مشخص می‌توان جرم اجسامی را اندازه‌گیری کرد که:
- جرم آن‌ها مقادیر صحیحی از دقت اندازه‌گیری ترازو باشد. ۱
- جرم جسم از دقت ترازو کمتر نباشد. ۲
- مثلاً با استفاده از یک باسکول چندتنی که دقت اندازه‌گیری آن تا ۰/۰۱ تن (۱۰ kg) است، نمی‌توان جرم یک هندوانه که به طور متوسط ۶ کیلوگرم جرم دارد را اندازه‌گیری کرد؛ زیرا جرم هندوانه از دقت اندازه‌گیری این ترازو کمتر است. در واقع کم‌ترین جرمی که این ترازو نسبت به آن حساسیت دارد و می‌تواند آن را اندازه‌گیری کند ۱۰ کیلوگرم است؛ پس ۶ کیلوگرم را نشان نمی‌دهد. یا اگر دقت ترازویی برابر ۰/۱ میلی‌گرم باشد، می‌توان با آن جسمی به جرم ۰/۳ میلی‌گرم را اندازه‌گیری کرد ولی نمی‌توان جسمی به جرم ۰/۲۵ میلی‌گرم را اندازه‌گیری کرد، ترازو ۰/۵ میلی‌گرم جرم جسم دوم را نشان نمی‌دهد.
- اتم‌ها بسیار ریزند و نمی‌توان آن‌ها را به طور مستقیم مشاهده کرد؛ بنابراین نمی‌توان جرم آن‌ها را با یک‌گانه‌هایی مانند گرم و ... و یا ابزارهایی مانند ترازوی معمولی و ... اندازه‌گیری کرد. از این‌رو دانشمندان از یک مقیاس نسبی (مقیاس‌های) برای تعیین جرم اتم‌ها استفاده کردند.
- شیمی‌دان‌ها جرم یک اتم کربن - ۱۲ ( $^{12}\text{C}$ ) را به عنوان مقیاسی (سنجه‌ای) برای جرم دیگر اتم‌ها انتخاب کردند و جرم این اتم را برابر با عدد ۱۲ در نظر گرفتند. سپس آن را به ۱۲ بخش یکسان تقسیم کرده و هر بخش را ۱ amu نامیدند.
- یکای جرم اتمی را amu می‌نامند و آن را با نماد u نیز نشان می‌دهند. یک amu برابر  $\frac{1}{12}$  جرم اتم کربن - ۱۲ است.
- هر یک از ذرات زیراتمی (الکترون، پروتون و نوترون) را با یک نماد نشان می‌دهند:

$$^1_0\text{n} : \text{نوترون}, ^1_1\text{p} : \text{پروتون}, ^0_{-1}\text{e} : \text{الکترون} \Rightarrow \text{نماد شیمیایی ذره زیراتمی} \rightarrow {}^a_Z\text{X} \leftarrow \text{جرم نسبی} \leftarrow \text{بار الکتریکی نسبی}$$

- در مقیاس جرم اتمی، جرم پروتون و نوترون به تقریب با هم برابر و در حدود ۱ amu است. (جرم نوترون اندکی از جرم پروتون بیشتر است)، در حالی که جرم الکترون ناچیز و در حدود  $\frac{1}{1836}$  amu است.
- از آن‌جا که جرم پروتون و نوترون به تقریب با هم برابر و حدوداً ۱ amu است، عدد جرمی را می‌توان برابر با جرم اتمی در نظر گرفت. عدد جرمی یکا ندارد (مجموع تعداد پروتون‌ها و نوترون‌های هسته را نشان می‌دهد)، در حالی که یکای جرم اتمی amu است:

$${}_Z^A\text{Li} \Rightarrow \begin{cases} \text{عدد جرمی} = n + p = A \\ \text{جرم اتمی} = A \text{ amu} \end{cases}$$

## جرم اتمی میانگین

- در جدول تناوبی، جرم اتمی بیشتر عنصرها به صورت اعداد غیرصحیح و اعشاری بیان شده است. دلیل این امر این است که بیشتر عناصر در طبیعت به صورت مخلوطی از ایزوتوپ‌ها با جرم‌ها و فراوانی‌های متفاوت وجود دارند. در واقع جرم اتمی میانگین عنصرها در جدول تناوبی نوشته شده است.
- اگر فراوانی هر ایزوتوپ را  $F_1, F_2, \dots$  و جرم اتمی هر یک از آن‌ها را با  $M_1, M_2, \dots$  و ... نشان دهیم، جرم اتمی میانگین ( $\bar{M}$ ) از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\bar{M} = \frac{M_1F_1 + M_2F_2 + \dots}{F_1 + F_2 + \dots}$$

## نکته

اگر  $F_1, F_2, \dots$  به جای فراوانی، درصد فراوانی هر یک از ایزوتوپ‌ها باشد،  $F_1 + F_2 + \dots = ۱۰۰$  خواهد بود؛ بنابراین در مخرج رابطه بالا به جای  $F_1 + F_2 + \dots$  عدد ۱۰۰ قرار می‌گیرد.

$$\bar{M} = \frac{M_1F_1 + M_2F_2 + \dots}{۱۰۰}, F_1, F_2, \dots = \text{درصد فراوانی ایزوتوپ‌ها}$$



## نکته

برای ساده‌تر شدن محاسبات، می‌توان از فرمول زیر نیز برای محاسبه جرم اتمی میانگین استفاده کرد:

$$\bar{M} = M_1 + \frac{F_1}{100}(M_T - M_1) + \frac{F_2}{100}(M_T - M_1) + \dots$$

درصد فراوانی  
ایزوتوپ ۲
درصد فراوانی  
ایزوتوپ ۳

جرم ایزوتوپ  
سبک‌تر
اختلاف جرم ایزوتوپ ۲  
با ایزوتوپ سبک‌تر
اختلاف جرم ایزوتوپ ۳  
با ایزوتوپ سبک‌تر

## مثال

عنصر A دارای چهار ایزوتوپ با عدد جرمی ۴۹، ۵۱، ۵۳ و ۵۴ است. اگر مجموع فراوانی دو ایزوتوپ اول ۶۵ و فراوانی ایزوتوپ سوم ۱۵ درصد باشد، درصد فراوانی دو ایزوتوپ اول، به ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟ (عدد جرمی ایزوتوپ‌ها، برابر جرم اتمی آن‌ها و جرم اتمی میانگین برای عنصر A، برابر ۵۰/۹۵ amu فرض شود).

(سرآوری داخل تهری ۹۹)

$$۱۴/۵، ۵۰/۵ (۴)$$

$$۱۵، ۵۰ (۳)$$

$$۱۷/۵، ۴۷/۵ (۲)$$

$$۲۹/۵، ۳۵/۵ (۱)$$

پاسخ گزینه (۲)

$$\bar{M} = M_1 + \frac{F_1}{100}(M_T - M_1) + \frac{F_2}{100}(M_T - M_1) + \frac{F_3}{100}(M_T - M_1)$$

$$\Rightarrow ۵۰/۹۵ = ۴۹ + \frac{F_1}{100}(۵۱ - ۴۹) + \frac{۱۵}{100}(۵۳ - ۴۹) + \frac{F_2}{100}(۵۴ - ۴۹) \Rightarrow ۵۰/۹۵ = ۴۹ + ۰/۰۲F_1 + ۰/۰۶ + ۱$$

$$\Rightarrow F_1 = ۱۷/۵ \Rightarrow F_2 = ۶۵ - F_1 = ۶۵ - ۱۷/۵ = ۴۷/۵$$

## — شمارش ذره‌ها از روی جرم آن‌ها و مفهوم مول —

- اتم‌ها بسیار ریز هستند، به طوری که نمی‌توان با هیچ دستگاهی و حتی با شمردن تک‌تک آن‌ها، تعداد آن‌ها را به دست آورد؛ اما از روی جرم یک نمونه می‌توان به شمار واحدهای موجود در آن دست یافت.
- گرم، رایج‌ترین یکای اندازه‌گیری جرم در آزمایشگاه شناخته می‌شود. این در حالی است که یکای جرم اتمی (amu)، یکای بسیار کوچکی برای جرم به شمار می‌آید و کار با آن در آزمایشگاه در عمل غیرممکن!
- برای این‌که بتوان جرم اتم‌ها را برحسب بیان کرد، دانشمندان «مول» را معرفی کردند. شیمی‌دان‌ها به تعداد  $۶/۰۲ \times 10^{23}$  از هر ذره (اتم، مولکول یا یون) یک مول از آن ذره می‌گویند و آن را با mol نشان می‌دهند.
- به افتخار شیمی‌دان ایتالیایی، آمدنو آووگادرو، به عدد  $۶/۰۲ \times 10^{23}$ ، عدد آووگادرو گفته می‌شود و آن را با  $N_A$  نشان می‌دهند.

$$N_A (\text{عدد آووگادرو}) = ۶/۰۲ \times 10^{23}$$

$$۱ \text{ amu} = ۱/۶۶ \times 10^{-24} \text{ g} \quad \text{یا} \quad ۱ \text{ g} = ۶/۰۲ \times 10^{23} \text{ amu}$$

بین گرم و amu رابطه‌های روبه‌رو برقرار است:

- جرم یک اتم هیدروژن تقریباً برابر ۱ amu می‌باشد:
- به جرم یک مول از ذرات سازنده یک ماده (اعم از اتم، مولکول یا یون و ...) برحسب گرم، جرم مولی آن ذره گفته می‌شود. یکای جرم مولی  $\text{g.mol}^{-1}$  است.
- جرم مولی یک ماده با مجموع جرم مولی اتم‌های سازنده آن برابر است.
- جرم مولی یک اتم از نظر عددی برابر جرم اتمی آن است؛ با این تفاوت که یکای جرم مولی، گرم بر مول و یکای جرم اتمی، واحد کربنی (amu) است.
- برای حل مسئله‌هایی که در آن تبدیل جرم، مول و تعداد ذره‌های سازنده ماده به یکدیگر مطرح است، می‌توان از دو روش کسر تبدیل و کسر تناسب به صورت زیر استفاده کرد: روش اول، استفاده از کسر تبدیل‌ها:



$$\text{مول} = \frac{\text{جرم (g)}}{\text{جرم مولی (g.mol}^{-1})}} = \frac{\text{تعداد ذرات}}{N_A}$$

$\downarrow$   
 $(۶/۰۲ \times 10^{23})$

روش دوم، استفاده از کسر تناسب:



# مرور نامه آزمون آزمایشی خیل سبز

شیمی

مثال در چند گرم متانول ( $\text{CH}_3\text{OH}$ )،  $1/20 \times 10^{23}$  اتم H وجود دارد؟ (O = 16, C = 12, H = 1: g.mol<sup>-1</sup>)

۸/۰ (۱) ۶/۲ (۲) ۳/۲ (۳) ۴/۴ (۴)

پاسخ گزینه (۲): روش اول، استفاده از کسر تبدیل:

$$1/20 \times 10^{23} \text{ H اتم} \times \frac{1 \text{ mol H}}{6.02 \times 10^{23} \text{ H اتم}} \times \frac{1 \text{ mol CH}_3\text{OH}}{4 \text{ mol H}} \times \frac{32 \text{ g CH}_3\text{OH}}{1 \text{ mol CH}_3\text{OH}} = 1/6 \text{ g CH}_3\text{OH}$$

روش دوم، استفاده از کسر تناسب:

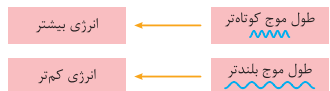
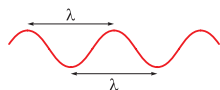
هر ۳۲ گرم  $\text{CH}_3\text{OH}$  معادل ۱ مول از آن است. در هر ۱ مول  $\text{CH}_3\text{OH}$ ، ۴ مول اتم H یا به عبارتی  $4 \times 6.02 \times 10^{23}$  اتم H وجود دارد. پس:

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}} = \frac{\text{تعداد ذرات}}{\text{H اتم}} \Rightarrow \frac{x}{\text{CH}_3\text{OH}} = \frac{1/20 \times 10^{23}}{4 \times 6.02 \times 10^{23}} \Rightarrow x = \frac{1/20 \times 10^{23} \times 32}{4 \times 6.02 \times 10^{23}} = 1/6 \text{ g CH}_3\text{OH}$$

## نور، کلید شناخت جهان -

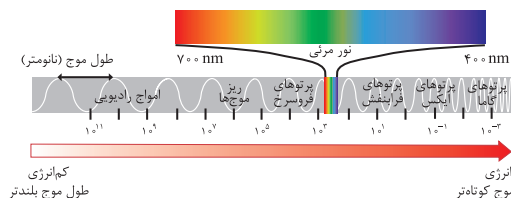
به کمک نور می‌توان اطلاعات ارزشمندی از مواد به دست آورد. به طور مثال نوری که از یک ستاره یا سیاره به ما می‌رسد، نشان می‌دهد که آن ستاره یا سیاره از چه ساخته شده و دمای آن چقدر است.

- دانشمندان با دستگاهی به نام طیف‌سنج می‌توانند از پرتوهای گسیل‌شده از مواد گوناگون، اطلاعات ارزشمندی درباره آن‌ها به دست آورند.
- هنگام عبور نور از یک محیط شفاف به محیط شفاف دیگر، شکست نور رخ می‌دهد. نور خورشید اگرچه سفید به نظر می‌رسد، اما هنگام عبور آن از یک منشور یا قطره‌های آب موجود در هوا، تجزیه شده و گستره‌ای پیوسته از رنگ‌ها که شامل بی‌نهایت طول موج از رنگ‌های گوناگون است را ایجاد می‌کند. به این گستره که رنگ‌های سرخ تا بنفش (گستره رنگ‌های رنگین‌کمان) را در بر می‌گیرد، گستره مرئی می‌گویند.
- چشم ما تنها می‌تواند گستره محدودی از نور را که همان گستره مرئی است، ببیند.
- یکی از ویژگی‌های موج، طول موج است که آن را با نماد  $\lambda$  (لاندا) نشان می‌دهند. فاصله دو نقطه مشابه و متوالی (دو قله متوالی یا دو دره متوالی) در یک موج را، طول موج می‌گویند.



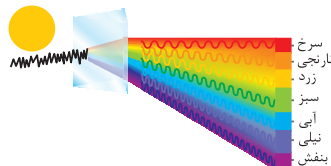
- انرژی یک موج با طول موج آن رابطه عکس دارد.

- نور خورشید شامل گستره بسیار بزرگ و پیوسته‌ای از پرتوهای الکترومغناطیسی است که با خود انرژی حمل می‌کنند و نور مرئی تنها بخش کوچکی از این امواج با طول موج‌های ۴۰۰ (رنگ بنفش) تا ۷۰۰ (رنگ سرخ) نانومتر را شامل می‌شود. ( $1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$ )



امواج رادیویی < ریزموج‌ها < پرتوهای فروسرخ < نور مرئی < پرتوهای فرابنفش < پرتوهای ایکس (X) < پرتوهای گاما: مقایسه طول موج  
امواج رادیویی > ریزموج‌ها > پرتوهای فروسرخ > نور مرئی > پرتوهای فرابنفش > پرتوهای ایکس (X) > پرتوهای گاما: مقایسه انرژی

بین میزان (زاویه) شکست و انحراف یک پرتو مرئی در عبور از منشور با طول موج آن، رابطه وارونه وجود دارد،



بنفش > نیلی > آبی > سبز > زرد > نارنجی > سرخ: طول موج  
بنفش < نیلی < آبی < سبز < زرد < نارنجی < سرخ: انرژی و زاویه شکست در منشور

- کنترل تلویزیون با پرتوهای فروسرخ کار می‌کند. دوربین موبایل برخلاف چشم ما به نور فروسرخ حساس است و آن را تشخیص می‌دهد؛ بنابراین به وسیله دوربین موبایل می‌توان پرتوهای فروسرخ تابیده‌شده از کنترل تلویزیون را به هنگام فشردن کلید روشن و خاموش آن، مشاهده کرد.

## نشر نور و طیف نشری خطی -

هر فلز و یا ترکیب‌های آن، رنگ خاص و منحصر به فردی به شعله آتش می‌دهند، به طوری که اگر مقداری از محلول نمک (ترکیب فلزدار) را با افشانه روی شعله بپاشیم، رنگ شعله تغییر می‌کند. رنگ نشرشده از هر یک، فقط باریکه بسیار کوتاهی از گستره طیف مرئی را در بر می‌گیرد.

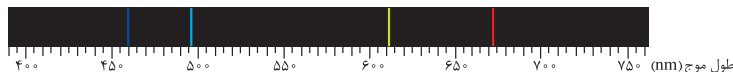
- فلز سدیم (Na) و ترکیب‌های آن → زرد
- فلز مس (Cu) و ترکیب‌های آن → سبز
- فلز لیتیم (Li) و ترکیب‌های آن → سرخ



- شیمی دان‌ها به فرایندی که در آن یک ماده شیمیایی با جذب انرژی، از خود پروتوهای الکترومغناطیس گسیل می‌کند، نشر می‌گویند.
- اگر نور نشرشده از یک عنصر را از منشور عبور دهیم، الگوی شامل خط‌ها یا نوارهای مجزای رنگی (خطوطی با طول موج مشخص) به وجود می‌آید که به آن طیف نشری خطی آن اتم می‌گویند.

**تذکر** طیف نشری خطی عنصرها برخلاف طیف نور خورشید که پیوسته بود، یک طیف گسسته است.

- هر عنصر (فلز، نافلز یا شبه‌فلز) طیف نشری خطی ویژه خود را دارد؛ یعنی تعداد خطوط و محل قرارگیری نوارهای طیف (طول موج نوارها) برای آن عنصر اختصاصی است؛ بنابراین مانند اثر انگشت می‌توان از این طیف برای شناسایی عنصرها استفاده کرد. (طیف نشری خطی هیچ دو عنصری مثل هم نیست).
- مثال** طیف نشری خطی لیتیم در گستره مرئی، شامل چهار خط یا طول موج رنگی است.



**توجه** طیف نشری خطی اتم هیدروژن مانند فلز لیتیم در ناحیه مرئی، دارای ۴ نوار یا خط رنگی است، ولی مکان (طول موج) خط‌ها در آن‌ها با هم متفاوت است.



**تذکر** نافلزها (مانند هلیوم، هیدروژن، نئون و ...) نیز طیف نشری خطی ویژه خود را دارند، ولی برای ایجاد طیف نشری نافلزها و عنصرهای گازی از شعله استفاده نمی‌شود.

- کاربرد طیف‌های نشری خطی از برخی جنبه‌ها مانند کاربرد خط نماد (بارکد) روی جعبه یا بسته مواد غذایی و بسیاری کالاهاست.
- برای شناسایی یک عنصر مجهول به کمک طیف نشری خطی، باید تعداد خطوط و مکان آن‌ها (طول موج خطوط) در طیف نشری خطی عنصر را با طیف نشری خطی عنصر معلوم مقایسه کرد.
- نور زرد لامپ‌هایی که شب، آزادراه‌ها، بزرگراه‌ها و خیابان‌ها را روشن می‌سازند، به دلیل وجود بخار سدیم در آن‌هاست.
- از لامپ نئون در ساخت تابلوهای تبلیغاتی، برای ایجاد نوشته‌های نورانی سرخ‌فام استفاده می‌شود.

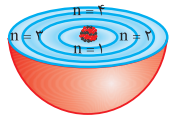
### – ساختار اتم –

**مدل اتمی بور:** در طیف نشری خطی عنصرها، هر نوار یا خط، نوری با طول موج و انرژی معین را نشان می‌دهد. بور با بررسی تعداد و جایگاه خط‌های موجود در طیف نشری خطی اتم هیدروژن (ساده‌ترین اتم) و در نظر گرفتن این‌که الکترون در اتم هیدروژن انرژی معینی دارد، توانست با مدل خود، طیف نشری خطی اتم هیدروژن را به خوبی توضیح دهد. در مدل بور، الکترون‌ها در مسیرهای دایره‌ای به نام مدار به دور هسته در حال چرخش هستند.

- مدل بور به‌جز توجیه طیف نشری خطی عنصر هیدروژن، توانایی توجیه طیف نشری خطی دیگر عنصرها را نداشت.

**مدل کوانتومی اتم:** پس از بور، دانشمندان برای توجیه طیف نشری خطی دیگر عنصرها و چگونگی نشر نور از اتم‌ها، ساختار لایه‌ای برای اتم پیشنهاد دادند. در این مدل اتم را کره‌ای در نظر می‌گیرند که هسته در فضایی بسیار کوچک و در مرکز آن جای دارد و الکترون‌ها در فضایی بسیار بزرگ‌تر و در لایه‌های پیرامون هسته توزیع می‌شوند.

- ترتیب شماره‌گذاری لایه‌ها از هسته به سمت بیرون است. شماره هر لایه را با  $n$  نشان می‌دهند که  $n$  عدد کوانتومی اصلی نامیده می‌شود. هر چه الکترون در لایه دورتری از هسته باشد، انرژی آن بیشتر است.
- در ساختار لایه‌ای (مدل کوانتومی)، برای حرکت الکترون به دور هسته، مسیر دقیقی توصیف نمی‌شود.
- در این مدل با احتمال حضور الکترون در فضای معین سروکار داریم؛ به این معنا که الکترون در هر لایه‌ای که باشد، در همه نقاط پیرامون هسته حضور می‌یابد اما در محدوده یادشده (یعنی در یک لایه) احتمال حضور بیشتری دارد.
- در ساختار لایه‌ای، انرژی الکترون‌ها در لایه‌ها و بنابراین دافوسند انرژی هنگام انتقال الکترون از یک لایه به لایه دیگر، کوانتومی است. (یعنی هر مقداری را نمی‌تواند داشته باشد).



### – مفهوم کوانتومی بودن یک کمیت –

- **کمیت (۱)** پیوسته: کمیت‌هایی که می‌توانند هر مقداری (مقدار پیوسته‌ای) را داشته باشند؛ مانند جرم اجسام:  $5 \text{ kg}$ ،  $0.5 \text{ kg}$ ،  $2/5 \text{ kg}$  و ...
- **کمیت (۲)** گسسته (کوانتومی): کمیت‌هایی که تنها می‌توانند مقادیر معینی (مضرب صحیحی از یک مقدار معین) را داشته باشند؛ مانند تعداد اشیاء یا افراد (تعداد اشیاء یا افراد نمی‌تواند هر مقدار مثلاً  $3/25$  عدد را شامل شود).

- انرژی مانند ماده در نگاه ماکروسکوپی، پیوسته اما در نگاه میکروسکوپی گسسته یا کوانتومی است.

- الکترون‌ها در هر لایه، انرژی و آرایش معینی دارند و معمولاً در پایین‌ترین و پایدارترین لایه‌های ممکن قرار می‌گیرند. در این حالت اتم از پایداری نسبی برخوردار بوده و در حالت پایه قرار دارد.
- اگر به اتم‌ها در حالت پایه انرژی داده شود، الکترون‌های آن‌ها با جذب انرژی به لایه‌های بالاتر منتقل می‌شوند. به اتم‌ها در چنین حالتی، اتم‌های برانگیخته می‌گویند.

- با توجه به این‌که اتم‌های برانگیخته پرنرژی و ناپایدارند، الکترون‌ها در آن‌ها تمایل دارند به حالت پایه و اولیه بازگردند و پایداری شوند. هنگام بازگشت الکترون‌ها از لایه‌های بالاتر به لایه‌های پایین‌تر، الکترون‌ها انرژی اضافه خود را به صورت نور منتشر می‌کنند. این نورها به صورت خطوط یا نوارهای رنگی در طیف نشری خطی اتم‌ها دیده می‌شود.

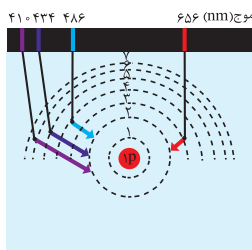
### – چرا طیف نشری خطی هر عنصر منحصر به فرد است؟ –

از آن‌جا که انرژی لایه‌های الکترونی پیرامون هسته هر اتم ویژه همان اتم بوده و به عدد اتمی آن وابسته است، انرژی لایه‌ها و تفاوت انرژی میان آن‌ها در اتم عنصرهای گوناگون متفاوت است؛ بنابراین انتظار می‌رود هر عنصر، طیف نشری خطی منحصر به فردی ایجاد کند.



**طیف نشری خطی اتم هیدروژن:** در بخش مرئی طیف نشری خطی اتم هیدروژن ۴ نوار رنگی بنفش، نیلی، آبی و قرمز وجود دارد که نتیجه انتقال تکالکترون اتم هیدروژن از لایه‌های الکترونی ۶، ۵، ۴ و ۳ به لایه الکترونی ۲ است.

| رنگ خط در طیف نشری | طول موج (nm)                             | نحوه تشکیل خط در طیف             |
|--------------------|------------------------------------------|----------------------------------|
| بنفش               | ۴۱۰ (کوتاه‌ترین طول موج و بیشترین انرژی) | انتقال الکترون از $n=6$ به $n=2$ |
| نیلی               | ۴۳۴                                      | انتقال الکترون از $n=5$ به $n=2$ |
| آبی                | ۴۸۶                                      | انتقال الکترون از $n=4$ به $n=2$ |
| قرمز               | ۶۵۶ (بلندترین و طول موج و کم‌ترین انرژی) | انتقال الکترون از $n=3$ به $n=2$ |



**تذکر** هنگامی که اتم هیدروژن برانگیخته می‌شود، تکالکترون این اتم بسته به انرژی دریافتی می‌تواند به لایه‌های طول موج (۶۵۶، ۴۸۶، ۴۳۴، ۴۱۰) الکترونی بالاتر (۲، ۳، ۴، ۵، ۶) برود و در بازگشت، به هر یک از لایه‌های الکترونی پایین‌تر (۱، ۲، ۳، ۴، ۵ و ۶) بازگردد، اما فقط چهارتا از این انتقال‌های الکترونی منجر به ایجاد نورهای مرئی می‌شود و سایر امواج آزادشده در اثر انتقال‌ها دارای طول موج کوتاه‌تر یا بلندتر از ناحیه مرئی هستند و قابل رؤیت با چشم غیرمسلح نیستند.

## نکته

با توجه به شکل هر چه از هسته اتم دورتر شویم، تفاوت انرژی بین دو لایه متوالی کاهش می‌یابد؛ یعنی مثلاً تفاوت انرژی بین لایه‌های  $n=3$  و  $n=4$  کم‌تر از تفاوت انرژی بین لایه‌های  $n=1$  و  $n=2$  است.

با توجه به توضیحات داده‌شده:

انتقال‌های الکترونی در اتم هیدروژن

- بازگشت الکترون از لایه‌های سوم تا ششم به لایه دوم → نشر پرتو مرئی
- بازگشت الکترون از لایه هفتم به لایه دوم → بازگشت الکترون از لایه‌های بالاتر به لایه اول → نشر پرتو فرابنفش
- بازگشت الکترون از لایه‌های بالاتر به لایه‌های سوم تا پنجم → نشر پرتو فروسرخ

## توزیع الکترون‌ها در لایه‌ها و زیرلایه‌ها

- با توجه به مدل کوانتومی اتم، ساختاری لایه‌ای دارد و الکترون‌ها در لایه‌های پیرامون هسته با نظم ویژه‌ای حضور دارند.
  - حداکثر گنجایش الکترونی در هر لایه از رابطه  $2n^2$  به دست می‌آید.
  - هر لایه از یک یا چند بخش کوچک‌تر به نام زیرلایه تشکیل شده است. در هر لایه الکترونی به تعداد شماره لایه، زیرلایه وجود دارد.
  - زیرلایه‌ها را با عدد کوانتومی فرعی (l) مشخص می‌کنند. عدد کوانتومی فرعی می‌تواند عددهای صحیح صفر تا  $(n-1)$  را در بر بگیرد.
- مثال
- پس لایه الکترونی سوم، دارای سه زیرلایه با عددهای کوانتومی فرعی، ۰، ۱ و ۲ است.
- زیرلایه‌ها را با نمادهای حرفی s، p، d، f و ... نشان می‌دهند.

| نماد زیرلایه | s | p | d | f |
|--------------|---|---|---|---|
| مقدار مجاز l | ۰ | ۱ | ۲ | ۳ |

نماد هر زیرلایه معین در اتم، با دو عدد کوانتومی اصلی و فرعی، به صورت nl مشخص می‌شود.

$$n=2 \Rightarrow \text{زیرلایه } 2p \Rightarrow n=2, l=1$$

نماد حرفی مشخص‌کننده زیرلایه

- حداکثر گنجایش الکترونی هر زیرلایه از رابطه  $2(2l+1) = 4l+2$  به دست می‌آید.

## مثال

$$d \Rightarrow 4l+2 \Rightarrow 4 \times 2 + 2 = 10 \Rightarrow 10e^-$$

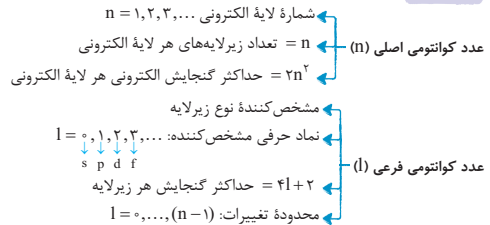
# مرورنامه آزمون آزمایشی خیلی سبز



| f  | d  | p | s | نماد زیرلایه           |
|----|----|---|---|------------------------|
| ۱۴ | ۱۰ | ۶ | ۲ | حداکثر گنجایش الکترونی |

**توجه** با توجه به این که مقدار عدد کوانتومی فرعی (l) از صفر شروع می‌شود، منظور از n امین زیرلایه یک اتم، زیرلایه‌ای با عدد کوانتومی فرعی n-1 است. به طور مثال منظور از پنجمین زیرلایه یک اتم، زیرلایه‌ای با l = 4 است نه l = 5!

## جمع بندی



## - ترتیب پرشدن زیرلایه‌ها از الکترون در اتم -

مطابق قاعده آفبا، هنگام افزودن الکترون به زیرلایه‌ها، نخست زیرلایه‌های نزدیک‌تر به هسته که پایدارترند و انرژی کم‌تری دارند، پر می‌شوند. انرژی زیرلایه‌ها به هر دو عددی‌های کوانتومی اصلی (n) و فرعی (l) بستگی دارد؛ هر چه (n+l) برای یک زیرلایه کوچک‌تر باشد، انرژی آن کم‌تر است و زودتر از الکترون پر می‌شود.

## توجه

اگر (n+l) برای دو زیرلایه یکسان باشد، زیرلایه‌ای که n کوچک‌تری دارد، انرژی کم‌تری داشته و زودتر از الکترون پر می‌شود.

## مثال

مطابق قاعده آفبا، ترتیب پرشدن زیرلایه‌های 4f، 5p، 5d، 6s و 6s را بنویسید.

## پاسخ

هر زیرلایه که (n+l) کوچک‌تری داشته باشد، زودتر از الکترون اشغال می‌شود و اگر (n+l) دو زیرلایه برابر باشد، زیرلایه‌ای که n کوچک‌تر دارد، زودتر از الکترون اشغال می‌شود.

$$4f \Rightarrow n+l = 4+3 = 7$$

$$5p \Rightarrow n+l = 5+1 = 6$$

$$5d \Rightarrow n+l = 5+2 = 7 \Rightarrow \text{ترتیب پرشدن زیرلایه‌ها: } 5p \rightarrow 6s \rightarrow 4f \rightarrow 5d$$

$$6s \Rightarrow n+l = 6+0 = 6$$

## - چگونگی چینش عناصر در جدول تناوبی -

خواندیم که چینش عناصر در جدول تناوبی براساس افزایش تدریجی عدد اتمی آن‌ها و قرارگیری عناصر با خواص مشابه در یک گروه زیر هم است. اساس طبقه‌بندی عناصر در هر دوره در جدول تناوبی براساس ترتیب پرشدن زیرلایه‌ها طبق قاعده آفبا است.

به عنوان مثال در لایه الکترونی سوم (n=3)، 3 زیرلایه 3s، 3p، 3d با ظرفیت کلی 18 الکترون وجود دارد، ولی در جدول تناوبی عناصر، در دوره سوم، فقط 8 عنصر وجود دارد؛ زیرا در دوره سوم فقط زیرلایه‌های 3s و 3p در حال پرشدن است و عناصری که زیرلایه 3d آن‌ها در حال پرشدن است، در ردیف چهارم جدول قرار داده شده‌اند. (با توجه به قاعده آفبا ابتدا زیرلایه 3s از الکترون پر می‌شود و بعد 3d)

ترتیب پرشدن زیرلایه‌ها در عنصرهای هر دوره جدول دورهای طبق قاعده آفبا را می‌توان به صورت زیر در نظر گرفت:

$$ns \rightarrow (n-2)f \rightarrow (n-1)d \rightarrow np \quad \text{شماره دوره یا تناوب } n \geq 2$$

در هنگام استفاده از رابطه فوق، n را از 1 تا 7 به عنوان شماره دوره قرار می‌دهیم و زیرلایه‌هایی که در هر مرحله ایجاد می‌شوند را می‌نویسیم. زیرلایه‌های ایجادشده در هر دوره به صورت زیر است:

$$[1s] - [2s 2p] - [3s 3p] - [4s 3d 4p] - [5s 4d 5p] - [6s 4f 5d 6p] - [7s 5f 6d 7p]$$

دوره هفتم      دوره ششم      دوره پنجم      دوره چهارم      دوره سوم      دوره دوم      دوره اول

## مثال

زیرلایه‌هایی که n+l آن‌ها برابر با 4 است را بنویسید و مشخص کنید هر کدام در عنصرهای دوره چندم جدول دورهای پر می‌شوند.

## پاسخ

برای پیدا کردن زیرلایه‌هایی که n+l آن‌ها برابر با 4 است، ابتدا به n، بیشترین مقدار ممکن یعنی عدد 4 را نسبت می‌دهیم و بنابراین مقدار l برابر صفر می‌شود؛ یعنی زیرلایه 4s (l=0) مربوط به زیرلایه 4s است و به ترتیب از مقدار n یک واحد کم کرده و به مقدار l یک واحد زیاد می‌کنیم تا جایی که زیرلایه مورد نظر وجود داشته باشد:

$$\begin{aligned} &\text{در دوره چهارم جدول دورهای پر می‌شود.} \Rightarrow \text{زیرلایه } 4s \Rightarrow n=4, l=0 \\ &\text{در دوره سوم جدول دورهای پر می‌شود.} \Rightarrow \text{زیرلایه } 3p \Rightarrow n=3, l=1 \\ &\text{وجود ندارد} \times \text{ زیرلایه } 2d \Rightarrow n=2, l=2 \end{aligned}$$



### – آرایش الکترونی اتم –

برای نوشتن آرایش الکترونی باید زیرلایه‌ها را به ترتیب و مطابق قاعده آفبا پر کنیم تا جایی که مجموع توان زیرلایه‌ها برابر با تعداد الکترون‌های اتم مورد نظر شود.

مثال:  $8O: 1s^2 / 2s^2 2p^6$

### توجه

هنگام نوشتن آرایش الکترونی، زیرلایه‌ای که ضریب کم‌تری دارد، زودتر نوشته می‌شود.

مثال:  $25Mn: 1s^2 / 2s^2 2p^6 / 3s^2 3p^6 3d^5 4s^2$

(با این که طبق قاعده آفبا  $4s$  زودتر از  $3d$  الکترون می‌گیرد، ولی برای نوشتن آرایش الکترونی،  $3d$  قبل از  $4s$  نوشته می‌شود.)

به آرایش الکترونی که در آن فقط از نماد زیرلایه‌ها استفاده می‌شود، **آرایش الکترونی گسترده** می‌گویند. اگر در آرایش الکترونی اتم‌ها به جای بخشی از آرایش الکترونی که همانند آرایش الکترونی یک گاز نجیب است، از عبارت [نماد شیمیایی گاز نجیب] استفاده کنیم، **آرایش الکترونی فشرده** به دست می‌آید.

### – گازهای نجیب و عدد اتمی آن‌ها –

$2He, 10Ne, 18Ar, 36Kr, 54Xe, 86Rn$

مثال:  $20Ca$ : آرایش الکترونی گسترده  $1s^2 / 2s^2 2p^6 / 3s^2 3p^6 / 4s^2$

آرایش الکترونی فشرده  $20Ca$ :

$[18Ar] 4s^2$

● قاعده آفبا آرایش الکترونی اغلب عنصرها را پیش‌بینی می‌کند، اما داده‌های طیف‌سنجی نشان می‌دهد که آرایش الکترونی برخی از اتم‌ها از قاعده آفبا پیروی نمی‌کند، به طور مثال هر یک از اتم‌های کروم ( $24Cr$ ) و مس ( $44Cu$ ) در بیرونی‌ترین زیرلایه خود تنها یک الکترون دارند.

در این اتم‌ها یک الکترون از زیرلایه  $4s$  برداشته شده و به زیرلایه  $3d$  اضافه شده است.

$24Cr \Rightarrow \begin{cases} [18Ar] 3d^5 4s^1 & \text{آرایش الکترونی مورد انتظار} \\ [18Ar] 3d^4 4s^2 & \text{آرایش الکترونی واقعی} \end{cases}$

$44Cu \Rightarrow \begin{cases} [18Ar] 3d^9 4s^1 & \text{آرایش الکترونی مورد انتظار} \\ [18Ar] 3d^{10} 4s^1 & \text{آرایش الکترونی واقعی} \end{cases}$

یا مواردی مانند:

$42Mo: [36Kr] 4d^5 5s^1$

$47Ag: [36Kr] 4d^{10} 5s^1$

### – الکترون‌های ظرفیت –

لایه ظرفیت یک اتم، لایه‌ای است که الکترون‌های آن، رفتار شیمیایی اتم را تعیین می‌کنند. به الکترون‌های این لایه الکترون‌های ظرفیت اتم می‌گویند. ۱ اگر آخرین الکترون به زیرلایه  $s$  یا  $p$  وارد شود، آخرین لایه الکترونی (زیرلایه‌ها با بزرگ‌ترین ضریب) لایه ظرفیت است.

$12Mg: [10Ne] 3s^2$  و  $35Br: [18Ar] 3d^{10} 4s^2 4p^5$   
لایه ظرفیت  
دارای ۲ الکترون

لایه ظرفیت  
دارای ۷ الکترون

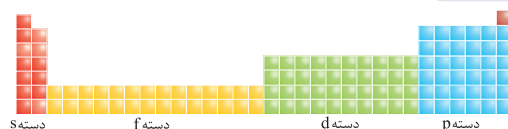
۲ اگر آخرین الکترون به زیرلایه  $d$  وارد شود، الکترون‌های ظرفیت شامل الکترون‌های زیرلایه‌های  $d$  و  $(n-1)s$  است.

$28Ni: [18Ar] 3d^8 4s^2$   
۱۰ الکترون  
ظرفیت

### نکته

تعداد الکترون‌های ظرفیت عنصری که در یک گروه قرار دارند، با هم برابر است. در گروه ۱ و ۲ و گروه‌های ۱۳ تا ۱۸ (به‌جز هلیوم) تعداد الکترون‌های ظرفیت برابر با عدد یکان شماره گروه آن‌ها است.

### – دسته‌بندی عناصر براساس آخرین زیرلایه در حال پرشدن –



۱ عنصرهای دسته s: عنصرهایی که زیرلایه  $s$  آن‌ها در حال پرشدن است.

۲ عنصرهای دسته p: عنصرهایی که زیرلایه  $p$  آن‌ها در حال پرشدن است.

۳ عنصرهای دسته d: عنصرهایی که زیرلایه  $d$  آن‌ها در حال پرشدن است.

۴ عنصرهای دسته f: عنصرهایی که زیرلایه  $f$  آن‌ها در حال پرشدن است.

### – تعیین موقعیت عناصر (دوره و گروه) در جدول تناوبی –

برای تعیین شماره دوره و گروه یک عنصر در جدول تناوبی به کمک آرایش الکترونی آن به صورت زیر عمل می‌کنیم:

بزرگ‌ترین ضریب در آرایش الکترونی، شماره دوره هر عنصر (همه دسته‌ها)

تعداد الکترون‌های ظرفیت شماره گروه عنصرهای دسته s (به‌جز هلیوم)

$12 + 10 = p$  توان ۱۲ تعداد الکترون‌های ظرفیت: شماره گروه عنصرهای دسته p

تعداد الکترون‌های ظرفیت شماره گروه عنصرهای دسته d



| موقعیت در جدول تناوبی                                                        | شمار عناصر | دسته عناصر |
|------------------------------------------------------------------------------|------------|------------|
| گروه ۱ و ۲ و هلیوم از گروه ۱۸                                                | ۱۴         | s          |
| همهٔ عناصر گروه ۱۳ تا ۱۸ به جز هلیوم                                         | ۳۶         | p          |
| گروه ۳ تا ۱۲                                                                 | ۴۰         | d          |
| دو ردیف پایین جدول (اعداد اتمی ۵۷ تا ۷۰ در ردیف اول و ۸۹ تا ۱۰۲ در ردیف دوم) | ۲۸         | f          |

$${}_{19}\text{A} : [{}_{18}\text{Ar}] 4s^1 \Rightarrow \text{دوره چهارم، گروه ۱، دسته S}$$
$${}_{22}\text{B} : [{}_{18}\text{Ar}] 3d^2 4s^2 \Rightarrow \text{دوره چهارم، گروه ۴، دسته d}$$

$\text{rC} : [\text{Ar}] \text{r} \text{d}^1 \text{s}^7 \text{f} \text{p}^7 \Rightarrow \text{p}$  دسته ۱۵، دوره چهارم، گروه  
 $(\text{r}+12)$   
 $\text{p}$  توان

### مثال

– تعیین شماره دوره و گروه عناصرها بدون نوشتن آرایش الکترونی –

**۲) تعیین شماره دوره:** گازهای نجیب با عدهای اتمی ۲، ۱۰، ۱۸، ۳۶، ۵۴، ۸۶ و ۱۱۸ به ترتیب در انتهای دورههای اول تا هفتم قرار دارند؛ بنابراین برای تعیین شماره دوره یک عنصر کافی است عدد اتمی عنصر مورد نظر را بین عدد اتمی دو گاز نجیب قبلی و بعدی آن قرار دهیم. شماره دوره عنصر با شماره دوره گاز نجیب بعدی یکسان است.

**(ب) تعیین شماره گروه:** برای تعیین شماره گروه، سه حالت پیش می‌آید:

اگر عدد اتمی عنصر مورد نظر یک یا دو واحد بیشتر از عدد اتمی یکی از گازهای نجیب باشد، در این حالت شماره گروه برابر با تفاوت عدد اتمی عنصر با گاز نجیب دوره قبل است (شماره گروه برابر ۱ یا ۲ می باشد).

$${}_{19}X: 19 - \underset{\text{آرگون}}{18} = 1 \quad \text{و} \quad {}_{56}X: 56 - \underset{\text{زنون}}{54} = 2$$

**مثال** عنصری با عدد اتمی ۱۹ متعلق به گروه ۱ و عنصری با عدد اتمی ۵۶ متعلق به گروه ۲ است.

### مثال

۲) عنصرهایی که در دو ردیف در پایین جدول قرار دارند (عنصری با عدد اتمی ۵۷ تا ۷۰ و ۸۹ تا ۱۰۲) همگی به گروه ۳ تعلق دارند.

۳ برای بقیه عنصرها که عدد اتمی آن‌ها بیش از دو واحد از عدد اتمی گاز نجیب قبل از خود بیشتر است، باید اختلاف عدد اتمی عنصر و گاز نجیب هم‌دوره‌اش را از عدد ۱۸ کم کنیم تا شماره گروه به دست آید.

(عدد اتمی اتم مورد نظر - عدد اتمی گاز نجیب بعد از اتم مورد نظر) - ۱۸ = شماره گروه

$$۳۳A \xrightarrow{۲۳-۱۸=۵>۲} ۱۸-(۳۶-۲۳)=۵$$

گاز نجیب  
هم‌دوره

### مثال

## — ساختار اتم و رفتار آن —

عصرهای گروه ۱۸ جدول دروهای (گازهای نجیب) در طبیعت به شکل **تک‌اتم** یافت می‌شوند و این واقعیت بیانگر این است که این گازها و **اکتس‌ناپذیر** بوده و یا **اکتس‌پذیری** بسیار کمی دارند. این پایداری گازهای نجیب را، به آرایش الکترونی لایه ظرفیت آن‌ها نسبت می‌دهند. در لایه ظرفیت این اتم‌ها، **هشت الکترون** وجود دارد (به‌جز هلیوم که در تنها لایه الکترونی خود، دو الکترون دارد)، پس می‌توان نتیجه گرفت که اگر لایه ظرفیت اتمی **هشت‌تایی** نباشد، آن اتم و **اکتس‌پذیر** است.

● رفتار شیمیایی هر اتم به تعداد الکترون‌های ظرفیت آن بستگی دارد؛ به طوری که می‌توان دستیابی به آرایش گاز نجیب (آرایش هشت‌تایی) را مبنای رفتار اتم‌ها دانست.

روش‌های رسیدن به آرایش هشت‌تایی در اتم‌ها

- (۱) مبادله یا انتقال الکترون
- (۲) به اشتراک گذاشتن الکترون

– آرایش الکترون - نقطه‌ای –

در آرایش الکترون - نقطه‌ای که توسط «لوویس» ارائه شد، الکترون‌های ظرفیت هر اتم، پیرامون نماد شیمیایی آن با نقطه نشان داده می‌شود. در هر جایگاه (سمت راست، چپ،

بالا و پایین نماد) حداکثر دو الکترون قرار می‌گیرد. ( $X$ ) برای تمام اتم‌ها به‌جز هلیوم، ابتدا در هر جایگاه یک الکترون قرار می‌گیرد و از الکترون پنجم و پس از آن هر نقطه به صورت جفت‌نقطه در می‌آید.





**توجه** آرایش الکترون - نقطه‌ای هلیوم به صورت  $\text{He} \cdot$  است نه  $\text{He}^+$

## نکته

عنصری که در یک گروه قرار دارند، آرایش لایه ظرفیت یکسان و در نتیجه ساختار الکترون - نقطه‌ای مشابهی دارند. به طور مثال همه عناصر گروه ۱۷، دارای ۷ الکترون در لایه ظرفیت خود هستند و آرایش الکترون - نقطه‌ای آن‌ها به صورت  $\text{X}^7$  است.

**توجه** در عناصر گروه ۱، ۲ و ۱۳ تا ۱۸، تعداد الکترون‌های ظرفیت با عدد یکان شماره گروه برابر است.

## پایه دوازدهم

## فصل اول: بهداشت

- شونده‌ها براساس خواص اسیدی و بازی عمل می‌کنند.
- یکی از دلایل اسکان انسان در کنار رود و رودخانه: دسترسی به آب
- حفاری‌های باستان از شهر بابل نشان می‌دهد که چند هزار سال پیش از میلاد، انسان‌ها به همراه آب از موادی شبیه به صابون‌های امروزی برای نظافت و پاکیزگی استفاده می‌کردند.
- نیاکان ما به تجربه پی بردند که اگر ظرف‌های چرب را به خاکستر آغشته کنند و سپس با آب گرم شست‌وشو دهند، آسان‌تر تمیز می‌شوند.

بیماری واگیردار

راه انتقال، آب آلوده و رعایت نکردن بهداشت

راه جلوگیری، رعایت بهداشت فردی و همگانی

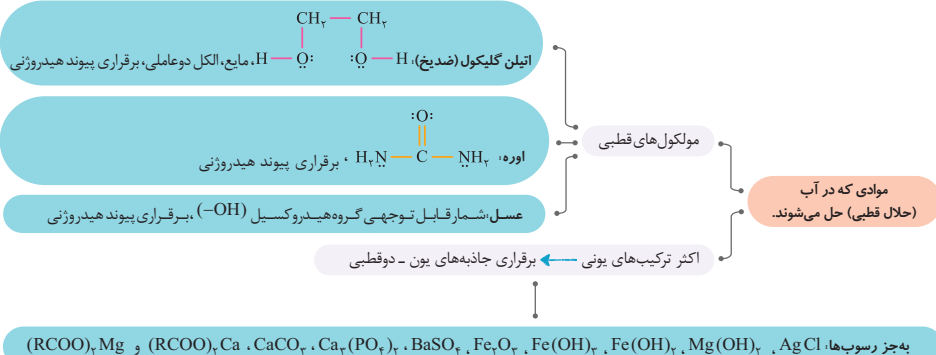
وبی

## - شاخص امید به زندگی -

- نشان می‌دهد با توجه به خطرانی که انسان‌ها در طول زندگی با آن مواجه هستند، به طور میانگین چند سال در این جهان زندگی می‌کنند.
- ➔ با گذشت زمان، بیشتر شده است.
  - ➔ در کشورهای گوناگون و حتی در شهرهای یک کشور تفاوت دارد.
  - ➔ در مناطق توسعه‌یافته و برخوردار در مقایسه با کم‌برخوردار بیشتر است.
  - ➔ شیب افزایش آن در مناطق کم‌برخوردار بیشتر از مناطق برخوردار است.
  - ➔ با گذشت زمان، میانگین امید به زندگی جهانی به نواحی برخوردار نزدیک‌تر شده است.

## پاکیزگی محیط با مولکول‌ها

- آلاینده‌ها موادی هستند که بیش از مقدار طبیعی در یک محیط، نمونه ماده یا یک جسم وجود دارند.
- اگر ذره‌های سازنده حل‌شونده یا مولکول‌های حلال جاذبه‌های مناسب برقرار کنند، حل‌شونده در حلال حل می‌شود.
- ➔ در غیر این صورت ذره‌های حل‌شونده کنار هم باقی می‌مانند و در حلال پخش نمی‌شوند.
- مواد قطبی در حلال‌های قطبی و مواد ناقطبی در حلال‌های ناقطبی حل می‌شوند.





موادی که در حلال‌های  
ناقطبی (هگزان) حل می‌شوند.

مولکول‌های ناقطبی، گشتاور دوقطبی آن‌ها  
حدود صفر است.

هیدروکربن‌ها مثل بنزین  $(C_6H_6)$ ، وازلین  $(C_{25}H_{52})$  و ...

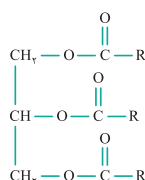
ترکیب‌های دوبخشی با بخش ناقطبی بزرگ‌تر، گشتاور دوقطبی، در سرتاسر آن صفر نیست.

روغن زیتون  
(C<sub>57</sub>H<sub>104</sub>O<sub>6</sub>)

چربی ها

اسیدهای چرب: کربوکسیلیک اسیدهایی با  
زنجیر بلند کربنی (R COOH)

استرهای بلندزنجیر  
(با جرم مولی زیاد)

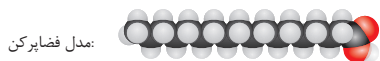


— چربی‌ها —

جرم‌ها مخلوطی از اسدهای جرب و استرهای بلندزنجیر هستند.

**الف) اسیدهای چرب: مثل  $C_{17}H_{35}COOH$ :**

## دوازدهم ریاضی مرحله ششم

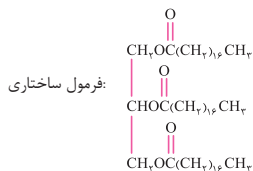
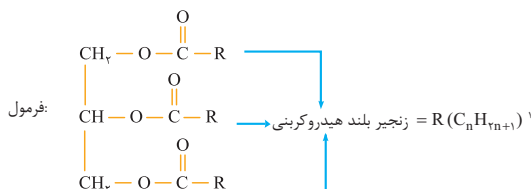
[illegible]

الگو:

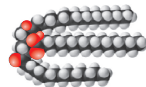
بخش ناقطبی (زنجیر بلند هیدروکربنی)

بخش قطبی (گروه کربوکسیل)

**(ب) استرهای بلند زنجیر: مثل  $C_{25}H_{52}O_2$**



مدل فضایرکن



در کل ناقطبی →

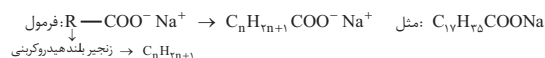
نیروی بین مولکولی : غالب : وان دروالسی →

بخش قطبی ، بخش ناقطبی

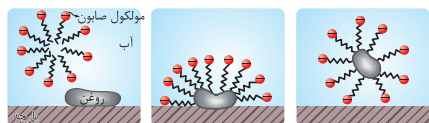
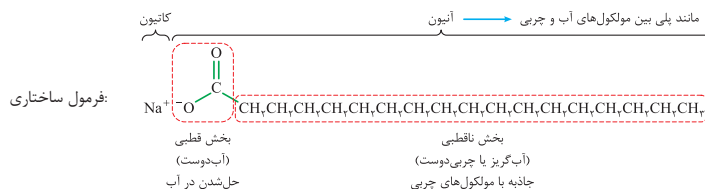
الگو:

— صابون —

به نمک اسیدهای چرب، صابون می‌گویند.



۱- در صورتی که R، سیر نشده باشد، به ازای هر پیوند دوگانه یا هر حلقه، ۲ اتم هیدروژن و به ازای هر پیوند سه گانه، ۴ اتم هیدروژن، از آلکیل هم کربن کم تر خواهد شد.



مراحل پاک شدن یک لکه چربی، یا روغن، یا صابون

- صابون جامد را می‌توان نمک سدیم اسید چرب دانست.
- صابون جامد را از گرم کردن مخلوط روغن‌های گوناگون یا چربی مانند روغن زیتون، نارگیل و بیه یا سدیم‌هیدروکسید تهیه می‌کنند.
- صابون‌های امع، نمک پتاسیم یا آمونیوم اسیده‌ای چرب هستند.
- صابون‌های مادی است که هم در آب و هم در چربی یخشی می‌شود.

## پیوند با زندگی (انواع مخلوط‌ها)

در این جا، سه دسته از مخلوط‌ها را بر سه می‌کنیم:

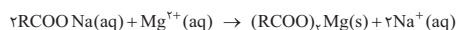


- رفتار کلونیده‌ها را می‌توان رفتاری بین سوسانیسیون‌ها و محلول‌ها در نظر گرفت.

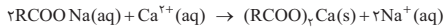
## قدرت پاک‌کنندگی صابون‌ها

قدرت پاک‌کنندگی صابون به ۵ عامل بستگی دارد.

- ۱ مقدار صابون، هر چه بیشتر، قدرت پاک‌کنندگی بیشتر ۲ نوع صابون، صابون ازنیم‌دار، قدرت پاک‌کنندگی بیشتر ۳ دما، هر چه بیشتر، قدرت پاک‌کنندگی بیشتر  
 ۴ نوع پارچه، قدرت پاک‌کنندگی لکه‌ها از روی پارچه نخی نسبت به پارچه‌های پلی‌استری بیشتر ۵ میزان پسندیدگی لکه‌های چربی روی پارچه پلی‌استری بیشتر است.  
 ۵ نوع آب، در آب سخت، قدرت پاک‌کنندگی صابون کمتر است.  
 آب سخت، مقادیر چشم‌گیری از یون‌های کلسیم ( $\text{Ca}^{++}$ ) و منیزیم ( $\text{Mg}^{++}$ ) دارد؛ مثل آب دریا و مناطق کویری (شور).  
 صابون در این آب‌ها به خوبی کف نمی‌کند.  
 صابون با یون‌های موجود در آب سخت، رسوب تشکیل می‌دهد.



# مرورنامه آزمون آزمایشی خیلی سبز



← لکه‌های سفیدی که پس از شستن لباس با صابون روی آن‌ها بر جای می‌ماند، نشانه‌ای از تشکیل چنین رسوب‌هایی است.

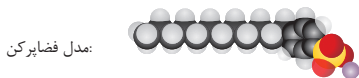
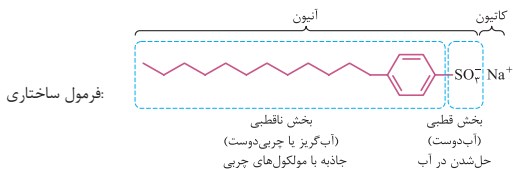
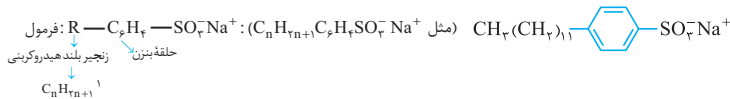
## در جست‌وجوی پاک‌کننده‌های جدید

افزایش جهانی تقاضای صابون و در دسترس نبودن چربی به اندازه کافی برای تولید انبوه صابون

مشکلات صابون

به خوبی عمل نکردن صابون در سفرهای دریایی و صناعی که با آب شور کار می‌کنند.

## پاک‌کننده‌های غیرصابونی -



← ساخته‌شده از بنزن و دیگر مواد اولیه در صنایع پتروشیمی

← ساختاری شبیه صابون، با قدرت پاک‌کنندگی بیشتر

← در آب سخت نیز خاصیت پاک‌کنندگی خود را حفظ می‌کنند، زیرا با یون‌های موجود در این آب‌ها رسوب نمی‌دهند.

## پیوند با صنعت

صابون طبیعی، تهیه‌شده از بیه گوسفند و سود سوزآور

صابون مراقبه

افزودنی شیمیایی ندارد و به دلیل خاصیت بازی مناسب برای موهای چرب استفاده می‌شود.

● از نوعی صابون سنتی در تنور نان سنگک برای چرب کردن سطح سنگ‌ها استفاده می‌شود.

صابون گوگرددار: مناسب برای از بین بردن جوش صورت و قارچ‌های پوستی

صابون کلردار: خاصیت ضدعفونی‌کننده و میکروب‌کش.

مواد شوینده با نمک‌های فسفات: افزایش قدرت پاک‌کنندگی ← نمک‌های فسفات با یون‌های کلسیم و منیزیم موجود در آب‌های سخت واکنش می‌دهند و از تشکیل رسوب و ایجاد لکه صابون جلوگیری می‌کنند.

● هر چه شوینده‌ای مواد شیمیایی بیشتری داشته باشد، احتمال ایجاد عوارض جانبی آن بیشتر خواهد بود.

## پاک‌کننده‌های خورنده -

● صابون و پاک‌کننده غیرصابونی ← عملکرد: برهم‌کنش میان ذره‌ها

برهم‌کنش میان ذره‌ها

پاک‌کننده خورنده ← عملکرد

واکنش با آلاینده‌ها

● رسوب تشکیل‌شده بر روی دیواره کتری، لوله‌ها، آبراه‌ها و دیگرهای بخار با صابون و پاک‌کننده‌های غیرصابونی زدوده نمی‌شوند.

← پاک‌کننده‌های خورنده با این رسوب‌ها واکنش می‌دهند، فرآورده‌های آن‌ها با آب شسته می‌شوند.

۱- در صورتی که R، سیرنشته باشد، به ازای هر پیوند دوگانه یا حلقه، ۲ اتم هیدروژن و به ازای هر پیوند سه‌گانه، ۴ اتم هیدروژن از اکلیل هم‌کربن کم‌تر خواهد شد.

- از نظر شیمیایی فعال‌اند و خاصیت خوردگی دارند؛ به همین دلیل نباید با پوست تماس داشته باشند.
- مثل هیدروکلریک‌اسید (جوهرنمک) (HCl)، سدیم‌هیدروکسید (سود سوزآور) و سفیدکننده‌ها.
- نوعی پاک‌کننده که به شکل پودر عرضه می‌شود، شامل مخلوط سدیم‌هیدروکسید و پودر آلومینیم است.
- برای بازکردن مجاری مسدودشده در برخی وسایل و دستگاه‌های صنعتی استفاده می‌شود.



- پودربودن باعث افزایش سطح تماس و افزایش سرعت واکنش می‌شود.
- رسوب و چربی‌های جمع‌شده، با انجام واکنش به فرآورده‌هایی تبدیل می‌شوند که با آب شسته می‌شود.
- واکنش گرماده است ( $\Delta H < 0$ ) و با افزایش دما سرعت واکنش افزایش یافته و قدرت پاک‌کنندگی افزایش می‌یابد. همچنین، گرمای آزادشده می‌تواند سبب ذوب‌شدن چربی‌ها شود.
- گاز هیدروژن تولیدشده ( $H_2(g)$ )، به رسوب‌ها ضربه وارد می‌کند و قدرت پاک‌کنندگی افزایش می‌یابد.

### اسیدی یا بازی بودن برخی پاک‌کننده‌ها با تغییر رنگ کاغذ pH



سرکه سفید (اسیدی)



صابون (بازی)



محلول سود (بازی‌تر)



محلول جوهرنمک (اسیدی‌تر)

- به طور کلی، کاغذ pH در محلول‌های اسیدی به رنگ سرخ و در محلول‌های بازی، به رنگ آبی درمی‌آید.

### اسیدها و بازها

- در شونده‌ها و پاک‌کننده‌ها و مواد شیمیایی گوناگون، اسیدها و بازها نقش مهمی دارند.
- عملکرد بدن ما به میزان مواد اسیدی و بازی موجود در آن وابسته است.
- یاخته‌های دیواره معده با ورود مواد غذایی به آن هیدروکلریک‌اسید ترشح می‌کنند.
- این اسید افزون بر فعال کردن آنزیم‌ها برای تجزیه مواد غذایی، جانداران ذره‌بینی موجود در غذا را نیز از بین می‌برد.
- سوزش معده که درد شدیدی در ناحیه سینه ایجاد می‌کند، به دلیل برگشت مقداری از محتویات اسیدی معده به لوله مری است.

اسیدهای خوراکی مژه ترش دارند.

اسیدها با اغلب فلزها واکنش می‌دهند (اسیدها با فلزاتی مثل  $Cu$  و  $Ag$ ،  $Pt$ ،  $Au$  واکنش نمی‌دهند).

$$Mg(s) + 2HCl(aq) \rightarrow MgCl_2(aq) + H_2(g)$$

در تماس با پوست سوزش ایجاد می‌کنند.

اغلب میوه‌ها دارای اسیدند و pH آن‌ها کم‌تر از ۷ است.

اسیدها

بازها مژه تلخ دارند.

بازها در سطح پوست همانند صابون، احساس لیزی ایجاد می‌کنند، اما به آن نیز آسیب می‌رسانند.

برای کاهش میزان اسیدی‌بودن خاک به آن آهک ( $CaO$ )، اکسید بازی می‌افزایند.

بازها

- پیش از آن که ساختار اسیدها و بازها شناخته شود، شیمی‌دان‌ها افزون بر ویژگی‌های اسیدها و بازها، با برخی از واکنش‌های آن‌ها نیز آشنا بودند.

نخستین کسی بود که اسیدها و بازها را بر یک مبنای علمی توصیف کرد.

بر روی رسانایی الکتریکی محلول‌های آبی کار کرد.

یافته‌های تجربی او نشان داد که محلول اسیدها و بازها رسانای برق هستند، هر چند میزان رسانایی آن‌ها با یکدیگر یکسان نیست.

سوانت آرنیوس

# مرورنامه آزمون آزمایشی خیلی سبز



## اسید آرنیوس

مواد و ترکیب‌هایی که با حل شدن در آب، غلظت یون هیدرونیوم ( $H^+(aq)$ ) را افزایش می‌دهند.

رفتار اسیدها را می‌توان براساس غلظت  $H^+(aq)$  توصیف کرد.

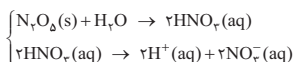
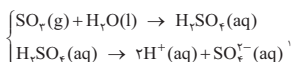
هر چه  $[H^+]$  بیشتر باشد، آن محلول اسیدی‌تر است.

۱) دارای H اسیدی در فرمول ماده: مثل:  $HNO_3$ ,  $HF$ ,  $HNO_2$ ,  $H_2SO_4$ ,  $HCl$ ,  $HBr$ ,  $HI$ ,

$HCN$ ,  $H_2CO_3$ ,  $CH_3COOH$ ,  $HCOOH$

انواع اسیدها

۲) بدون H اسیدی در فرمول ماده: برخی اکسیدهای نافلز، مثل:  $CO_2$  و  $N_2O_5$ ,  $SO_3$ .



● یون  $H^+(aq)$  در آب به شکل  $H_3O^+(aq)$  یافت می‌شود. (یون هیدرونیوم)

## باز آرنیوس

مواد و ترکیب‌هایی که با حل شدن در آب، غلظت یون هیدروکسید ( $OH^-(aq)$ ) را افزایش می‌دهند.

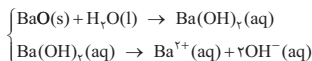
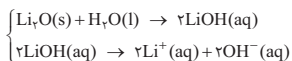
رفتار بازها را می‌توان براساس غلظت  $OH^-(aq)$  توصیف کرد.

هر چه  $[OH^-]$  بیشتر باشد، آن محلول بازی‌تر است.

دارای یون  $OH^-$  در فرمول ماده: مثل هیدروکسیدهای گروه ۱ و گروه ۲ جدول تناوبی (به جز Be)

بدون یون  $OH^-$  در فرمول ماده: مانند  $NH_3$  و برخی اکسیدهای فلزی، مثل  $CaO$ ,  $Na_2O$ ,  $Li_2O$  و  $BaO$ .

انواع بازها



● اگر در یک سامانه، غلظت یون‌های هیدرونیوم ( $H^+(aq)$ ) و هیدروکسید ( $OH^-(aq)$ ) با هم برابر باشد، آن سامانه حالت خنثی دارد.

۱- سولفوریک اسید ( $H_2SO_4$ ) دارای دو هیدروژن اسیدی بوده و طی دو مرحله یونش می‌یابد؛ مرحله اول کامل و مرحله دوم آن تعادلی است؛ یعنی بر اثر انحلال یک مول  $SO_3$  در آب، کم‌تر از ۳ مول یون تولید می‌شود.

۱)  $H_2SO_4 \rightarrow HSO_4^- + H^+$  ۲)  $HSO_4^- \rightleftharpoons H^+ + SO_4^{2-}$