

مرورنامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۰۵



مرحله نهم

پایه دوازدهم

این مرورنامه، ویژه مباحث جدید آزمون است. مرورنامه مباحثی که در آزمون‌های قبل به آن‌ها پرداخته شده، در پنل کاربری شما قابل دریافت است و در این فایل از تکرار آن پرهیز شده است.

نام درس	مباحث	مؤلف	ویراستار	از صفحه	تا صفحه
حسابان و ریاضیات پایه	حسابان دوازدهم: فصل ۲ و ۳ صفحه ۲۳ تا ۷۰ + مباحث مرتبط حسابان یازدهم: فصل ۵ صفحه ۱۱۳ تا ۱۵۱	علی شهرابی	محمدامین لطفی مهدی خوشنویس ابوالفضل ناصری سینا نیک‌نژاد امیررضا رحیمی	۲	۱۰
هندسه	هندسه دهم: فصل ۴ صفحه ۷۷ تا ۹۶ هندسه دوازدهم: فصل ۲ (درس ۱ و ۲) صفحه ۳۳ تا ۴۶	علیرضا نصراللهی	محمدامین لطفی شقایق راهبریان احمدرضا رسولی بردیا نصیری سینا نیک‌نژاد امیررضا رحیمی	۱۰	۱۶
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	ریاضیات گسسته دوازدهم: فصل ۱ (درس ۳) و فصل ۲ (درس ۱) صفحه ۱۸ تا ۴۲	سروش موئینی	محسن فراهانی پیام ابراهیم‌نژاد مهدی خوشنویس سینا نیک‌نژاد	۱۶	۱۷
فیزیک	فیزیک دهم: فصل ۵ صفحه ۱۲۷ تا ۱۴۹ فیزیک دوازدهم: فصل ۲ صفحه ۲۹ تا ۶۰	نوید شاهی داوود پاشا	نرجس تیمناک ماهان فنی‌فر علی حسن‌زاده سینا نیک‌نژاد	۱۷	۲۳
شیمی	شیمی دهم: فصل ۳ (از ابتدای محلول و مقدار حل‌شونده‌ها) صفحه ۹۳ تا ۱۲۲ شیمی دوازدهم: فصل ۲ صفحه ۳۷ تا ۶۶	عباس سرمایه	مهدی سلطانی معصومه سعیدی مهدی محمدی	۲۴	۴۰

ویژه کنکورهای ۱۴۰۵





حسابان و ریاضیات پایه

همسایگی

۱ انواع همسایگی:

انواع همسایگی	نمایش روی محور	تعریف بر حسب x_0	مثال برای $x_0 = 1$
همسایگی		x_0 باید داخل بازه باشد. $x_0 \in (a, b)$	$(-2, 2)$
همسایگی راست		x_0 باید ابتدای بازه باشد. (x_0, b)	$(1, 2)$
همسایگی چپ		x_0 باید انتهای بازه باشد. (a, x_0)	$(-1, 1)$
همسایگی محذوف		x_0 از داخل بازه حذف می‌شود. $(a, x_0) \cup (x_0, b)$ یا $(a, b) - \{x_0\}$	$(0, 3) - \{1\}$ یا $(0, 1) \cup (1, 3)$

۲ اگر بازه (a, b) یک همسایگی برای x_0 باشد، باید $a < x_0 < b$ باشد. اگر لازم شد، باید دو نامعادله $a < x_0$ و $x_0 < b$ را حل کنیم و بین جواب‌هایشان اشتراک بگیریم.

حد و پیوستگی

مقدمات حد

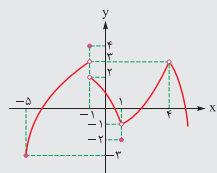
۱ تعریف حد:

نوع حد	نماد ریاضی	تعریف	روی نمودار
حد راست	$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L$	اگر x با مقادیر بیشتر از a (از سمت راست) به a نزدیک شود، مقادیر تابع به L نزدیک می‌شوند. کاری با خود نقطه a و سمت چپ نداریم.	
حد چپ	$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = L$	اگر x با مقادیر کمتر از a (از سمت چپ) به a نزدیک شود، مقادیر تابع به L نزدیک می‌شوند. کاری با خود نقطه a و سمت راست نداریم.	
حد	$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$	اگر حد راست و چپ در $x = a$ هر دو برابر با L باشند، در $x = a$ حد داریم. کاری با خود نقطه a نداریم.	

۲ برای آن که تابع f در $x = a$ حد داشته باشد (و مقدار حدش L باشد)، باید هر دو شرط زیر را داشته باشد:

۱	در $x = a$ همسایگی راست و چپ داشته باشد.
۲	حد راست و چپ در $x = a$ برابر L باشد.

مثال ۱ با توجه به نمودار زیر داریم:



طول نقطه	حد راست	حد چپ	حد	مقدار
$x = -5$	-3	ندارد.	ندارد.	-3
$x = -1$	2	3	ندارد.	4
$x = 1$	-1	-1	-1	-2
$x = 4$	3	3	3	تعریف نشده

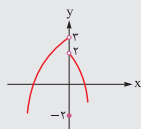


مرورنامه آزمون آزمایشی خیالی سبز

حسابان

۳ چندتا میل کردن خاص!

اگر ...	آن گاه ...
$x \rightarrow 0$	$ x \rightarrow 0^+$
$x \rightarrow a$	$ x-a \rightarrow 0^+$
$\sin x \rightarrow 1$	$1 - \sin x \rightarrow 0^+$
$\cos x \rightarrow 1$	$1 - \cos x \rightarrow 0^+$



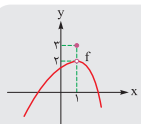
مثال ۲ اگر نمودار $y = f(x)$ به شکل زیر باشد، آن گاه:

$$1) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} f(1 - \sin x) \stackrel{\text{معادل با}}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 2$$

$$2) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} f(-\cos x) \stackrel{\text{معادل با}}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 3$$

۴ حد توابع ساخته شده از روی f : فرض کنید $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ باشد، در این صورت:

تابع	حاصل حد
۱ $ f $	$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L $
۲ f^{-1}	$\lim_{x \rightarrow L} f^{-1}(x) = a$
۳ $[f]$	$L \in \mathbb{Z} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} [f(x)] = [L]$ حالت ۱
	$L \in \mathbb{Z} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} [f(x)] = \frac{L-1}{\max} \text{ یا } \frac{L}{\min}$ حالت ۲
۴ $f(g(x))$	$L \in \mathbb{Z} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} [f(x)]$ موجود نیست. حالت ۳
	مرحله ۱: حد تابع داخلی را وقتی $x \rightarrow a$ حساب می کنیم، مثلاً L می شود (مهم است که L^+ می شود یا L^-). مرحله ۲: حد تابع بیرونی را وقتی $x \rightarrow L^?$ می رود حساب می کنیم.



مثال ۳

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f^{-1}(x) = 1$$

$$1) \lim_{x \rightarrow 5} \sqrt{x} = \sqrt{5} = 2/2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 5} [\sqrt{x}] = [\sqrt{5}] = 2$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 2x + 3) = 2 \xrightarrow{\text{برای } x=1 \text{ سنجی، نقطه } \min \text{ است.}} \lim_{x \rightarrow 1} [x^2 - 2x + 3] = 2$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 2x + 3) = 3 \xrightarrow{\text{برای } x=2 \text{ سنجی، نقطه } \max \text{ یا } \min \text{ نیست.}} \lim_{x \rightarrow 2} [x^2 - 2x + 3] \text{ موجود نیست.}$$

مثال ۴

مثال ۵ اگر $f(x) = \sin x - 1$ و $g(x) = [x]$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} g(f(x))$ چه قدر است؟

$$1) \text{ مرحله ۱: } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} f(x) = 1^- - 1 = 0^- \quad 2) \text{ مرحله ۲: } \lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) = [0^-] = -1$$

پاسخ

۵ حد توابع زیر در هر نقطه از دامنه شان برابر با مقدار تابع در آن نقطه است.

$\cos x$	$\sin x$	گویا	چندجمله ای
a^x (نمایی)	$\log_a x$	$\cot x$	$\tan x$



۶ چه وقت‌هایی برای محاسبه $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ ، باید حد راست و چپ را چک کنیم؟

نقاط مهم	مثال	بررسی حد وقتی $x \rightarrow 1$
چندضابطه‌ای	$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & x > 1 \\ 2x - 3 & x < 1 \end{cases}$	حد ندارد. $\Rightarrow \left. \begin{matrix} \text{حد راست: } 1^2 + 2 = 3 \\ \text{حد چپ: } 2(1) - 3 = -1 \end{matrix} \right\}$
قدرمطلق	$f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{ x - 1 }$	حد ندارد. $\Rightarrow \left. \begin{matrix} \text{حد راست: } \frac{(x-1)(x+3)}{x-1} = 4 \\ \text{حد چپ: } \frac{(x-1)(x+3)}{-(x-1)} = -4 \end{matrix} \right\}$
براکتی	$f(x) = [2x] - [x]$	$\Rightarrow \left. \begin{matrix} \text{حد راست: } [2^+] - [1^+] = 2 - 1 = 1 \\ \text{حد چپ: } [2^-] - [1^-] = 1 - 0 = 1 \end{matrix} \right\}$

۷ دوتا حد مهم:

ضابطه تابع	نکته مهم	مثال
۱ $f(x) = \begin{cases} g(x) & x \in \mathbb{Z} \\ h(x) & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$	حدش در تمام نقاط از ضابطه مربوط به $x \notin \mathbb{Z}$ حساب می‌شود.	$f(x) = \begin{cases} 2x & x \in \mathbb{Z} \\ x^2 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 2^2 = 4$
۲ $f(x) = [g(x)] + [-g(x)]$	حدش در تمام نقاط برابر با -1 است.	$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} ((\sin 2x) + [-\sin 2x]) = -1$

۸ فرق $\lim_{x \rightarrow a} [f(x)]$ و $[\lim_{x \rightarrow a} f(x)]$: فرض کنید $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ باشد، آن وقت:

۱	$\lim_{x \rightarrow a} [f(x)]$	مهم است که حاصل حد بالا L^+ شده یا L^- . هر کدام بود، از آن براکت می‌گیریم.
	مثال	$\lim_{x \rightarrow \pi} [\cos x] = [1^-] = 0$
۲	$[\lim_{x \rightarrow a} f(x)]$	خود L مهم است (کاری نداریم L^+ است یا L^-). حاصل حد $[L]$ می‌شود.
	مثال	$[\lim_{x \rightarrow \pi} \cos x] = [1] = 1$

۹ اگر $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ باشد، آن‌گاه:

تابع	$kf(x)$	f^n	$\sqrt{f}$	$\frac{1}{f}$	$ f $
حد در $x = a$	$k.L$	L^n	$\sqrt{L}, (L > 0)$	$\frac{1}{L}, (L \neq 0)$	$ L $

۱۰ اگر $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L_1$ و $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = L_2$ ، آن‌گاه:

تابع	$f \pm g$	$f \times g$	$\frac{f}{g}$
حد در $x = a$	$L_1 \pm L_2$	$L_1 \times L_2$	$\frac{L_1}{L_2}, (L_2 \neq 0)$

۱۱ بررسی حد داشتن یا نداشتن توابع $f \pm g$ در حالات مختلف (حد دارد: $\checkmark$ ، حد ندارد: $\times$):

f	g	$f \pm g$	$f \times g$	$\frac{f}{g}$
$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$ (به شرطی که حاصل حد مخرج مخالف صفر باشد).
$\checkmark$	$\times$	$\times$	نامعلوم*	نامعلوم*
$\times$	$\checkmark$	$\times$	نامعلوم*	$\times$
$\times$	$\times$	$\times$	نامعلوم	نامعلوم

تذکر در ۳ حالت «نامعلوم»: اگر تابعی که حد دارد، حدش صفر باشد باید وضعیت تابع را بررسی کنیم، ولی اگر حدش صفر نباشد، قطعاً حد نداریم.



مرورنامه آزمون آزمایشی خیالی سبز

حسابان

رفع ابهام «صفر بر صفر»

۱) روش‌های حل حدهای $\frac{0}{0}$ وقتی $x \rightarrow a$:

روش حل	چه‌چوری حل می‌کنیم؟	مثال
به کمک تجزیه	باید در صورت و مخرج عامل $x - a$ را پیدا کنیم.	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - \Delta x + 6} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x-3)} = \frac{4}{-1} = -4$
گویاکردن با اتحاد مزدوج	صورت و مخرج را در مزدوج عبارت رادیکالی ضرب می‌کنیم.	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{\Delta x - 1} - 2}{2x - 4} \times \frac{\sqrt{\Delta x - 1} + 2}{\sqrt{\Delta x - 1} + 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\Delta x - 1 - 4}{2(\Delta x - 2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\Delta(x-2)}{2(\Delta x - 2)} = \frac{\Delta}{12} = \frac{5}{12}$
گویاکردن با اتحاد جاق و لاغر	صورت و مخرج را در جاق عبارت رادیکالی ضرب می‌کنیم.	$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x - 5} \times \frac{\sqrt{(x+3)^2 + 2\sqrt{x+3} + 4}}{\sqrt{(x+3)^2 + 2\sqrt{x+3} + 4}} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x+3-4}{12(x-5)} = \frac{1}{12}$

۲) وقتی $0 \rightarrow u$ ، می‌توانیم جای $\sin u$ از u استفاده کنیم.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

مثال ۱: برای محاسبه $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{2x}$ ، جای $\sin 3x$ می‌نویسیم:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x-2}{(x-2)(x+2)} = \frac{1}{4}$$

مثال ۲: برای محاسبه $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(x-2)}{x^2 - 4}$ ، جای $\sin(x-2)$ می‌نویسیم:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{\sin x}{x} \right] = [1] = 1$$

۳) اگر $\frac{\sin u}{u}$ داخل براکت رفت، باید جایش 1^- بنویسید، پس:

۴) اگر $0 \rightarrow u$ ، می‌توانیم جای $(1+u)^n$ از $1+nu$ استفاده کنیم.

مثال ۳:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+2x)^2 - 1}{\sqrt{1+x} - 1} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+2x)^2 - 1}{(1+x)^{\frac{1}{2}} - 1} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1+4x-1}{1+\frac{x}{2}-1} = \frac{4x}{\frac{x}{2}} = 8$$

پیوستگی

۱) انواع پیوستگی:

نوع پیوستگی	تعریف	نموداری
پیوستگی راست	مقدار = حد راست	
پیوستگی چپ	مقدار = حد چپ	
پیوستگی	مقدار = حد چپ = حد راست = حد	

۲) پیدا کردن مجهول در توابع پیوسته:

فرم تابع	برای پیوستگی f در $x = a$ چه می‌کنیم؟	شرط پیوستگی در نقطه مرزی دامنه
$f(x) = \begin{cases} g(x) & x \neq a \\ k & x = a \end{cases}$	حد چپ و راست را از g می‌گیریم؛ مقدارش هم k است.	$\lim_{x \rightarrow a} g(x) = k$
$f(x) = \begin{cases} g(x) & x \geq a \\ h(x) & x < a \end{cases}$	حد راست و مقدارش را از g و حد چپ را از h می‌گیریم.	$g(a) = \lim_{x \rightarrow a^-} h(x)$
$f(x) = \begin{cases} g(x) & x > a \\ k & x = a \\ h(x) & x < a \end{cases}$	حد راست را از g و حد چپ را از h می‌گیریم؛ مقدارش هم k است.	$\lim_{x \rightarrow a^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} h(x) = k$



۳) توابع پیوسته روی $\mathbb{R}$:

$\sqrt{x}$	$ x $	$\cos x$	$\sin x$
------------	-------	----------	----------

۴) توابع پیوسته روی دامنه:

تابع	فرم ضابطه	نقاط پیوستگی (دامنه)	مثال
کسری	$\frac{A}{u}$	$\mathbb{R} - \{\text{ریشه‌های مخرج}\}$	$\frac{x+1}{x^2-4} \rightarrow \mathbb{R} - \{\pm 2\}$ نقاط پیوستگی
لگاریتمی	$\log_b u$	$u > 0$	$\log_2(x-3) \Rightarrow (3, +\infty)$
تانژانت	$\tan u$	$u \neq k\pi + \frac{\pi}{2}$	$\tan \frac{\pi x}{2} \Rightarrow \frac{\pi x}{2} \neq k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x \neq 2k+1$
کوتانژانت	$\cot u$	$u \neq k\pi$	$\cot \frac{x}{2} \Rightarrow \frac{x}{2} \neq k\pi \Rightarrow x \neq 2k\pi$
رادیکالی با فرجه زوج	$\sqrt[n]{u}$	$u > 0$	$\sqrt{x-4} \Rightarrow (4, +\infty)$

۵) نقاط ناپیوستگی توابع برآکی: $\{u \in \mathbb{Z} \mid x \text{ های که به ازای آن‌ها } u = \text{نقاط ناپیوستگی}\}$

$\{0, \pm 1, \pm \sqrt{2}, \pm \sqrt{3}\} - \{0\} = \{\pm 1, \pm \sqrt{2}, \pm \sqrt{3}\}$ نقاط ناپیوستگی $[x^2]$ در بازه $(-2, 2)$

مثال

$x = 0$ نقطه $\min$ سهمی $y = x^2$ است.

۶) پیوستگی روی بازه:

بازه	شرط پیوستگی	شکل
(a, b)	پیوستگی در تمام نقاط بین $x = a$ تا $x = b$	
$[a, b)$	۱) پیوستگی در بازه (a, b) ۲) پیوستگی راست در $x = a$	
$(a, b]$	۱) پیوستگی در بازه (a, b) ۲) پیوستگی چپ در $x = b$	
$[a, b]$	۱) پیوستگی در بازه (a, b) ۲) پیوستگی راست در $x = a$ ۳) پیوستگی چپ در $x = b$	

۷) بررسی پیوستگی یا ناپیوستگی توابع $f \pm g$ در حالات مختلف (پیوسته: $\checkmark$ ناپیوسته: $\times$):

$\frac{f}{g}$	$f \times g$	$f \pm g$	g	f
$\checkmark$ (به شرطی که حاصل حد مخرج مخالف صفر باشد)	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$
نامعلوم*	نامعلوم*	$\times$	$\times$	$\checkmark$
$\times$	نامعلوم*	$\times$	$\checkmark$	$\times$
نامعلوم			$\times$	$\times$

تذکر: در ۳ حالت «نامعلوم» اگر تابعی که حد دارد، حدش صفر باشد، باید وضعیت تابع را بررسی کنیم؛ ولی اگر حدش صفر نباشد، قطعاً پیوستگی نداریم.

حدی نهایت

۱) اگر در محاسبه حد یک تابع کسری، حد مخرج صفر و حد صورت غیر صفر باشد، حاصل حدمان $+\infty$ یا $-\infty$ است. علامت بی‌نهایت با توجه به علامت صفر حدی مخرج

و عدد صورت مشخص می‌شود.

حالات	مثال
$\frac{\text{عدد مثبت}}{0^+} = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+1}{x-2} = \frac{3}{0^+} = +\infty$



مرورنامه آزمون آزمایشی خیال سبز

حسابان

حالت	مثال
۲	$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + x}{x - 1} = \frac{2}{0^-} = -\infty$
۳	$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x - 5}{2 - x} = \frac{-3}{0^+} = -\infty$
۴	$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1 - x}{x^2 - 2x} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$

۲) نمودار تابع در حد بی‌نهایت: اگر حد تابع f در همسایگی $x = a$ بی‌نهایت باشد، یکی از شکل زیر را می‌تواند داشته باشد.

حد راست	حد چپ	نمودار f در همسایگی $x = a$
۱	$+\infty$	$+\infty$
۲	$-\infty$	$+\infty$
۳	$+\infty$	$-\infty$
۴	$-\infty$	$-\infty$

● اگر بعد از ساده‌شدن صورت و مخرج، در مخرج $(x - a)^2$ یا ضربی از آن داشتیم، شکل تابع در همسایگی a قطعاً شبیه سطر ۱ یا ۴ جدول است؛ مثلاً اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x + 2}{2x^2 + bx + c} = +\infty$ باشد، آن‌گاه مخرج باید $2(x - 2)^2$ باشد.

۳) وقتی f و g هر دو حدشان ∞ است، حاصل حد $f \times g$ چه می‌شود؟

$\frac{f}{g}$	$f \times g$	$f - g$	$f + g$	g	f
۱	$+\infty$	مبهم	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$
۲	$-\infty$	$+\infty$	مبهم	$-\infty$	$+\infty$
۳	$-\infty$	$-\infty$	مبهم	$+\infty$	$-\infty$
۴	$+\infty$	مبهم	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$

۴) چند حالت خاص در حد بی‌نهایت:

حالت	مثال
۱	$\lim_{x \rightarrow 1^+} \left(\frac{1}{x - 1} - \frac{x^2}{x + 1} \right) = \frac{1}{0^+} - \frac{1}{2} = +\infty - \frac{1}{2} = +\infty$
۲	$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} (x \tan \frac{\pi}{x}) = 2 \times (-\infty) = -\infty$
۳	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + 1}{\cot \pi x} = \frac{2}{\infty} = 0$
۴	$\lim_{x \rightarrow 0} \sin 2x \cot x = \lim_{x \rightarrow 0} 2 \sin x \cos x \cdot \frac{\cos x}{\sin x} = 2(1)^2 = 2$
۵	$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x}{x - 2} - \frac{1}{x^2 - 4} \right) = \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x}{x - 2} - \frac{1}{(x - 2)(x + 2)} \right)$ $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 2x - 1}{(x - 2)(x + 2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x + 4)(x - 2)}{(x - 2)(x + 2)} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ (مخرج مشترک گیری → یکی از راه‌ها)



حد در بی نهایت -

۱) برای محاسبه حد توابع چندجمله‌ای در $\pm\infty$ ، فقط جمله به درجه بیشتر اهمیت دارد و بقیه جملات را حذف می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (ax^n + bx^{n-1} + cx^{n-2} + \dots) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} ax^n$$

مثال

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\Delta x^7 + 2x^7 + 7) = \lim_{x \rightarrow -\infty} 2x^7 = 2(-\infty)^7 = 2(-\infty) = -\infty$$

۲) هم‌ارزی کامل‌تر عبارات به فرم $\sqrt[n]{ax^n + bx^{n-1} + \dots}$ در $\pm\infty$:

اگر در $\pm\infty$ ، جای عبارت $\sqrt[n]{ax^n + bx^{n-1} + \dots}$ عبارت n فرد $\sqrt[n]{ax}$ و n زوج $\sqrt[n]{a|x|}$ را قرار دادیم و این عبارت با عبارتی ساده و حذف شد، باید از هم‌ارزی کامل‌تری استفاده کنیم که به شکل زیر است:

$$\sqrt[n]{ax^n + bx^{n-1} + \dots} = \begin{cases} \sqrt[n]{a} \left(x + \frac{b}{na}\right) & \text{فرد } n \\ \sqrt[n]{a} \left|x + \frac{b}{na}\right| & \text{زوج } n \end{cases}$$

دو مثال هم ببینید:

$$۱) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^7 + 4x} - x}{4x + 1} \xrightarrow{\text{هم‌ارزی معمولی کافی}} \frac{\sqrt{x} - x}{4x} = \frac{-2x}{4x} = \frac{-1}{2}$$

$$۲) \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^7 + 4x} + x \xrightarrow{\text{در هم‌ارزی معمولی، آنها ساده می‌شوند؛ پس هم‌ارزی کامل‌تر را می‌نویسیم}} \sqrt[7]{1} \left|x + \frac{4}{7x^6}\right| + x = \left|x + \frac{4}{7}\right| + x = -4$$

۳) برای محاسبه حد توابع گویا در $\pm\infty$ ، از صورت و مخرج جمله به درجه بیشتر را نگه می‌داریم و بقیه جملات را حذف می‌کنیم. بعد از ساده کردن کسر جدید، حاصل حد را حساب می‌کنیم.

حد توابع کسری با توجه به درجه صورت و مخرج سه حالت دارد:

مثال	حاصل حد	مقایسه درجه صورت و مخرج
$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^7 - 4x^7 + 1}{x - 12x^7} = \frac{x^7}{-12x^7} = \frac{x}{-12} = \frac{+\infty}{-\infty} = -\infty$	$-\infty$ یا $+\infty$	درجه صورت < درجه مخرج
$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^7 - x^7 + 3x}{3x^7 + \Delta x^7 + 8} = \frac{2x^7}{3x^7} = \frac{2}{3}$	یک عدد غیر صفر	درجه صورت = درجه مخرج
$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^7 + 4x^7 - 7x}{6x^7 + 1 \cdot x - 9} = \frac{x^7}{6x^7} = \frac{1}{6} = \frac{1}{+\infty} = 0$	صفر	درجه صورت > درجه مخرج

۴) حدهای خاص توابع نمایی و لگاریتمی:

$0 < a < 1$		$a > 1$		
$a^{+\infty} = 0^+$	$a^{-\infty} = +\infty$	$a^{+\infty} = +\infty$	$a^{-\infty} = 0^+$	نمایی
$\log_a(+\infty) = -\infty$	$\log_a 0^+ = +\infty$	$\log_a(+\infty) = +\infty$	$\log_a 0^+ = -\infty$	لگاریتمی

مجانبات

مجانبات قائم -

۱) خط $x = a$ مجانب قائم تابع f است، اگر حداقل یکی از حدهای $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ یا $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$ برابر با بی‌نهایت باشد. مثلاً تابع $f(x) = \frac{x+4}{x^2-6}$ دارای مجانب قائم $x = 3$ است.

۲) پیدا کردن مجانب‌های قائم تابع f از روی ضابطه،

گام اول	ضابطه را تا حد امکان ساده می‌کنیم (اگر صورت و مخرج عامل مشترک دارند، آن‌ها را ساده می‌کنیم).
گام دوم	ریشه‌های مخرج، مجانب‌های قائم f هستند (مگر این که از هیچ طرفی نتوانیم به آن نزدیک شویم).

۳) اگر $x = a$ معادله مجانب قائم تابع کسری f باشد، آن‌گاه $x = a$ ریشه مخرج f است.

۴) اگر $x = a$ ریشه مشترک صورت و مخرج بود، می‌توانید از هویتل استفاده کنید. اگر جواب حد عدد شد که مجانب قائم نیست، ولی اگر بعد از هویتل جواب حد بی‌نهایت شد، مجانب قائم است.



مرورنامه آزمون آزمایشی خیل سبز

حسابان

۵) معادله‌های قائم توابع معروف:

تابع	معادله‌های قائم	مثال
چندجمله‌ای	ندارد	$f(x) = x^5 - 2x^4 + x^2 - 6$ ندارد. $\rightarrow$ معادله قائم
کسری	ریشه‌های مخرج (بعد از ساده‌شدن)	$f(x) = \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 4} = \frac{(x-3)(x+2)}{(x-2)(x+2)} = \frac{x-3}{x-2} \rightarrow x=2$ معادله قائم
$\tan u$	جواب‌های معادله $\cos u = 0$	$f(x) = \tan 2x \rightarrow \cos 2x = 0$ $\Rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$ معادله قائم
$\cot u$	جواب‌های معادله $\sin u = 0$	$f(x) = \cot \pi x \rightarrow \sin \pi x = 0 \Rightarrow \pi x = k\pi \Rightarrow x = k$ معادله قائم
$\log \frac{A}{B}$	جواب‌های معادله $A = 0$ و $B = 0$	$f(x) = \log \frac{x^2 - 1}{x + 2} \rightarrow x = 1, x = -1, x = -2$ معادله قائم

۶) در تست‌هایی که تعداد معادله‌های قائم را به ما می‌دهند و مقدار یک مجهول را می‌خواهند، حواستان به دوتا چیز باشد:

۱	ریشه‌های مشترک صورت و مخرج، معادله قائم نیستند.
۲	اگر مخرج درجه‌دو باشد و دلتایش صفر باشد، فقط یک معادله قائم داریم.

۷) شکل تابع f در همسایگی معادله قائم: اگر $x = a$ معادله قائم f باشد، باید حد چپ و راست f را در $x = a$ حساب کنیم و از روی آن‌ها شکل تابع در همسایگی a را مشخص کنیم.

مثلاً اگر $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = +\infty$ باشد، آن وقت شکل f در همسایگی $x = 2$ به صورت است.

۸) اگر شکل تابع در اطراف معادله قائم (مثلاً $x = a$) به شکل یا بود، مخرج باید ریشه مضاعف $x = a$ داشته باشد؛ به عبارت دیگر باید عامل $(x - a)^2$ داشته باشد.

- معادله افقی -

۱) اگر حد تابع f وقتی $x \rightarrow +\infty$ یا $x \rightarrow -\infty$ برابر با عددی مثل b باشد، می‌گوییم خط $y = b$ معادله افقی تابع f است. مثلاً در تابع $f(x) = \frac{6x^2 - x}{3x^2 + 4}$ خط $y = \frac{6}{3} = 2$ معادله افقی f است.

۲) یک تابع حداکثر ۲ معادله افقی می‌تواند داشته باشد، یکی در شاخه $+\infty$ (یعنی وقتی $x \rightarrow +\infty$) و یکی در شاخه $-\infty$. البته می‌توانند هر دو شاخه، معادله افقی یکسانی داشته باشند یا یک شاخه معادله افقی داشته باشد و شاخه دیگر نداشته باشد. البته ممکن است کلاً معادله افقی نداشته باشیم.

۳) برای پیدا کردن معادله‌های افقی تابع f (یا همان حد f در $\pm\infty$) از روی ضابطه، باید حواسمان به موارد زیر باشد:

۱	اگر قدرمطلق نداشتیم، لازم نیست حد در $+\infty$ و $-\infty$ را جداگانه حساب کنیم.
۲	چندجمله‌ای‌ها در $\pm\infty$ هم‌ارز با جمله پرتوانشان بودند، مثلاً $-8x^2 + 7x^2 - 8x^2$ در $\pm\infty$ با x^2 هم‌ارز است.
۳	هم‌ارزی رادیکالی در $\pm\infty$ را بلد باشید. $\sqrt{ax^2 + bx + c} \sim \sqrt{a} x + \frac{b}{2a} $ $\sqrt{ax^2 + bx^2 + cx + d} \sim \sqrt{a} (x + \frac{b}{2a})$

۴) معادله‌های افقی توابع معروف را در جدول زیر می‌بینید:

تابع	معادله افقی	مثال
چندجمله‌ای	ندارد	$f(x) = x^4 - 2x^3 + x^2 - 4$ ندارد. $\rightarrow$ معادله افقی
کسری (صورت و مخرج درجه n)	$y = \frac{\text{ضرب } x^n \text{ صورت}}{\text{ضرب } x^n \text{ مخرج}}$	$f(x) = \frac{10x^3 + x^2 + 6x}{5x^3 - 6x^2 + 7} \rightarrow y = \frac{10}{5} \Rightarrow y = 2$ معادله افقی
نمایی $y = a^{bx+c} + d$	$y = d$	$f(x) = 2^{3x-1} + 4 \rightarrow y = 4$ معادله افقی

۵) در توابع کسری اگر خط $y = b$ (صفر نباشد)، معادله افقی تابع باشد، دوتا شرط باید لحاظ شود:

(۱) درجه صورت و مخرج یکسان باشد.

(۲) نسبت ضریب پرتوان صورت به ضریب پرتوان مخرج، b باشد.



۶ شکل تابع در اطراف مجانب افقی اش، فرض کنید خط $y = b$ مجانب افقی تابع f در هر دو شاخه $+\infty$ و $-\infty$ باشد. الان باید حساب کنیم وقتی $x \rightarrow +\infty$ و $x \rightarrow -\infty$ حد تابع b^+ است یا b^- .

در هر شاخه‌ای b^+ شد، نمودار بالای خط مجانب و در هر شاخه‌ای b^- شد، نمودار پایین خط مجانب است.

مثلاً برای تابع $f(x) = \frac{2x^2 + x}{x^2 + 4}$ ، می‌دانیم $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 2$ ولی 2^+ یا 2^- بودن در هر شاخه مهم است.

$$\frac{2(100)^2 + 100}{100^2 + 4} = \frac{20100}{10004} = 2^+$$

● برای شاخه $+\infty$ ، جای x ، ۱۰۰ را قرار می‌دهیم:

$$\frac{2(-100)^2 - 100}{(-100)^2 + 4} = \frac{19900}{10004} = 2^-$$

● برای شاخه $-\infty$ ، جای x ، -۱۰۰ را قرار می‌دهیم:

پس اطراف مجانب افقی اش به صورت مقابل است:

هندسه

پایه دهم

فصل چهارم

دوازدهم ریاضی مرحله نهم

– صورت‌های مختلف نمایش صفحه –

(۳) دو خط موازی 	(۲) دو خط متقاطع 	(۱) سه نقطه غیرواقع بر یک راستا
	(۵) یک نقطه و یک خط عمود بر صفحه 	(۴) یک خط و نقطه‌ای خارج آن

– اوضاع نسبی خط و صفحه در فضا –

(۳) انطباق 	(۲) تقاطع 	(۱) توازی
----------------	---------------	---------------

– اوضاع نسبی دو خط در فضا –

(۳) متناظر 	(۲) متقاطع 	(۱) موازی
----------------	----------------	---------------

– اوضاع نسبی دو صفحه در فضا –

(۲) تقاطع 	(۱) توازی
---------------	---------------

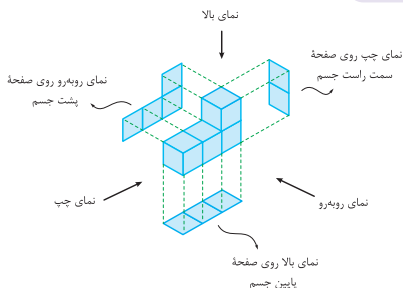
– شرط موازی بودن –

خط با صفحه	صفحه با صفحه
خط L با صفحه P موازی است اگر و تنها اگر با یکی از خطهای P موازی باشد.	اگر دو خط متقاطع از صفحه‌ای با دو خط متقاطع از صفحه‌ای دیگر دوجه دو موازی باشد، آن دو صفحه موازی‌اند.

– شرط عمود بودن –

خط بر صفحه	صفحه بر صفحه
خط L بر صفحه P عمود است اگر و تنها اگر صفحه P را قطع کند و بر دو خط غیرموازی آن عمود باشد.	صفحه P بر صفحه Q عمود است هرگاه خطی در یکی از دو صفحه وجود داشته باشد که بر صفحه دیگر عمود باشد.

– نماهای سه‌گانه شکل‌های هندسی –



– برش –

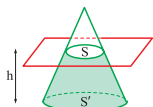
سطح مقطع، شکلی که از برخورد یک صفحه با یک جسم سه‌بعدی حاصل می‌شود.

نوع برش نام حجم	افقی	قائم	مایل
استوانه	مقطع حاصل: دایره 	مقطع حاصل: مستطیل 	مقطع حاصل: بیضی
مخروط	مقطع حاصل: دایره (صفحه عمود بر محور مخروط است) 	–	مقطع حاصل: بیضی (صفحه غیرعمود بر محور و غیرموازی با مولد است) مقطع حاصل: سهمی (صفحه موازی مولد است)



نوع برش نام حجم	افقی	قائم	مایل
مکعب	مقطع حاصل: مربع 	مقطع حاصل: مربع یا مستطیل 	مقطع حاصل: دوزنقه متساوی الساقین و به طور کلی دوزنقه شش ضلعی، پنج ضلعی، مثلث، مستطیل، مربع و ...
منشور مثلث القاعده قائم	مقطع حاصل: مثلث 	مقطع حاصل: مستطیل 	مقطع حاصل: دوزنقه یا مثلث
مربع القاعده منتظم	مقطع حاصل: مربع 	اگر صفحه برش از رأس هرم بگذرد مقطع حاصل، مثلث متساوی الساقین در غیر این صورت مقطع حاصل، دوزنقه متساوی الساقین است. 	اگر صفحه برش از رأس هرم بگذرد، مقطع حاصل مثلث و در غیر این صورت مقطع حاصل، دوزنقه متساوی الساقین است.
هرم مثلث القاعده	مقطع حاصل: تحت هر شرایطی مثلث خواهد بود. 		
کره	● مقطع حاصل تحت هر شرایطی دایره خواهد بود. ● بزرگ‌ترین این دایره‌ها معروف به دایره عظیمه است و در شرایطی ایجاد می‌شود که صفحه برش دقیقاً از مرکز کره عبور کند. 		

مخروط ناقص، هرگاه یک مخروط را با صفحه‌ای موازی قاعده‌اش قطع دهیم، قسمتی از مخروط که بین صفحه مفروض و صفحه قاعده واقع می‌شود را مخروط ناقص می‌نامیم.



$$V = \frac{h}{3}(S + S' + \sqrt{SS'})$$



— دوران حول محور —

توضیحات	شکل پیش از دوران	شکل پس از دوران
دوران یک پاره‌خط حول محور عمود بر آن و متقاطع با آن سطح یک دایره را ایجاد می‌کند.		
دوران ربع دایره حول برخی از شعاع‌هایش (مانند شکل مقابل) یک نیم کره توپر ایجاد می‌کند.		
دوران نیم دایره حول قطرش یک نیم کره توپر ایجاد می‌کند.		
دوران دایره حول قطرش یک نیم کره توپر ایجاد می‌کند.		
دوران یک پاره‌خط حول محوری که با آن موازی است، یک استوانه توخالی ایجاد می‌کند.		
دوران مستطیل حول طولش یک استوانه توپر ایجاد می‌کند.		
دوران مستطیل حول محور تقارنش یک استوانه توپر ایجاد می‌کند.		
دوران پاره‌خط حول محور غیر عمود و متقاطع با آن، یک سطح مخروطی ایجاد می‌کند.		
دوران پاره‌خط حول محور غیر عمود و غیر متقاطع با آن، یک سطح مخروطی ناقص ایجاد می‌کند.		
دوران ذوزنقه قائم‌الزاویه حول ضلع قائمه‌اش، یک مخروط ناقص ایجاد می‌کند.		



توضیحات	شکل پیش از دوران	شکل پس از دوران
دوران یک دایره حول خطی خارج آن و موازی صفحه آن، شکلی مانند تیوب ایجاد می کند.		
دوران خط d' با محور دوران d که با آن متقاطع است، ولی بر آن عمود نیست، دو سطح مخروطی در یک رأس مشترک، به نام سطح مخروطی دوار ایجاد می کند.		
دوران مربع حول قطرش، دو مخروط با قاعده مشترک ایجاد می کند.		
دوران مربع حول محور موازی ضلعش، دو استوانه درون هم ایجاد می کند که بیرونی توپر و درونی توخالی است.		
مهم: دوران مثلث متساوی الاضلاع حول ضلعش، دو مخروط یکسان در یک قاعده مشترک ایجاد می کند.		
دوران مثلث متساوی الاضلاع حول ارتفاعش یک مخروط ایجاد می کند.		
دوران مثلث متساوی الساقین حول ارتفاع وارد بر ساقش، دو مخروط درون هم ایجاد می کند.		
دوران مثلث قائم الزاویه حول ضلع قائمه اش، یک مخروط ایجاد می کند.		
مهم: دوران مثلث قائم الزاویه حول وترش، دو مخروط نابرابر ایجاد می کند که از قاعده به هم چسبیده اند. روابط مورد نیاز برای محاسبه شعاع قاعده و ارتفاع مخروط ها: $\begin{cases} AB^2 = BH \cdot BC, AC^2 = CH \cdot BC \\ AB \cdot AC = r \cdot BC \end{cases}$		
دوران متوازی الاضلاع حول یکی از اضلاع آن.		



پایه دوازدهم

فصل اول: درس ۲: دترمینان

$A_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$	$ A = ad - bc$
$A_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$	$\text{دترمینان به روش بسط حول یک سطر (سطر اول)} = a \begin{vmatrix} e & f \\ h & i \end{vmatrix} - b \begin{vmatrix} d & f \\ g & i \end{vmatrix} + c \begin{vmatrix} d & e \\ g & h \end{vmatrix}$
$A_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$	$ A = (aei + bfg + cdh) - (ceg + afh + bdi)$ روش ساروس

– دترمینان ماتریس‌های مثلثی و شبه‌مثلثی –

ماتریس‌های مثلثی و قطری	دترمینان ماتریس‌های مثلثی و قطری برابر است با حاصل ضرب درایه‌های قطر اصلی	$\begin{vmatrix} a & 0 & 0 \\ x & b & 0 \\ y & z & c \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & x & y \\ 0 & b & z \\ 0 & 0 & c \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{vmatrix} = abc$
ماتریس‌های شبه‌مثلثی و شبه‌قطری	دترمینان ماتریس‌های شبه‌مثلثی و شبه‌قطری برابر است با قرینه حاصل ضرب درایه‌های قطر فرعی.	$\begin{vmatrix} 0 & 0 & a \\ 0 & b & x \\ c & y & z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} y & z & a \\ x & b & 0 \\ c & 0 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & a \\ 0 & b & 0 \\ c & 0 & 0 \end{vmatrix} = -abc$

– دترمینان‌هایی که برابر صفر هستند –

$\begin{vmatrix} a & b & c \\ 0 & 0 & 0 \\ d & e & f \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & a & b \\ 0 & c & d \\ 0 & e & f \end{vmatrix} = 0$	(۱) اگر سطر یا ستون از ماتریسی برابر صفر باشد.
$\begin{vmatrix} a & d & a \\ b & e & b \\ c & f & c \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ a & b & c \end{vmatrix} = 0$	(۲) اگر دو سطر یا دو ستون ماتریسی مانند هم باشند.
$\begin{vmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \\ 5 & -2 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 10 \\ 2 & 4 & 5 \\ 3 & 6 & -2 \end{vmatrix} = 0$	(۳) اگر دو سطر یا دو ستون از ماتریسی ضربی از هم باشند.
$A = [ri - fj] \Rightarrow A = 0$	(۴) ماتریس‌های به فرم $A = [ai + bj]_{3 \times 3}$

– ویژگی‌های دترمینان –

$k \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ka & kb & kc \\ kd & ke & kf \\ kg & kh & ki \end{vmatrix}$	(۱) اگر عددی در یک دترمینان ضرب شود، تنها در یک سطر (یا یک ستون) دترمینان ضرب می‌شود و برعکس.
$\begin{vmatrix} a & d & g \\ b & e & h \\ c & f & i \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a+kg & d & g \\ b+kh & e & h \\ c+ki & f & i \end{vmatrix}$	(۲) اگر در یک دترمینان، مضربی از یک سطر را به سطر دیگر یا مضربی از یک ستون را به ستونی دیگر اضافه کنیم، مقدار دترمینان تغییر نمی‌کند.
$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x & y & z \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a+x & b+y & c+z \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}$	(۳) اگر دو دترمینان، تمام سطرهاشان مثل هم باشد و تنها یک سطر آن‌ها متفاوت باشد، می‌توان این دترمینان‌ها را با هم جمع و تفریق کرد.



$\begin{vmatrix} a & d & g \\ b & e & h \\ c & f & i \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a & x & g \\ b & y & h \\ c & z & i \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & d-x & g \\ b & e-y & h \\ c & f-z & i \end{vmatrix}$	۴) اگر دو دترمینان، تمام ستون‌هایشان مثل هم باشند و تنها یک ستون آن‌ها متفاوت باشد، می‌توان این دترمینان‌ها را با هم جمع و تفریق کرد.
$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \end{vmatrix} \times \begin{bmatrix} x & y & z \\ t & w & l \end{bmatrix} = 0$	۵) اگر A یک ماتریس 2×3 و B یک ماتریس 3×2 باشد، در این صورت دترمینان ماتریس AB همواره صفر است.
$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = x \Rightarrow \begin{vmatrix} d & e & f \\ a & b & c \\ g & h & i \end{vmatrix} = -x$	۶) اگر جای دو سطر یا دو ستون را در دترمینان جابه‌جا کنیم، مقدار دترمینان منفی می‌شود.

– قوانین دترمینان ماتریس –

اگر A و B دو ماتریس مربعی و k یک عدد حقیقی باشد، آن‌گاه:

$ AB = BA = A B $	$ A^n = A ^n$	$ kA_{n \times n} = k^n A $	$ I^n = I = 1$
$ A^{-1} = \frac{1}{ A }$		$ A^{-1} + B^{-1} = \frac{ A+B }{ A B }$	$ A+B \neq A + B $

ریاضیات گسسته

– مفاهیم اولیه –

رئوس مجاور	دو رأس که با یال مستقیم وصل شده‌اند.
همسایگی باز رأس	مجموعه رئوس مجاور آن: $N_G(v_i)$
همسایگی بسته رأس	مجموعه خود رأس و رئوس مجاور آن: $N_G[v_i]$
یال‌های مجاور	دو یال مشترک در یک رأس
$\bar{K}_p$ یا گراف تهی	گراف فاقد یال: $(E = \emptyset, q = 0)$
K_p گراف کامل	گراف دارای تمام یال‌های ممکن: $q = \binom{p}{2}$
درجه رأس (v_i)	تعداد یال هر رأس $(0 \leq \deg v(i) \leq p-1)$

p	مرتبه (تعداد رئوس) گراف
q	اندازه (تعداد یال) گراف
$V(G)$	مجموعه رئوس گراف G
$E(G)$	مجموعه یال‌های گراف G
$\deg v_i$	درجه رأس v_i
δ	مینیمم درجه رئوس
Δ	ماکزیمم درجه رئوس

– گراف منتظم –

درجه تمام رئوس برابر مقدار مشترک r است. $(0 \leq r \leq p-1)$

اگر p فرد باشد، r حتماً زوج است.

گراف کامل: $r = p-1$ گراف تهی: $r = 0$

روابط: $\Delta = r = \deg v_i$ و $\delta = r$ و $pr = p(p-1) = 2q$

– گراف مکمل $(\bar{G})$ –

با همان رئوس G، شامل یال‌هایی است که G ندارد. پس $E(G) \cup E(\bar{G}) = E(K_p)$.

روابط: $\deg_G v_i + \deg_{\bar{G}} v_i = p-1$ و $q_G + q_{\bar{G}} = \binom{p}{2}$

– روابط بین درجه رئوس –

$\sum \deg v_i = 2q$ ؛ تعداد رئوس فرد، زوج است: $\delta \leq \frac{2q}{p} \leq \Delta$ (در حالت تساوی، گراف منتظم است).

مفهوم مسیر: از یک رأس شروع کرده و با عبور از یال‌ها به رأس دیگر برویم.

در مسیری به طول m از m+1 رأس نام می‌بریم. طول مسیر بین دو رأس متمایز حداقل ۱ و حداکثر p-1 است.

شمارش مسیر در گراف: با استفاده از شکل و بررسی تمام حالت‌ها، مسیر را می‌شماریم. (رأس و یال تکراری مجاز نیست).

شمارش مسیر در گراف کامل: در مسیری به طول m از m+1 رأس نام می‌بریم. بعد از تعیین رئوس اول و آخر، حالت‌های سایر رأس‌ها را با اصل ضرب می‌نویسیم.



مرورنامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

گسسته

گراف مسیر ساده (P_n): n رأس به دنبال هم $\bullet \cdots \bullet \cdots \bullet$ ، دو رأس درجه $\delta = 1$ و درجه سایر رئوس $\Delta = 2$. تعداد کل مسیرها به طول k ، برابر $n - k$ است.

مفهوم دور: مسیری که ابتدا و انتهایش یکی باشد، حداقل طول دور ۳ و حداکثر آن p است.

شمارش دورها: در شکل گراف دنبال مثلث، چهارضلعی، پروانه و ... می‌گردیم. شکل‌های دور به طول ۵:



دور در گراف 2 بخشی: فقط دور به طول زوج دارد. اگر کامل باشد، به تعداد $\binom{m}{2} \binom{n}{2}$ دور به طول ۴ دارد.

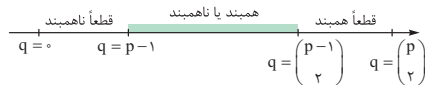
دور در گراف کامل: در K_p به تعداد $\frac{p}{2} \frac{(p-1)!}{2}$ دور به طول m داریم. ($3 \leq m \leq p$)

دور ساده (C_n): n رأس در یک چندضلعی بی‌قطر، $\delta = 2$ ، $\Delta = 2$. در واقع همان گراف 2 -منتظم n رأسی است که در یک قسمت رسم شود.

گراف همبند: بین هر دو رأس آن حداقل یک مسیر هست.

شهودی: یک قسمت دارد.

قطعه‌ای همبند: اگر هر یک از شرط‌های $\delta \geq \frac{p}{2}$ یا $q > \binom{p-1}{2}$ برقرار شود، گراف قطعاً همبند است. اگر مسیری به طول $p-1$ یا دور به طول p دیدیم هم قطعاً همبند است.



قطعه‌ای ناهمبند: اگر $q < p-1$ باشد، قطعاً ناهمبند است.

مسئلهٔ اوایلر -

اگر بخواهیم در یک گراف از رأسی شروع کرده و از هر یال یک بار بگذریم و به همان رأس برگردیم، باید درجهٔ تمام رأس‌ها زوج باشد.

شرط‌های لازم برای درجهٔ رئوس -

در گرافی با هر رأس: **۱)** حداکثر درجهٔ ممکن $p-1$ است. **۲)** اگر k تا درجهٔ صفر داشته باشیم، حداکثر درجه $p-k-1$ است. **۳)** اگر k تا درجهٔ $p-1$ داشته باشیم، حداقل درجه از k کم‌تر نیست.

فیزیک

مفاهیم اولیهٔ ترمودینامیک

(الف) گاز کامل، گازی بسیار رقیق که ذرات آن به هم نیرو وارد نمی‌کنند.

(ب) دستگاه، مادهٔ مورد بررسی که عمدتاً شاره است.

(پ) محیط، هر آن‌چه که اطراف دستگاه است و با آن تبادل انرژی دارد.

(ت) کمیت ماکروسکوپی، کمیت‌هایی که وضعیت ماده را در مقیاس بزرگ نشان می‌دهند و به جزئیات تک‌تک مولکول‌ها وابسته نیست.

معادلهٔ حالت -

معادلهٔ حالت	تعریف معادلهٔ حالت
$PV = nRT$	رابطهٔ بین متغیرهای ترمودینامیکی

نکته

متغیرهای ترمودینامیکی: دما، فشار، حجم و مقدار ماده

فرایند ترمودینامیکی ایستاور -

(الف) تعادل ترمودینامیکی، اگر متغیرهای ترمودینامیکی ثابت باشند، گاز در تعادل ترمودینامیکی قرار دارد.

(ب) فرایند ترمودینامیکی، اگر گاز از حالت اول (P_1, V_1, T_1, n_1) به حالت دوم (P_2, V_2, T_2, n_2) تغییر کند، فرایند ترمودینامیکی رخ داده است.

(پ) فرایند ترمودینامیکی ایستاور، اگر در حین فرایند، گاز بسیار به حالت تعادل نزدیک باشد به فرایند ایستاور می‌گوییم.

چگالی گاز کامل -

$$\left. \begin{array}{l} \text{تعداد مول گاز (mol)} \\ \text{جرم مولکولی (kg/mol)} \rightarrow m = \bar{n} \times M \leftarrow \text{جرم گاز (kg)} \\ \text{ثابت گازها (J/mol.K)} \leftarrow \rho = \frac{m}{V} = \frac{n \times M}{nRT} = \frac{PM}{RT} \\ \text{دما (K)} \rightarrow V = \frac{nRT}{P} \leftarrow \text{فشار گاز (Pa)} \end{array} \right\}$$



– تبادله انرژی –

گاز (دستگاه) با محیط از دو طریق گرما و کار تبادل انرژی می‌کند.

الف) گرما: به علت اختلاف دما بین دستگاه و محیط، بین این دو گرما مبادله می‌شود.
 $Q > 0 \Rightarrow$ دستگاه گرما بگیرد، $Q < 0 \Rightarrow$ دستگاه گرما از دست بدهد.

نکته

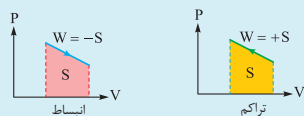
منبع گرما، جسمی است که اگر گرما بگیرد یا از دست دهد، دمای آن ثابت می‌ماند.

ب) کار: با تغییر حجم سامانه در یک فرایند، محیط روی دستگاه (W) و یا دستگاه روی محیط (W') کار انجام می‌دهد.
 $W' > 0$ و $W < 0 \Rightarrow$ فرایند انبساطی، $W' < 0$ و $W > 0 \Rightarrow$ فرایند تراکمی

$$W = -W'$$

نکته

مساحت زیر نمودار $P-V$ برابر اندازه کار انجام شده است.



– انرژی درونی (U) –

مجموع انرژی جنبشی و پتانسیل ذرات سازنده یک جسم

نکته

در مورد گازهای کامل، انرژی درونی فقط تابعی از دمای مطلق است.

– قانون اول ترمودینامیک –

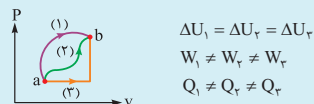
این قانون همان پایداری انرژی می‌باشد.

$$\Delta U = Q + W$$



نکته

تغییر انرژی درونی مقدار معینی گاز کامل به مسیر وابسته نیست، فقط به تغییر دمای گاز بستگی دارد.



– فرایندهای خاص ترمودینامیکی –

فرایند	معادله حالت	نمودارها	نکات
هم حجم	$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$	 	$W = 0, \Delta U = Q$ - دو حالت: $Q > 0 \Rightarrow \Delta U > 0 \Rightarrow \Delta T > 0 \Rightarrow \Delta P > 0$ $Q < 0 \Rightarrow \Delta U < 0 \Rightarrow \Delta T < 0 \Rightarrow \Delta P < 0$



مرورنامه آزمون آزمایشی خیل سبز

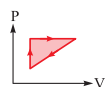
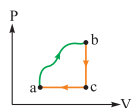
فیزیک

دوازدهم ریاضی مرحله نهم

فرایند	معادله حالت	نمودارها	نکات
هم فشار	$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$	شیب = $\frac{nR}{P}$	$W = -P\Delta V$, $W = -nR\Delta T$ $Q \neq 0$, $W \neq 0$ $\begin{cases} \Delta V > 0 \Rightarrow \begin{cases} W < 0 \\ \Delta T > 0 \Rightarrow \Delta V > 0 \Rightarrow Q > 0 \end{cases} \\ \Delta V < 0 \Rightarrow \begin{cases} W > 0 \\ \Delta T < 0 \Rightarrow \Delta U < 0 \Rightarrow Q < 0 \end{cases} \end{cases}$ انبساط هم فشار : $\Delta V > 0 \Rightarrow \begin{cases} W < 0 \\ \Delta T > 0 \Rightarrow \Delta V > 0 \Rightarrow Q > 0 \end{cases}$ تراکم هم فشار : $\Delta V < 0 \Rightarrow \begin{cases} W > 0 \\ \Delta T < 0 \Rightarrow \Delta U < 0 \Rightarrow Q < 0 \end{cases}$ - همیشه : $Q > \Delta V > W$
هم دما	$P_1 V_1 = P_2 V_2$ فشار و حجم رابطه عکس دارند.		$\Delta U = 0 \Rightarrow Q = -W$ $\begin{cases} \Delta V > 0 \Rightarrow \begin{cases} W < 0 \\ \Delta T > 0 \Rightarrow Q > 0 \end{cases} \\ \Delta V < 0 \Rightarrow \begin{cases} W > 0 \\ \Delta T < 0 \Rightarrow Q < 0 \end{cases} \end{cases}$ $T: \uparrow \Rightarrow W \uparrow, Q \uparrow$
بی دررو	$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$ هر سه کمیت تغییر می کنند.		$Q = 0 \Rightarrow \Delta U = W$ - خیلی سریع یا عایق بندی $\begin{cases} \Delta V > 0 \Rightarrow W < 0 \\ \Delta U < 0, \Delta T < 0, \Delta P < 0 \end{cases}$ $\begin{cases} \Delta V < 0 \Rightarrow W > 0 \\ \Delta U > 0, \Delta P > 0 \end{cases}$

- چرخه ترمودینامیکی -

چرخه ترمودینامیکی: چند فرایند که پس از طی آن‌ها، دستگاه به حالت اولیه خود بازگردد.



$$|W_{\text{چرخه}}| = |Q_{\text{چرخه}}| = \text{مساحت داخل چرخه}$$

الف) تغییر انرژی درونی در کل چرخه برابر صفر است: $\Delta U = 0$

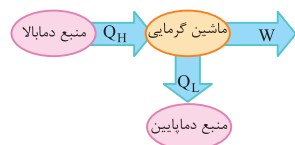
نکات ب) کار انجام شده و گرمای مبادله شده در کل چرخه قرینه یکدیگرند: $\Delta U = 0 \Rightarrow Q + W = 0 \Rightarrow Q = -W$

پ) مساحت داخل چرخه $(P-V)$ برابر کار انجام شده در کل چرخه است.

نکته

جهت نمودار $(P-V)$ یک چرخه ساعتگرد: $Q > 0$ و $W < 0$
پادساعتگرد: $Q < 0$ و $W > 0$

- ماشین گرمایی -



ماشین گرمایی، ماشینی که طی چند فرایند، گرما را به کار تبدیل می کند.

Q_H : گرمای دریافتی از منبع دمابالا

Q_L : گرمای داده شده به منبع دماب پایین (گرمای اتلافی)

W : کار انجام شده روی محیط

نکته

انواع ماشین گرمایی	
ماشین بیرون سوز	ماشین درون سوز
تعریف ماشین بخارواتر: در این ماشین دستگاهی که چرخه را طی می کند، آب است. نمونه Q_H: از کوره گرفته می شود. Q_L: در چگالنده از دست می دهد. W: در سیلندر انجام می گیرد.	منبع دمابالا، در بیرون از ماشین قرار دارد. ماشین بنزینی: ورود سوخت به سیلندر ← آتش گرفتن بر اثر جرقه ← تولید گرما این ماشین شامل شش فرایند از قرار زیر می باشد. ۱- افزایش حجم سیلندر از V به rV جرقه ۲- کاهش حجم هوا سیلندر از rV به V ۳- حجم ثابت، فشار و دما بالا می رود ۴- افزایش حجم سیلندر از V به rV (افزایش بی دررو) توجه: η نسبت تراکم یا انبساط است.

— بازده ماشین گرمایی —

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H}$$

بازده ماشین
گمار

نکته

قانون اول ترمودینامیک در ماشین گرمایی:

$$\Delta U = 0 = W_{\text{چرخه}} + Q_{\text{چرخه}} = 0 = W_{\text{چرخه}} + Q_H + Q_L$$

$$\Rightarrow Q_H = |W| + |Q_L| \Rightarrow \eta = 1 - \frac{|Q_L|}{Q_H}$$

$$P = \frac{|W|}{t}$$

توان ماشین گرمایی:

— یخچال —

بخیال، وسیله‌ای که با استفاده از کارگر ما را از منبع یا بین به منبع دما یا انتقال می‌دهد.



نکته

قانون اول ترمودینامیک در بخال:

$$\Delta U = 0 \Rightarrow Q + W = 0 \Rightarrow W + Q_L + Q_H = 0 \Rightarrow |Q_H| = W + Q_L$$

(+) علامت
(+) علامت
(-) علامت

— قانون دوم ترمودینامیک —

قانون دوم ترمودینامیک	
به بیان ماشینی گرمایی	به بیان یخچالی
همواره بخشی از گرمای دریافتی از منبع دمابالا هدر رفته و تمام آن به کار تبدیل می‌شود.	گرما به طور خود به خود از جسم با دمای پایین به جسم با دمای بالا منتقل نمی‌شود.
$ W < Q_H$ $\eta < 1$ $ Q_L \neq 0$	$W \neq 0$



مرورنامه آزمون آزمایشی خیالی سبز

فیزیک

تکانه (P)

حاصل ضرب جرم جسم در سرعت آن،

$$\vec{p} = m \vec{v}$$

جرم (kg) $\downarrow$
سرعت جسم تکانه (m/s) $\downarrow$
(kg.m/s)

نکته

جهت (علامت) تکانه و سرعت، همواره یکسان است.

تغییرات تکانه (با فرض ثابت بودن جرم)

$$\Delta p = m \Delta v$$

$$\vec{F}_{net} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

برایند نیروی $\downarrow$ مدت زمان $\downarrow$
وارد بر جسم اثر نیرو

قانون دوم نیوتون به زبان تکانه:

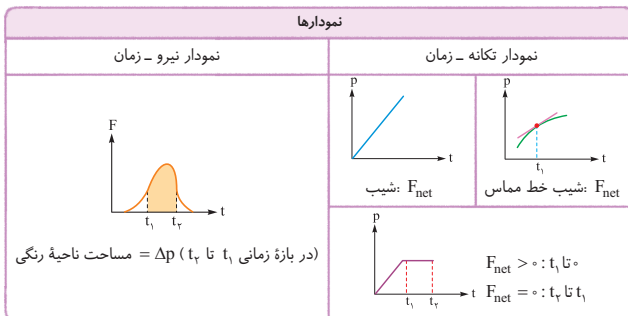
توجه

آهنگ تغییرات تکانه جسم، هم جهت و متناسب با نیروی وارده بر جسم است.

نکته

وضعیت تکانه و نیرو	وضعیت سرعت و شتاب	نوع حرکت جسم
هم جهت، $p.F_{net} > 0$	هم جهت، $av > 0$	تندشونده
خلاف جهت، $p.F_{net} < 0$	خلاف جهت، $av < 0$	کندشونده

نمودارها



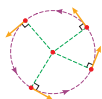
رابطه تکانه و انرژی جنبشی

$$K = \frac{p^2}{2m}, K = \frac{1}{2}pv$$

نکته

روابط تکانه و انرژی جنبشی به صورت نسبی:

$$K = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow \frac{K_r}{K_1} = \left(\frac{p_r}{p_1}\right)^2 \times \left(\frac{m_1}{m_r}\right), K = \frac{1}{2}pv \Rightarrow \frac{K_r}{K_1} = \frac{p_r}{p_1} \times \frac{v_r}{v_1}$$



۱- حرکت دایره‌ای یکنواخت -

حرکت دایره‌ای یکنواخت، حرکت جسمی که با تندی ثابت روی محیط دایره در حال حرکت است.

نکته

با توجه به شکل بالا، بردار سرعت در هر لحظه در حال تغییر است، پس شتاب حرکت برابر صفر نیست.

۲- دوره تناوب (T) -

دوره تناوب، مدت زمانی که متحرک مسیر دایره‌ای را یک بار کامل طی می‌کند.

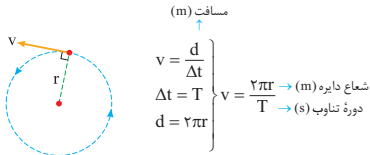
مدت زمان	تعداد چرخش‌ها
T	۱
t	n

$$\Rightarrow Tn = t \Rightarrow T = \frac{t}{n}$$

مرورنامه آزمون آزمایشی خیلی سبز



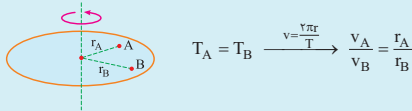
۳- اندازه سرعت در حرکت دایره‌ای -



توجه $T = \frac{2\pi r}{v}$

نکته

یک دیسک حول محور عبوری از مرکزش با آهنگ ثابت در حال چرخش است، پس:



۴- شتاب مرکزگرا در حرکت دایره‌ای (a_c) -

حرکت دایره‌ای یکنواخت، حرکتی شتاب‌دار به سمت مرکز دایره است.

$a_c = \frac{v^2}{r} \rightarrow \frac{v = \frac{2\pi r}{T}}{r} \rightarrow a_c = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$

نکته

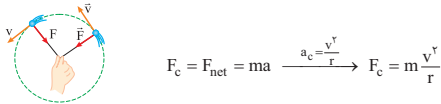
شتاب متحرک در هر لحظه بر مسیر حرکت و سرعت آن عمود است.

نکته

مقایسه شتاب مرکزگرا در دو حالت،

$\frac{a_{c1}}{a_{c2}} = \frac{r_1}{r_2} \times \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2$

۵- نیروی مرکزگرا در حرکت دایره‌ای (F_c) -



نکته

نیروی مرکزگرا در حالات خاص

جسم متصل به طناب در صفحه افقی	جسم متصل به فنر در صفحه افقی	حرکت خودرو در پیچ افقی	حرکت جسم درون دیواره استوانه
شکل		نیروهای اصطکاک ایستایی	
رابطه	$F = T = m \frac{v^2}{r}$	$f_s = F_c \Rightarrow f_s = m \frac{v^2}{r}$ $v_{max} = \sqrt{r g \mu_s}$	$\mu_s F_N = mg$ $F_N = F_c$ $\mu_s F_c = mg \Rightarrow F_c = \frac{mg}{\mu_s}$

۶- نیروی گرانشی -

نیروی گرانشی میان دو جسم با حاصل ضرب جرم دو جسم نسبت مستقیم و با مربع فاصله آن‌ها نسبت وارون دارد.

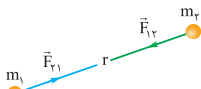
جرم دو ذره (kg)

$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$

فاصله دو جسم از هم (m)

$G = 6.67 \times 10^{-11} \frac{N.m^2}{kg^2}$

ثابت گرانش





مرورنامه آزمون آزمایشی خیالی سبز

فیزیک

نکته



نمودار اندازه نیروی گرانشی برحسب فاصله آن‌ها از هم.

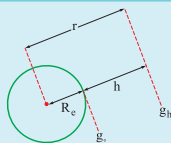
۷- حرکت گرانشی

با توجه به نیروی گرانشی زمین و قانون دوم نیوتون خواهیم داشت:
«همان‌طور که می‌بینید شتاب گرانشی مستقل از جرم است.»

$$\begin{aligned} W &= mg \\ \text{جرم جسم (kg)} \quad \text{جرم زمین (kg)} \\ F_{\text{گرانشی}} &= G \frac{M_e m}{R_e^2} \xrightarrow{W=F_{\text{گرانشی}}} mg = G \frac{M_e m}{R_e^2} \Rightarrow g = G \frac{M_e}{R_e^2} \\ \text{نیروی گرانشی} \quad \text{شیع کره زمین (m)} \quad \text{وارد بر جسم} \quad \text{در سطح زمین (N)} \end{aligned}$$

نکته

شتاب گرانشی زمین در فاصله h از سطح آن،



$$\begin{aligned} g_h &= G \frac{M_e}{r^2} = G \frac{M_e}{(R_e + h)^2} \\ g_e &= G \frac{M_e}{R_e^2} \end{aligned}$$

نکته

در مسائل ممکن است به جای جرم سیاره چگالی متوسط سیاره ($\bar{\rho}$) بیان شود:

$$\begin{aligned} \begin{cases} g = G \frac{M}{R^2} \\ \bar{\rho} = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} \end{cases} \Rightarrow g = \frac{4}{3}\pi R G \bar{\rho} \\ \text{چگالی متوسط سیاره شمع سیاره} \quad \text{ثابت گرانشی عددی} \end{aligned}$$

نکته

نسبت شتاب گرانش در محل‌های مختلف،

شتاب گرانش
در ارتفاع h

$$\frac{g'}{g} = \left(\frac{R_e}{R_e + h}\right)^2$$

شتاب گرانش
در سطح زمین

نکته

نسبت شتاب گرانش در دو سیاره A و B،

$$\begin{cases} \text{سیاره A: } M_A, R_A \\ \text{سیاره B: } M_B, R_B \end{cases} \Rightarrow \frac{g_A}{g_B} = \frac{M_A}{M_B} \times \left(\frac{R_B}{R_A}\right)^2$$

۸- حرکت ماهواره

کمیت	فرمول	رابطه نسبتی
نیروی مرکزگرا	$F = G \frac{M_e m}{r^2}$	$\frac{F_r}{F_1} = \frac{m_r}{m_1} \times \left(\frac{r_1}{r_r}\right)^2$
شتاب مرکزگرا	$a = \frac{GM_e}{r^2}$	$\frac{a_r}{a_1} = \left(\frac{r_1}{r_r}\right)^2$
تندی	$v = \sqrt{\frac{GM_e}{r}}$	$\frac{v_r}{v_1} = \sqrt{\frac{r_1}{r_r}}$
دوره	$T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM_e}}$	$\frac{T_r}{T_1} = \sqrt{\left(\frac{r_r}{r_1}\right)^3}$

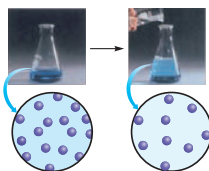
پایه دهم

محلول

- تعریف: مخلوطی همگن از دو یا چند ماده که حالت فیزیکی و ترکیب شیمیایی در سرتاسر آن یکسان و یکنواخت است.
- حالت فیزیکی محلول‌ها می‌تواند جامد (مانند آلیاژها)، مایع (مانند محلول ضد یخ) و یا گاز (مانند هوا) باشد.
- محلول‌ها کاربردهای فراوانی در زندگی ما دارند: (۱) هوای پاکی که تنفس می‌کنیم، محلولی از گازهاست. (۲) گلاب مخلوطی همگن از چند ماده آلی در آب است. (۳) ضدیخ، محلول اتیلن گلیکول در آب است؛ در کتاب درسی، این محلول با رنگ سبز نشان داده شده است. (۴) سرم فیزیولوژی، محلول رقیق نمک خوراکی (NaCl) در آب است.

اجزای محلول

- حل‌شونده، جزئی از محلول که شمار مول‌های (نه پر!) آن در محلول کم‌تر است.
- ممکن است در یک محلول مانند آب دریا بیش از یک نوع حل‌شونده وجود داشته باشد؛ یعنی محلول از دو جزء تشکیل شده است، نه دو ماده!
- حلال، جزئی از محلول که شمار مول‌های (نه پر!) آن بیشتر بوده و حل‌شونده را در خود حل می‌کند.
- پس: حل‌شونده + حلال = محلول
- دقت کنید که اولین شرط حلال این است که حل‌شونده را در خود حل کند؛ بنابراین در محلول‌هایی که یکی از اجزای مایع و سایر اجزای جامد یا گاز هستند، مایع در نقش حلال می‌باشد. حتی اگر در شرایطی مقدار مول زیادی از یک نمک در مقدار مول کمی آب حل شده باشد، باز هم آب حلال است؛ زیرا نمک در آب حل شده است. (تغییر حالت فیزیکی نمک از جامد به محلول)



محلول غلیظ و محلول رقیق

- محلول غلیظ، محلولی است که مقدار حل‌شونده (ها) در واحد مشخصی از آن زیاد است (یا مقدار حلال در آن کم است).
- محلول رقیق، محلولی است که مقدار حل‌شونده (ها) در واحد مشخصی از آن کم است (یا مقدار حلال زیاد است).

نکته

خواص محلول‌ها به (۱) خواص حلال، (۲) خواص حل‌شونده و (۳) مقدار آن‌ها (غلظت آن‌ها) بستگی دارد. بنابراین دانستن این‌که چه مقدار حل‌شونده در یک محلول وجود دارد، می‌تواند به درک خواص، رفتار و کاربرد آن محلول کمک کند.

نکته

- مقدار نمک‌های حل‌شده در آب دریاهای گوناگون یا یکدیگر تفاوت دارد. هرچه مقدار نمک حل‌شده در آب یک دریا بیشتر باشد، چگالی آب آن دریا نیز بیشتر است:
- میزان نمک در ۱۰۰ گرم آب، دریای مرده < دریای سرخ < دریای مدیترانه < اقیانوس آرام
- در هر ۱۰۰ گرم از آب دریای مرده (بحرالمت)، حدود ۲۷ گرم حل‌شونده (انواع نمک‌ها) وجود دارد؛ از این‌رو آب این دریا محلول غلیظی است که انسان می‌توان به راحتی روی آن شناور بماند. دریاچه ارومیه نیز یکی از دریاچه‌های شور دنیاست که مقدار نمک‌های حل‌شده در آن بسیار زیاد است.

غلظت

- تعریف: به مقدار ماده حل‌شونده موجود در مقدار معینی از حلال یا محلول، غلظت محلول می‌گویند.
- چند نمونه از بیان انواع غلظت، (۱) قسمت در میلیون (ppm)، درصد جرمی (a) (W / W) یا (۳) غلظت مولی یا مولار (C_M یا M)

۱- قسمت در میلیون (ppm)

- تعریف: به جرم ماده حل‌شده در یک میلیون واحد (۱۰^۶) از جرم محلول را، قسمت در میلیون (ppm) می‌گویند.

نکات مهم

- ppm برای بیان غلظت محلول‌های بسیار رقیق استفاده می‌شود؛ مانند: (۱) غلظت کاتیون‌ها و آنیون‌ها در آب معدنی، (۲) غلظت یون‌ها در آب آشامیدنی، (۳) غلظت یون در آب دریا، (۴) غلظت یون‌های بدن جانداران (۵) غلظت یون‌ها در بافت‌های گیاهی و (۶) مقدار آلاینده‌های هوا.
- این کمیت نشان می‌دهد در یک میلیون گرم از محلول، چند گرم حل‌شونده وجود دارد.
- یکای صورت و مخرج در رابطه ppm باید یکسان باشد. مثلاً هر دو میلی‌گرم (mg)، گرم (g) یا هر دو کیلوگرم (kg) و ... باشد؛ بنابراین ppm یکا ندارد!

- رابطه اصلی برای محاسبه غلظت محلول‌ها بر حسب ppm:

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6$$



مرورنامه آزمون آزمایشی خیل سبز

شیمی

• در صورت و مخرج رابطه ppm، باید از یکای جرمی یکسانی استفاده شود.

فرمول‌های ppm

- (۱) $\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6$ (برای همه محلول‌ها)
- (۲) $\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل‌شونده (mg)}}{\text{جرم محلول (kg)}}$ (برای همه محلول‌ها)
- (۳) $\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل‌شونده (mg)}}{\text{جرم حلال (kg)}}$ (برای محلول‌های بسیار رقیق)
- (۴) $\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل‌شونده (mg)}}{\text{حجم محلول (L)}}$ (برای محلول‌های بسیار رقیق که حلال آن‌ها آب است.)

اگر جرم محلول آبی مشخص باشد، از روابط (۱) و (۲) استفاده می‌کنیم ولی اگر حجم محلول آبی رقیق معلوم باشد، رابطه (۴) مناسب‌تر است؛ توجه داشته باشید که رابطه‌های (۱) و (۲) برای همه محلول‌ها ولی رابطه (۴) فقط برای محلول‌های آبی بسیار رقیق کاربرد دارد.

• در بسیاری از سؤالات مربوط به بحث محلول‌ها، دو یا چند محلول با غلظت ppm مشخص با هم مخلوط شده و غلظت محلول حاصل از این فرایند از ما خواسته می‌شود. در چنین شرایطی، از روابط زیر استفاده کنیم:

$$\text{غلظت محلول نهایی} = \frac{(\text{جرم محلول دوم} \times \text{غلظت ppm محلول دوم}) + (\text{جرم محلول اول} \times \text{غلظت ppm محلول اول})}{\text{جرم محلول دوم} + \text{جرم محلول اول}}$$

مثال

یک صافی تصفیه آب آشامیدنی، ظرفیت جذب حداکثر ۳ مول یون نیترات را از آب دارد. با استفاده از این صافی حداکثر می‌توان چند لیتر آب شهری دارای ۱۰۰ ppm یون نیترات را به طور کامل تصفیه کرد؟ (1 g.mL^{-1} = چگالی آب، $N = 14 \text{ g.mol}^{-1}$ ، $O = 16$)

(سراسری تهرانی، خارج از کشور، ۹۴)

۴۰۰ (۴)

۸۰۰ (۳)

۸۶۰ (۲)

۱۸۶۰ (۱)

پاسخ گزینه (۱)

وقتی آقای طراح! می‌گوید ۱۰۰ ppm یون نیترات در آب شهری وجود دارد، یعنی در هر 10^6 گرم از آب شهری ۱۰۰ گرم یون نیترات همی یافت شود!

به این ترتیب خواهیم داشت:

$$1860 \text{ L} = \frac{1 \text{ L آب شهری}}{1000 \text{ mL آب شهری}} \times \frac{1 \text{ mL آب شهری}}{1 \text{ g آب شهری}} \times \frac{10^6 \text{ g آب شهری}}{100 \text{ g آب شهری}} \times \frac{62 \text{ g NO}_3^-}{3 \text{ mol NO}_3^-} \times 3 \text{ mol NO}_3^-$$

۲- درصد جرمی (a یا %W/W)

• تعریف، به جرم ماده حل‌شده در ۱۰۰ واحد جرم محلول، درصد جرمی می‌گویند.

• رابطه اصلی محاسبه غلظت محلول‌ها بر حسب درصد جرمی (a یا %W/W):

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 100$$

در مخرج این رابطه، باید جرم محلول را قرار دهیم. جرم محلول حاصل جمع جرم حلال و جرم حل‌شونده است؛ بنابراین می‌توان رابطه درصد جرمی را به صورت زیر نوشت:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم حل‌شونده} + \text{جرم حلال}} \times 100$$

نکات مهم

- ۱) درصد جرمی یک محلول، در حقیقت نوعی درصد خلوص حل‌شونده مورد نظر در محلول است؛ مثلاً بر روی ظرف حاوی محلول شست‌وشوی دهان عبارت «محلول استریل سدیم کلرید ۰/۹٪» نوشته شده است؛ یعنی در هر ۱۰۰ گرم از این محلول، ۰/۹ گرم سدیم کلرید یا حل‌شونده وجود داشته و بقیه یا آب حلال (۹۹/۱ گرم) است.
- ۲) در واقع وقتی می‌گوییم محلول a٪ جرمی است، یعنی از هر ۱۰۰ گرم محلول، a گرم حل‌شونده و (۱۰۰-a) گرم حلال (مثلاً آب) داریم.
- ۳) در رابطه‌های قبلی که گفته شد، یکای جرم در صورت و مخرج کسر باید یکسان باشد، مثلاً هر دو میلی‌گرم (mg)، گرم (g)، کیلوگرم (kg) یا ... باشد؛ از این رو درصد جرمی هم مشابه ppm یکا نخواهد داشت.

• غلظت بسیاری از محلول‌ها در صنعت، پزشکی، داروسازی، کشاورزی و زندگی روزانه با درصد جرمی بیان می‌شود، برای مثال:

سرکه خوراکی با خاصیت اسیدی ملایم که به عنوان چاشنی در غذاها مصرف می‌شود، محلول ۵٪ جرمی استیک اسید (CH_3COOH) در آب است. محلول غلیظ نیتریک اسید (HNO_3) در صنعت با غلظت ۷۰٪ جرمی تولید و بسته به کاربرد آن، به محلول‌های رقیق‌تر تبدیل می‌شود.

• اگر دو یا چند محلول با جرم و درصد جرمی‌های متفاوت از یک حل‌شونده با هم مخلوط شوند، به کمک رابطه زیر می‌توان درصد جرمی محلول حاصل را محاسبه نمود:

$$\text{\%W/W} = \frac{(\text{درصد جرمی محلول دوم} \times \text{جرم محلول دوم}) + (\text{درصد جرمی محلول اول} \times \text{جرم محلول اول})}{\text{جرم محلول دوم} + \text{جرم محلول اول}}$$

• حواستان باشد که در این رابطه، یکای جرم همه محلول‌ها باید یکسان باشد!



– رابطه درصد جرمی و قسمت در میلیون –

$$100 \times \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} = \text{درصد جرمی} \times 10^6 \Rightarrow \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} = \frac{\text{درصد جرمی}}{10^4}$$

$$\Rightarrow \frac{\text{ppm}}{\text{درصد جرمی}} = 10^4 \Rightarrow \text{ppm} = \text{درصد جرمی} \times 10^4$$

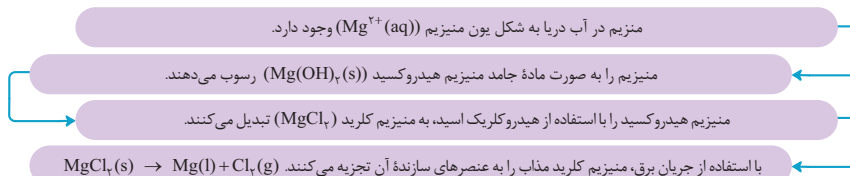
● حواستان باشد که در این رابطه، درصد جرمی بدون علامت درصد می باشد.

جداسازی و استخراج مواد از آب دریا

- ۱) مواد شیمیایی موجود در آب دریا را می توان به روش های فیزیکی یا شیمیایی جدا کرد.
- ۲) تبلور یک روش فیزیکی جداسازی حل شونده جامد از حلال در محلول هاست که با سرد کردن آرام محلول غلیظ یا با تبخیر آهسته حلال، انجام می شود. در واقع جداسازی حل شونده از محلول به شکل بلورهای جامد را تبلور می نامند. برای مثال سالانه میلیون ها تن سدیم کلرید با روش تبلور از آب دریا جداسازی و استخراج می شود و یا تولید نبات از محلول غلیظ آب و شکر به روش تبلور صورت می گیرد.
- ۳) سدیم کلرید یا نمک خوراکی در زندگی روزانه و صنایع گوناگون کاربردهای فراوانی دارد:

- ← تهیه گاز کلر، فلز سدیم، سود سوزآور و گاز هیدروژن ← فراوان ترین کاربرد
- ← ذوب یخ موجود در جاده ها
- ← فرآوری گوشت، تهیه کنسرو تن، تهیه خمیر کاغذ، پارچه، رنگ، پلاستیک و صنعت نفت
- ← تولید سدیم کربنات
- ← مصارف خانگی
- ← تغذیه جانوران

جداسازی و استخراج منیزیم به روش شیمیایی



- ۱) فلز منیزیم (Mg) برخلاف سدیم کلرید، به روش شیمیایی از آب دریا جدا می شود.
- ۲) برای تهیه فلز منیزیم (Mg)، جریان برق از منیزیم کلرید مذاب (حالت l) عبور داده شود نه محلول آن (حالت aq).
- ۳) فلز منیزیم در تهیه آلیاژها، شربت معده و ... کاربرد دارد.

– ۳- غلظت مولی (مولار) –

- ۱) تعریف، تعداد مول های ماده حل شده در یک لیتر محلول را غلظت مولی می گویند.
- ۲) رابطه اصلی برای محاسبه غلظت محلول ها برحسب غلظت مولی یا مولار به صورت مقابل است:

$$C_M = \frac{n}{V} \quad \text{یا} \quad C_M = \frac{m}{V \cdot M}$$

مول حل شونده جرم حل شونده (g)

حجم محلول (L) حجم محلول (L) (g.mol⁻¹)

نکات مهم

- ۱) هرچند غلظت بسیاری از محلول ها (در صنعت، پزشکی، داروسازی، کشاورزی و زندگی روزانه) با درصد جرمی بیان می شود ولی به دو دلیل استفاده از درصد جرمی در آزمایشگاه توصیه نمی شود:
- الف) تهیه محلول های مایع به ویژه در آزمایشگاه با درصد جرمی کار ساده ای نیست؛ زیرا در آزمایشگاه اندازه گیری حجم یک مایع آسان تر از جرم آن است.
- ب) از آن جا که شیمی دان ها مقدار ماده را برحسب مول بیان می کنند و مبنای محاسبات کمی در شیمی مول است، کار با درصد جرمی در آزمایشگاه کاربرد زیادی ندارد.
- ۲) بنابراین بیان غلظتی از محلول پر کاربردتر است که با مول های حل شونده و حجم محلول ارتباط داشته باشد. چنین غلظتی را غلظت مولی (مولار) می نامند.
- ۳) وقتی گفته می شود محلول a مولار؛ یعنی در یک لیتر محلول، a مول ماده حل شده و در ۱۰ لیتر محلول ۱۰a مول ماده حل شده و در ۱ لیتر محلول ۱a مول ماده حل شده وجود دارد.
- ۴) وقتی می گوئیم محلول مولار، منظور محلولی است که غلظت مولی آن برابر ۱ mol.L⁻¹ یا یک مولار است.
- ۵) با افزودن حل شونده به محلول در حجم ثابت، غلظت محلول افزایش و با افزودن آب (حلال) به محلول، غلظت محلول کاهش می یابد.
- ۶) غلظت مولی یک محلول با مقدار حل شونده رابطه مستقیم و با حجم محلول رابطه عکس دارد.



مرورنامه آزمون آزمایشی خیل سبز

شیمی

۵) قند خون همان گلوکز با فرمول شیمیایی $C_6H_{12}O_6$ است. دستگاه اندازه گیری قند خون در پزشکی، گلوکومتر نام دارد؛ این دستگاه میلی گرم های گلوکز ($1 \text{ mg} = 10^{-3} \text{ g}$) را در دسی لیتر ($1 \text{ dL} = 0.1 \text{ L} = 100 \text{ mL}$) نشان می دهد.

• برای محاسبه غلظت مولی گلوکز در خون یا همان قند خون می توان از رابطه مقابل استفاده کرد:

$$\text{غلظت مولی} = \frac{\text{عدد دستگاه گلوکومتر}}{18000}$$

استوکیومتری محلول ها

کافی است در حل مسائل استوکیومتری محلول ها به کمک کسر تناسب، به جای کسر مربوط به مول از (حجم $\times$ غلظت مولی) استفاده کنیم:

$$\frac{\text{حجم} \times \text{غلظت مولی}}{\text{ضرب}} = \frac{\text{چگالی} \times \text{لیتر گاز در غیر STP}}{\text{ضرب} \times \text{جرم مولی}} = \frac{\text{لیتر گاز در STP}}{\text{ضرب} \times 22.4} = \frac{\text{جرم}}{\text{ضرب} \times \text{جرم مولی}} = \frac{\text{تعداد ذرات}}{\text{ضرب} \times N_A}$$

– نکات محاسباتی غلظت مولار! –

۱- رقیق کردن و غلیظ کردن

۱) در آزمایشگاه برای تهیه محلول های رقیق می توان از رقیق کردن محلول های غلیظ استفاده کرد.

۲) با افزودن حلال یا آب به محلول: حجم محلول افزایش می یابد. غلظت مولی محلول کاهش می یابد. تعداد مول های حل شونده بدون تغییر باقی می ماند.

۳) در مسائل مربوط به رقیق کردن یک محلول توسط آب خالص، می توان از رابطه زیر استفاده کرد (مقدار ماده حل شونده موجود در محلول ثابت می ماند):

$$M_{\text{رقیق}} \times V_{\text{رقیق}} = M_{\text{غلظ}} \times V_{\text{غلظ}}$$

$$M_{\text{رقیق}} \times (V_{\text{غلظ}} + V_{\text{آب}}) = M_{\text{غلظ}} \times V_{\text{غلظ}}$$

• هنگام استفاده از رابطه فوق دقت کنید که یکای حجم در دو طرف معادله باید یکسان باشد ولی مهم نیست که یکای آن میلی لیتر (mL)، لیتر (L) و یا ... باشد.

۲- اگر دو یا چند محلول با غلظت و حجم متفاوت از یک حل شونده با هم مخلوط شوند، به کمک رابطه زیر می توان غلظت محلول حاصل را محاسبه کرد:

$$M_{\text{نهایی}} = \frac{M_1 V_1 + M_2 V_2 + M_3 V_3 + \dots}{V_1 + V_2 + V_3 + \dots}$$

• هنگام استفاده از رابطه فوق دقت کنید که یکای حجم همه محلول ها باید یکسان باشد.

رابطه غلظت مولی با درصد جرمی (و ppm) و چگالی

$$d = \frac{M}{\text{چگالی}} \quad (d = \text{g.mL}^{-1})$$

درصد جرمی = a (در این رابطه، درصد جرمی را بدون مخرج ۱۰۰ باید جای گذاری کرد).

$$C_M = \frac{\text{غلظت مولی}}{1000}$$

$$\text{ppm} = a \times 10^6$$

$$C_M = \frac{1000 \times a \times d}{M}$$

$$C_M = \frac{\text{ppm} \times d}{1000 \times M}$$

مثال اگر ۵۰۰ میلی لیتر محلول سدیم هیدروکسید با چگالی 1.01 g.mL^{-1} با 0.076% گرم آهن (II) سولفات واکنش کامل دهد، غلظت محلول سدیم هیدروکسید به تقریب، برابر چند ppm است؟ (فرآورده های واکنش، آهن (II) هیدروکسید و سدیم سولفات هستند). ($\text{Fe} = 56, \text{S} = 32, \text{Na} = 23, \text{O} = 16, \text{H} = 1; \text{g.mol}^{-1}$)

(سراسری تهرانی ۱۳۹۲)

$$89/3 \quad (4)$$

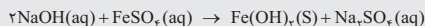
$$85/6 \quad (3)$$

$$79/2 \quad (2)$$

$$68/4 \quad (1)$$

پاسخ گزینه (۲)

معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:



فب! با توجه به رابطه ppm باید مقدار گرم حل شونده (مقدار NaOH حل شده) و مقدار گرم محلول (جرم محلول NaOH) را حساب کرد.

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل شونده (g)}}{\text{جرم محلول (g)}} \times 10^6$$

$$\text{جرم حل شده NaOH} = 0.076 \text{ g FeSO}_4 \times \frac{1 \text{ mol FeSO}_4}{152 \text{ g FeSO}_4} \times \frac{2 \text{ mol NaOH}}{1 \text{ mol FeSO}_4} \times \frac{40 \text{ g NaOH}}{1 \text{ mol NaOH}} = 0.04 \text{ g NaOH}$$

$$\text{NaOH محلول} = 500 \text{ mL} \times \frac{1.01 \text{ g}}{1 \text{ mL}} = 505 \text{ g} \Rightarrow \text{ppm} = \frac{0.04}{505} \times 10^6 = 79/2$$

یه جور دیگه می توانیم ابتدا غلظت مولی محلول سدیم هیدروکسید را حساب کرده و بعد به کمک رابطه «غلظت مولی = درصد جرمی (a) و ppm محلول» جرم محلول را حساب کنیم:



$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضرب}} = \frac{\text{حجم} \times \text{غلظت مولی}}{\text{ضرب} \times 1} \Rightarrow \frac{0.076}{1 \times 152} = \frac{0.04}{2 \times 1} \Rightarrow \text{غلظت مولی NaOH} = \frac{2}{2000 \times 0.04} = 0.0025 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{غلظت مولی} = \frac{1000 \times a \times d}{M} \Rightarrow \text{ppm} = \frac{1000 \times 0.0025 \times 1010}{1000} = 252$$



آیا نمک‌ها به یک اندازه در آب حل می‌شوند؟

۱ انحلال پذیری یا قابلیت انحلال مواد، بیشترین مقدار ماده‌ای که در دمای معین در ۱۰۰ گرم حلال (نه محلول!) حل می‌شود و محلول سیرشده به وجود می‌آورد را انحلال پذیری می‌گویند.

$$\text{گرم حل‌شونده} = \frac{\text{یکای انحلال‌پذیری در آب}}{100 \text{ g H}_2\text{O}}$$

۲ در واقع به طور خلاصه می‌توان گفت که انحلال‌پذیری را می‌توان از فرمول زیر محاسبه کرد:

$$\text{انحلال‌پذیری} = \frac{\text{جرم حل‌شونده (g)}}{\text{جرم حلال (g)}} \times 100$$

۳ محلول سیرشده محلولی است که نمی‌تواند حل‌شونده بیشتری را در خود حل کند؛ در تعریف انحلال‌پذیری، واژه «بیشترین» نشان‌دهنده رسیدن محلول به حالت سیرشده است.

هم‌چنین واژه «دمای معین» به این دلیل ذکر شده است که با تغییر دما، میزان انحلال‌پذیری مواد تغییر می‌کند و باید انحلال‌پذیری مواد در دمای معین اندازه‌گیری و گزارش شود.

۴ انحلال‌پذیری مواد در آب وابسته است به: الف) نوع ماده (قدرت نیروی جاذبه بین ذرات) ب) دما (تأثیر دما بر انحلال‌پذیری مواد یکسان نیست).

۵ نمودار زیر، انحلال‌پذیری برخی مواد را در آب و در دمای ۲۵ °C نشان می‌دهد:

محلول ← شکر، سدیم نیترات، سدیم کلرید
کم‌محلول ← کلسیم سولفات
نامحلول ← کلسیم فسفات، نقره کلرید، باریم سولفات

۶ شیمی‌دان‌ها مواد حل‌شونده جامد را براساس انحلال‌پذیری در آب و در دمای اتاق به صورت زیر به سه دسته تقسیم می‌کنند:

۱) مواد محلول، موادی هستند که انحلال‌پذیری آن‌ها بیشتر از ۱ g حل‌شونده در ۱۰۰ گرم آب در دمای اتاق است.

نکات مهم

۱ همه نمک‌های دارای یون آمونیوم (NH_4^+) در آب محلول هستند؛ مانند: آمونیوم کربنات، آمونیوم نیترات و ...

۲ همه نمک‌های دارای یون نیترات (NO_3^-) در آب محلول هستند؛ مانند: نقره نیترات، سدیم نیترات و ...

۳ همه نمک‌های دارای عناصر فلزی گروه اول (Li^+ ، Na^+ ، K^+ و ...) در آب محلول هستند؛ مانند: سدیم کلرید، لیتیم سولفات، پتاسیم کربنات و ...

۲) مواد کم‌محلول: موادی هستند که انحلال‌پذیری آن‌ها بین ۰.۱ g تا ۱ g حل‌شونده در دمای اتاق در ۱۰۰ گرم آب است. تنها ماده کم‌محلول معرفی‌شده در کتاب درسی، کلسیم سولفات (CaSO_4) است که انحلال‌پذیری آن در دمای ۲۵ °C برابر ۰.۲۳ g / ۱۰۰ g آب است.

۳) مواد نامحلول، موادی هستند که انحلال‌پذیری آن‌ها در دمای ۲۵ °C از ۰.۱ g / ۱۰۰ گرم حل‌شونده در ۱۰۰ گرم آب، کم‌تر است.

مطالب حفظی کتاب درسی مربوط به انحلال‌پذیری

۱ آمارها نشان می‌دهند که نزدیک به ۳ درصد از جمعیت کشورمان سنگ کلیه دارند. عوامل ایجاد سنگ کلیه:

۱) زمینه ژن‌شناختی ۲) تغذیه نامناسب ۳) کم‌ تحرکی ۴) مصرف بیش از حد نمک خوراکی ۵) کم نوشیدن آب ۶) مصرف پروتئین حیوانی و لبنیات ۷) اختلالات هورمونی

۲ تشکیل سنگ کلیه به میزان انحلال نمک‌ها در آب نیز بستگی دارد.

۳ اغلب (نه همه!) سنگ‌های کلیه از رسوب کردن برخی نمک‌های کلسیم‌دار در کلیه‌ها تشکیل می‌شوند، یعنی:

الف) مقدار این نمک‌ها در ادرار افراد سالم از انحلال‌پذیری آن‌ها در دمای بدن کم‌تر است.

ب) مقدار این نمک‌ها در ادرار افرادی که به سنگ کلیه مبتلا می‌شوند، از انحلال‌پذیری آن‌ها در دمای بدن بیشتر است.

انواع محلول‌ها براساس مقدار حل‌شونده

محلول‌ها را براساس مقدار حل‌شونده‌ای که در دمای معین در آن‌ها حل شده، به سه دسته زیر تقسیم می‌کنند:

۱ محلول‌های سیرنشده: محلول‌هایی که در دمای معین می‌توانند مقدار بیشتری حل‌شونده را در خود حل کنند؛ یعنی مقدار ماده حل‌شونده کم‌تر از میزان انحلال‌پذیری آن ماده در دمای معین است.

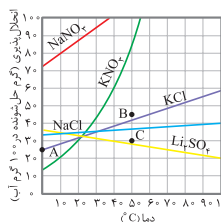
۲ محلول‌های سیرشده: محلول‌هایی که در دمای معین نمی‌توانند مقدار بیشتری حل‌شونده را در خود حل کنند؛ یعنی مقدار ماده حل‌شونده دقیقاً برابر میزان انحلال‌پذیری آن ماده در دمای معین است.

● اتانول و استون به هر نسبتی در آب حل می‌شوند و نمی‌توان از آن‌ها محلول سیرشده در آب تهیه کرد!

۳ محلول‌های فراسیرشده: محلول‌هایی هستند که مقدار ماده حل‌شده در آن‌ها بیشتر از میزان انحلال‌پذیری آن‌ها در دمای معین است.

● محلول فراسیرشده برخلاف محلول‌های سیرشده و سیرنشده ناپایدار است و در اثر ضربه و یا اضافه نمودن مقدار حل‌شونده به آن، مقدار اضافی حل‌شونده رسوب کرده و محلول فراسیرشده به محلول سیرشده تبدیل می‌شود.

نمودار انحلال پذیری - دما



- تعریف، به نموداری که وابستگی انحلال پذیری مواد به دما را نشان دهد، نمودار انحلال پذیری - دما می گویند.
- در این نمودار، محور افقی وعمودی به ترتیب نشان دهنده دما (برحسب °C) و انحلال پذیری (برحسب گرم حل شونده در ۱۰۰ g آب) است.
- جایگاه هر نقطه در نمودار انحلال پذیری، به صورت زیر تفسیر می شوند:
 - تمام نقاط روی منحنی، نشان دهنده محلول سیر شده است. در نقاط روی منحنی، مقدار ماده حل شونده در محلول دقیقاً برابر مقدار انحلال پذیری آن ماده در دمای معین است.
 - تمام نقاط زیر منحنی، نشان دهنده محلول سیر نشده است. در نقاط زیر منحنی، مقدار حل شونده موجود در محلول کم تر از مقدار انحلال پذیری آن ماده در دمای معین است.
 - تمام نقاط بالای منحنی نشان دهنده محلول فراسیر شده است. در نقاط بالای منحنی، مقدار حل شونده موجود در محلول بیشتر از مقدار انحلال پذیری آن ماده در دمای معین است.

منحنی انحلال پذیری مواد گوناگون برحسب دما

ماده	نمودار انحلال پذیری	شرایط مناسب برای انحلال پذیری بیشتر در آب
لیتیم سولفات (Li_2SO_4)	خطی، نزولی	دمای پایین
سدیم نیترات (NaNO_3)	خطی، صعودی	دمای بالا
پتاسیم نیترات (KNO_3)	منحنی (با شیب زیاد)، صعودی	دمای بالا
پتاسیم کلرید (KCl)	خطی، صعودی	دمای بالا
سدیم کلرید (NaCl)	خطی (با شیب کم)، صعودی	دمای بالا

نکته مهم

هر چه اندازه شیب نمودار بیشتر باشد، یعنی انحلال پذیری آن ماده وابستگی بیشتری به دما دارد و در اثر تغییر دما انحلال پذیری آن ماده تغییر بیشتری می کند.

در این نمودار، شیب انحلال پذیری مواد گوناگون برحسب دما به صورت زیر است:

$$\text{KNO}_3 > \text{NaNO}_3 > \text{KCl} > \text{Li}_2\text{SO}_4 > \text{NaCl}$$

تغییر دما و تشکیل رسوب

محل سیر شده در نمودار انحلال پذیری مواد گوناگون برحسب دما به صورت زیر است:

- با افزایش دما، محلول به حالت سیر نشده تبدیل می شود.
- با کاهش دما، محلول به حالت فراسیر شده تبدیل می شود.
- با کاهش سریع دما، مقداری از حل شونده رسوب می کند و محلول باقی مانده سیر شده است.
- با افزایش دما، محلول به حالت فراسیر شده تبدیل می شود.
- با افزایش سریع دما، مقداری از حل شونده رسوب کرده و محلول باقی مانده سیر شده است.
- با کاهش دما، محلول به حالت سیر نشده تبدیل می شود.

نکته مهم

مقدار رسوب تشکیل شده در اثر تغییر دما در ۱۰۰ گرم آب، به صورت زیر به دست می آید:

انحلال پذیری در دمای ثانویه - انحلال پذیری در دمای اولیه = مقدار رسوب

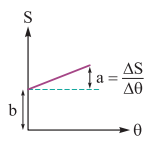
با تغییر دمای یک محلول سیر شده، جرم نمک رسوب شده یا جرم گاز آزاد شده از محلول برابر است با:

$$A - B = \frac{(A - B) \times m}{100 + A}$$

A: انحلال پذیری در دمای اولیه، B: انحلال پذیری در دمای نهایی، m: جرم محلول

- اگر عدد به دست آمده در دو رابطه بالا مثبت باشد، یعنی این مقدار رسوب تولید می شود و اگر منفی باشد، یعنی این مقدار حل شونده اضافی در محلول حل می شود.

تعیین معادله انحلال پذیری یک ماده برحسب دما



$$a = \frac{S_T - S_\theta}{\theta_T - \theta_\theta}$$

- نمودار انحلال پذیری برخی مواد در آب به صورت یک خط راست با شیب ثابت است، پس می توان انحلال پذیری آن ها را برحسب دما، به کمک معادله خط راست نمایش داد:
- حرف S از واژه Solubility به معنای انحلال پذیری گرفته شده است.
- a: شیب نمودار انحلال پذیری (S) برحسب دما (θ) است که از رابطه مقابل به دست می آید:



- هر چه اندازهٔ شیب نمودار (a) بیشتر باشد، اثر دما بر انحلال پذیری ماده بیشتر است.
- با استفاده از علامت شیب می‌توان صعودی یا نزولی بودن نمودار انحلال پذیری - دمای ماده مورد نظر را مشخص کرد؛ علامت مثبت شیب ($a > 0$) نشان دهندهٔ صعودی بودن نمودار و علامت منفی شیب ($a < 0$) نشان دهندهٔ نزولی بودن نمودار است.
- ۴ b. عرض از مبدأ نمودار یا همان انحلال پذیری ماده در دمای 0°C است.

– ترکیب انحلال پذیری با درصد جرمی –

- اگر انحلال پذیری یک ماده در دمای معین، برابر با S گرم باشد، یعنی اگر S گرم ماده در ۱۰۰ g آب حل شود، ($S+100$) گرم محلول سیرشده حاصل می‌شود؛ بنابراین برای محاسبهٔ درصد جرمی یک محلول می‌توان از رابطهٔ زیر استفاده کرد:

$$\text{درصد جرمی محلول سیرشده (a)} = \frac{S}{S+100} \times 100$$

مثال درصد جرمی پتاسیم نیترات در محلول سیرشدهٔ آن در دمای 40°C ، برابر $37/5\%$ است. اگر 360 گرم محلول دارای 162 گرم این نمک در دمای 50°C را تا 40°C سرد کنیم، به تقریب چند گرم از آن در محلول باقی می‌ماند و چند مول از آن رسوب می‌کند؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید و جرم مولی KNO_3 را به تقریب، برابر 100 گرم در نظر بگیرید.)

(سراسری ریاضی، خارج از کشور، ۹۹)

$$\text{۱) } 0/27, 135/8 \quad \text{۲) } 0/27, 135/2 \quad \text{۳) } 0/43, 135/8 \quad \text{۴) } 0/43, 118/8$$

پاسخ گزینهٔ (۴)

ابتدا باید انحلال پذیری پتاسیم نیترات را در دمای 40°C به دست آوریم:

$$(\text{انحلال پذیری در دمای } 40^\circ\text{C}) = S = 60 \Rightarrow 62/5 S = 3750 \Rightarrow 37/5 = \frac{S}{S+100} \times 100 \Rightarrow \text{جرم حل شونده} = \text{درصد جرمی}$$

در 360 گرم محلول در دمای 50°C ، 162 گرم نمک و 198 گرم آب ($162 - 360 = 198$) وجود دارد. حالا ببینیم در دمای 40°C ، چند گرم پتاسیم نیترات در 198 گرم آب حل می‌شود:

$$198 \text{ g آب} \times \frac{60 \text{ g KNO}_3}{100 \text{ g آب}} = 118/8 \text{ g KNO}_3$$

بنابراین از 162 گرم پتاسیم نیتراتی که در دمای 50°C داریم، $118/8$ گرم آن در محلول باقی می‌ماند و $43/2$ گرم از آن ($162 - 118/8 = 43/2$) رسوب می‌کند.

$$43/2 \text{ g KNO}_3 \times \frac{1 \text{ mol KNO}_3}{100 \text{ g KNO}_3} \approx 0/43 \text{ mol KNO}_3$$

ویژگی‌های غیرعادی آب

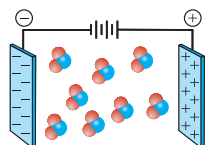
- ۱ آب تنها ماده‌ای است که به هر سه حالت جامد، مایع و گاز (بخار) در طبیعت یافت می‌شود. وجود و تبدیل این حالت‌ها به یکدیگر، زندگی را در سیارهٔ زمین، ممکن و دلپذیر کرده است.
- ۲ ویژگی‌های گوناگون و شگفت‌انگیز آب:
 - ۱) توانایی حل کردن اغلب (نه همه!) مواد (۲ مواد افزایش غیرعادی حجم هنگام انجماد (یخ‌زدن) (۳ نقطهٔ جوش بالا و غیرعادی
 - این رفتار مولکول آب از ویژگی‌های ساختاری آب سرچشمه می‌گیرد؛ شکل مولکول آب خمیده (V شکل) است و در مولکول آن هر اتم هیدروژن با یک پیوند اشتراکی یگانه به اتم مرکزی (اتم O) متصل است.
 - مولکول‌های آب در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند، به این صورت که اتم‌های هیدروژن به سمت صفحه با بار منفی و اتم اکسیژن به سمت صفحه با بار مثبت قرار می‌گیرند؛ در واقع اتم‌های هیدروژن سر مثبت و اتم اکسیژن سر منفی مولکول آب را تشکیل می‌دهند. (مولکول آب، مولکول قطبی است.)

– رفتار آب و دیگر مولکول‌ها در میدان الکتریکی –

مولکول‌ها را براساس جهت‌گیری آن‌ها در میدان الکتریکی به دو دستهٔ قطبی و ناقطبی تقسیم می‌کنند:

۱) مولکول‌های قطبی؛

به مولکول‌هایی که در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند و در واقع این مولکول‌ها سرهای منفی و مثبت دارند، مولکول‌های قطبی یا دوقطبی می‌گویند.



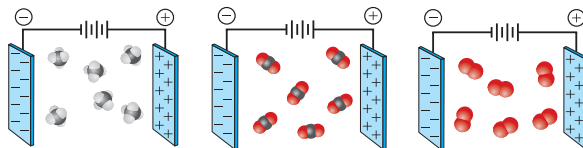
جهت‌گیری مولکول‌های آب در میدان الکتریکی

مثال $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$, HF , H_2S , CHCl_3 , NH_3 , H_2O , HCl , O_3 , NO_2 , NO , CO , ...

۲) مولکول‌های ناقطبی؛

به مولکول‌هایی که در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کنند و در واقع در این مولکول‌ها سرهای منفی و مثبت وجود ندارد، مولکول‌های ناقطبی می‌گویند.

مثال $\text{CH}_4, \text{CCl}_4, \text{CO}_2, \text{F}_2, \text{I}_2, \text{O}_2, \text{N}_2, \text{H}_2, \dots$



رفتار مولکول‌های CH_4 و CO_2 ، O_2 ، N_2 ، H_2 در میدان الکتریکی

طرز تشخیص مولکول قطبی از ناقطبی

۱) در مولکول‌های دواتمی:

۱) اگر دو اتم یکسان نباشند (AB): مولکول قطبی؛ مثال: HCl ، HBr ، CO ، NO و ...

۲) اگر دو اتم یکسان باشند (A_2): مولکول ناقطبی؛ مثال: O_2 ، N_2 ، F_2 و ...

۲) در مولکول‌هایی با بیش از دو اتم:

۱) دوعنصری ($\text{AB}_x, x \geq 2$): این مولکول‌ها در صورت داشتن هر دو شرط زیر ناقطبی هستند و در غیر این صورت قطبی هستند:

شرط اول: اتم مرکزی الکترون ناپیوندی نداشته باشد.

شرط دوم: اتم‌های متصل به اتم مرکزی یکسان باشند.

پس:

الف) اگر اتم مرکزی جفت ناپیوندی داشته باشد یا اتم‌های متصل به اتم مرکزی یکسان نباشند: مولکول قطبی

مثال N_2O ، H_2O ، NH_3 و ...

ب) اگر اتم مرکزی جفت ناپیوندی نداشته باشد و اتم‌های متصل به اتم مرکزی یکسان باشند: مولکول ناقطبی

مثال SO_2 ، CO_2 و ...

۲) چندعنصری ($\text{A}_x\text{B}_y\text{C}_z \dots$): این مولکول‌ها معمولاً قطبی هستند. مانند اتانول ($\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$)، استون ($\text{C}_3\text{H}_6\text{O}$)، گلوکز ($\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$) و ...

نگته

در یک مولکول، اتمی که خصلت نافلزی بیشتری دارد، سر منفی و اتم دیگر سر مثبت مولکول را تشکیل می‌دهد. مقایسه خصلت نافلزی چند عنصر مهم: خصلت نافلزی $\text{F} > \text{O} > \text{N} > \text{C} > \text{H}$

گشتاور دوقطبی (μ)

۱) جهت‌گیری مولکول‌های قطبی یک ماده در میدان الکتریکی مبنای اندازه‌گیری کمیته به نام گشتاور دوقطبی است. یکای آن دِبی (D) است.

۲) گشتاور دوقطبی، قطبیت مولکول‌ها را نشان می‌دهد؛ به طوری که هرچه گشتاور دوقطبی بیشتر باشد، قطبیت مولکول بیشتر است و مولکول مورد نظر قطبی‌تر است.

مثال گشتاور دوقطبی H_2O برابر 1.85 D (قطبی‌تر) و گشتاور دوقطبی H_2S برابر 0.97 D است و میزان قطبیت مولکول‌های آب نزدیک به دو برابر مولکول‌های

هیدروژن سولفید است.

۳) گشتاور دوقطبی در مولکول‌های ناقطبی برابر صفر و در مولکول‌های قطبی غیرصفر است. مثال: گشتاور دوقطبی در مولکول‌های ناقطبی CH_4 ، CO_2 ، O_2 و ... برابر صفر است.

۴) برای مولکول‌هایی با جرم تقریباً یکسان، هرچه گشتاور دوقطبی بیشتر باشد، نیروهای بین مولکولی معمولاً قوی‌تر است.

۵) گشتاور دوقطبی اغلب هیدروکربن‌ها مانند هگزان (C_6H_{14}) ناچیز و در حدود صفر است.

نیروهای بین‌مولکولی

۱) تعریف، به برهم‌کنش‌های میان مولکول‌های سازنده یک ماده، نیروهای بین مولکولی می‌گویند.

۲) نیروهای بین مولکولی در تعیین حالت فیزیکی و خواص یک ترکیب نقش مهمی دارد.

گاز < مایع < جامد: مقایسه قدرت نیروهای بین مولکولی در شرایط یکسان

● البته باید توجه داشت که نیروهای بین مولکولی به طور عمده به میزان قطبیت بودن مولکول‌ها و جرم آن‌ها وابسته است.

۳) به طور کلی نیروهای بین مولکولی را به دو دسته نیروهای وان‌دروالسی و پیوند هیدروژنی تقسیم می‌کنند؛ در واقع به‌جز پیوندهای هیدروژنی، به باقی نیروهای جاذبه

بین مولکولی، نیروی وان‌دروالس می‌گویند.



● نیروهای بین مولکولی به عوامل زیر وابسته هستند:

۱- قطبی بودن مولکول ها -

در میان چند گونه مولکولی با جرم های مولی نزدیک به هم، هر چه مولکول ها قطبی تر باشند، قدرت نیروهای جاذبه بین مولکولی (از نوع وان دروالسی) در آن ها بیشتر است. هر چه مولکول قطبی تر باشد ← میزان بار جزئی مثبت و منفی آن بیشتر و جاذبه بین بارهای ناهم نام در مولکول های مجاور بیشتر می شود ← نیروهای بین مولکولی قوی تر! ← نقطه جوش ماده بالاتر

مقایسه مولکول های F_2 و HCl

- مولکول های F_2 و HCl دارای جرم مولی نزدیک به یکدیگر هستند، اما مولکول های HCl به علت قطبی بودن، در میدان الکتریکی جهت گیری می کنند.
- در مولکول های HCl ، اتم کلر (Cl) در میدان الکتریکی، سر منفی مولکول را تشکیل می دهد و به سمت صفحه مثبت میدان الکتریکی قرار می گیرد و اتم هیدروژن (H)، سر مثبت مولکول را تشکیل می دهد و به سمت صفحه منفی میدان الکتریکی جهت گیری می کند.
- نقطه جوش F_2 و HCl به ترتیب برابر $-188^\circ C$ و $-85^\circ C$ هستند، بنابراین نیروهای بین مولکولی در HCl قوی تر از F_2 است.



- برای ذوب کردن و جوشاندن مواد مولکولی باید بر نیروهای بین مولکولی غلبه شود و نه بر پیوند کووالانسی بین اتم ها!
- هر چه نقطه جوش یک گاز بالاتر و به صفر نزدیک تر باشد، راحت تر به مایع تبدیل می شود.

۲- جرم و حجم مولکول ها -

در گونه های مولکولی که دارای مولکول های ناقطبی هستند، هر چه جرم مولی و حجم مولکول ها بیشتر باشد، قدرت نیروهای جاذبه بین مولکولی (از نوع وان دروالسی) در آن ها بیشتر خواهد بود.

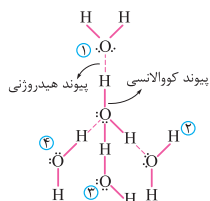
مقایسه مولکول های دواتمی Br_2 ، Cl_2 و I_2

ویژگی	ماده	Cl_2	Br_2	I_2
حالت فیزیکی ($25^\circ C$)	گاز	مایع	جامد	
جرم مولی ($g.mol^{-1}$)	۷۱	۱۶۰	۲۵۴	

اشتباه نکنید،

- هنگام مقایسه قدرت نیروهای جاذبه بین مولکولی، هر دو عامل قطبیت و جرم و حجم مولکول ها را باید به طور هم زمان در نظر گرفت و نمی توان گفت ترکیبی که قطبی تر است، قطعاً نیروهای بین مولکولی قوی تر دارد و یا ترکیبی که جرم مولی بیشتری دارد قطعاً نیروهای بین مولکولی در آن ها قوی تر است. در مقایسه نقطه جوش و قدرت نیروهای بین مولکولی، ارجحیت با حالت فیزیکی است.

پیوند هیدروژنی



- نوعی نیروی جاذبه بین مولکولی (نه درون مولکولی!) است که میان اتم هیدروژن متصل به O یا F یا N از یک مولکول با اتم های O یا F یا N از مولکول های دیگر برقرار می شود.

- پیوند هیدروژنی قوی ترین نیروی جاذبه بین مولکولی در موادی است که در مولکول آن ها، اتم هیدروژن به یکی از اتم های N یا O یا F با پیوند کووالانسی متصل است.

تذکر پیوند کووالانسی قوی تر از پیوند هیدروژنی است.

- توجه** بسیاری از (نه همه!) خواص منحصر به فرد آب مانند داشتن نقطه جوش بالا و غیرعادی، افزایش حجم در هنگام انجماد و ... ناشی از پیوندهای هیدروژنی موجود در میان مولکول های آب است.

مثال آب (H_2O) و هیدروژن سولفید (H_2S) هر دو دارای مولکول های خمیده و قطبی هستند و این که جرم مولی آب تقریباً نصف جرم مولی هیدروژن سولفید است؛ اما مولکول های آب به دلیل قطبیت بیشتر و داشتن پیوند هیدروژنی، نقطه جوش غیرعادی و بالاتری نسبت به هیدروژن سولفید دارند به طوری که تفاوتی برابر $160^\circ C$ را نشان می دهد.

ماده	فرمول شیمیایی	مدل فضاپرکن	قطبیت مولکول	جرم مولی ($g.mol^{-1}$)	حالت فیزیکی ($25^\circ C$)	نقطه جوش ($^\circ C$)	گشتاور دوقطبی
آب	H_2O		قطبی	۱۸	مایع	۱۰۰	۱/۸۵ D



مرورنامه آزمون آزمایشی خیل سبز

شیمی

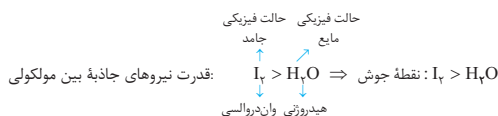
ماده	فرمول شیمیایی	مدل فضاپرکن	قطبیت مولکول	جرم مولی (g.mol^{-1})	حالت فیزیکی (25°C)	نقطه جوش ($^\circ\text{C}$)	گشتاور دوقطبی
هیدروژن سولفید	H_2S		قطبی	۳۴	گاز	-۶۰	۰/۹۷ D

مثال اتانول ($\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$) و استون (CH_3COCH_3)، دو ترکیب آلی اکسیژن دار هستند که به عنوان حلال در صنعت و آزمایشگاه به کار می‌روند. از آن‌جا که بین مولکول‌های استون، برخلاف مولکول‌های اتانول، پیوند هیدروژنی برقرار نمی‌شود؛ نیروهای جاذبه بین مولکولی در استون از اتانول ضعیف‌تر است. در نتیجه اتانول، با وجود جرم مولی کم‌تر نسبت به استون، نقطه جوش بیشتری نسبت به آن خواهد داشت:

نام ترکیب	اتانول	استون (پروپانون)
فرمول شیمیایی	$\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$	$\text{C}_3\text{H}_6\text{O}$
فرمول ساختاری	$\text{CH}_3-\text{CH}_2-\text{OH}$	$\text{CH}_3-\text{C}(=\text{O})-\text{CH}_3$
جرم مولی	۴۶ (جرم مولی کم‌تر)	۵۸ (جرم مولی بیشتر)
نیروی بین مولکولی	هیدروژنی	وان‌دروالسی
توانایی ایجاد پیوند هیدروژنی با آب	دارد	دارد
نقطه جوش ($^\circ\text{C}$)	۷۸ (بالا تر)	۵۶ (پایین تر)

توجه لزوماً قدرت نیروهای جاذبه بین مولکولی در ماده‌ای که دارای پیوند هیدروژنی است از دیگر ترکیب‌های مولکولی که فاقد چنین نیروی جاذبه‌ای هستند، بیشتر نیست.

مثال



● با توجه به این‌که قدرت و خصلت نافلزی F بیشتر از O و آن هم بیشتر از N است، ترتیب قدرت پیوند هیدروژنی این مواد به صورت زیر است:

خصلت نافلزی: $\text{F} > \text{O} > \text{N}$



قدرت پیوند هیدروژنی: $\text{HF} > \text{H}_2\text{O} > \text{NH}_3$

اما ترتیب دمای جوش این مواد متفاوت است، زیرا تعداد پیوندهای هیدروژنی در H_2O بیشتر از دو ماده دیگر است:

ترتیب دمای جوش: $\text{H}_2\text{O} > \text{HF} > \text{NH}_3$

● برای تشکیل پیوند هیدروژنی، به ازای هر اتم هیدروژن متصل به FON، یک جفت الکترون ناپیوندی روی عناصر FON باید وجود داشته باشند.

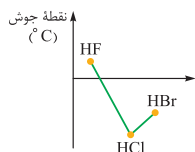
مقایسه برخی خواص ترکیب‌های هیدروژن دار عناصر گروه‌های ۱۵ تا ۱۷ جدول دوره‌ای

۱- ترکیب‌های هیدروژن دار عنصرهای گروه ۱۷

الف) همه این ترکیبات قطبی هستند اما HF با این‌که از سایر ترکیب‌های هیدروژن دار عنصرهای گروه ۱۷، جرم مولی کم‌تری دارد، ولی به دلیل وجود پیوند هیدروژنی، نقطه جوش آن بیشتر از سایر ترکیبات آورده شده در جدول زیر است:

ترکیب مولکولی	جرم مولی (g.mol^{-1})	نقطه جوش ($^\circ\text{C}$)
HF	۲۰	۱۹
HCl	۳۶/۵	-۸۵
HBr	۸۱	-۶۷

ب) نقطه جوش (برحسب $^\circ\text{C}$) مثبت و نقطه جوش HBr و HCl (برحسب $^\circ\text{C}$) منفی است.

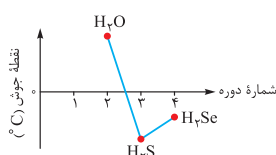


پ) HF به دلیل داشتن H متصل به F، بین مولکول‌هایش پیوند هیدروژنی دارد؛ بنابراین نقطه جوش آن از بقیه بالاتر است. بین HBr و HCl، نقطه جوش HBr بالاتر است؛ چون جرم و حجم HBr از HCl بیشتر است.

ت) مقایسه کلی نقطه جوش ترکیب‌های هیدروژن‌دار سه عنصر اول گروه ۱۷ جدول دوره‌ای به صورت زیر است:

نقطه جوش: $\text{HF} > \text{HBr} > \text{HCl}$
پیوند هیدروژنی جرم مولی بیشتر جرم مولی کمتر

۲- ترکیب‌های هیدروژن‌دار عنصرهای گروه ۱۶ -



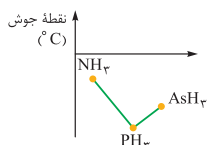
الف) همه این ترکیبات قطبی هستند اما H_2O به دلیل داشتن H متصل به O، بین مولکول‌هایش پیوند هیدروژنی دارد؛ بنابراین نقطه جوش آن از بقیه بالاتر است. بین H_2S و H_2Se ، نقطه جوش H_2Se بالاتر است؛ چون جرم و حجم H_2Se از H_2S بیشتر است.

ب) نقطه جوش H_2O (برحسب $^{\circ}\text{C}$) مثبت و نقطه جوش H_2S و H_2Se (برحسب $^{\circ}\text{C}$) منفی است.

۳- ترکیب‌های هیدروژن‌دار عنصرهای گروه ۱۵ -

الف) همه این ترکیبات قطبی هستند اما NH_3 با وجود جرم مولی کم‌تر ولی به دلیل وجود پیوند هیدروژنی، نقطه جوش آن از سایر ترکیبات آورده‌شده در جدول زیر بیشتر است:

ترکیب مولکولی	جرم مولی (g.mol^{-1})	نقطه جوش ($^{\circ}\text{C}$)
NH_3	۱۷	$-33/5$
PH_3	۳۴	$-87/5$
AsH_3	۷۸	$-62/5$



ب) نمودار مقایسه نقطه جوش ترکیب‌های هیدروژن‌دار سه عنصر اول گروه ۱۵ جدول دوره‌ای:

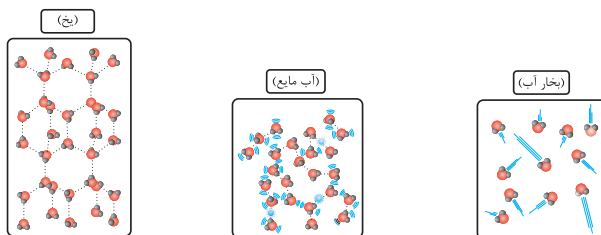
پ) NH_3 به دلیل داشتن H متصل به N، بین مولکول‌هایش پیوند هیدروژنی دارد؛ بنابراین نقطه جوش آن از بقیه بالاتر است. بین PH_3 و AsH_3 ، نقطه جوش AsH_3 بالاتر است؛ چون جرم و حجم AsH_3 از PH_3 بیشتر است.

ت) مقایسه کلی نقطه جوش ترکیب‌های هیدروژن‌دار سه عنصر اول گروه ۱۵ جدول دوره‌ای به صورت زیر است:

نقطه جوش: $\text{NH}_3 > \text{AsH}_3 > \text{PH}_3$
پیوند هیدروژنی جرم مولی بیشتر جرم مولی کمتر

● البته دقت کنید که نقطه جوش هر سه این ترکیبات پایین‌تر از صفر درجه سلسیوس است؛ پس نمودار نقطه جوش، محور افقی را قطع نمی‌کند.

- پیوند هیدروژنی در حالت‌های فیزیکی گوناگون آب -



مولکول‌های H_2O در یخ، آب و بخار

۱) حالت بخار

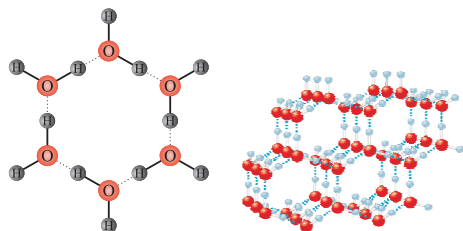
- ۱) مولکول‌های H_2O جدا از هم بوده و گویی میان آن‌ها پیوند هیدروژنی وجود ندارد.
- ۲) مولکول‌ها آزادانه و نامنظم از جایی به جای دیگر منتقل می‌شوند.
- ۳) فاصله بین مولکول‌های H_2O در حالت گاز زیاد است.

۲) حالت مایع

- ۱) فاصله بین مولکول‌های H_2O در مقایسه با گاز بسیار کم‌تر است.
- ۲) پیوند هیدروژنی قوی بین مولکول‌ها وجود دارد.
- ۳) مولکول‌ها روی هم می‌لغزند و جایجا می‌شوند و ساختار آب منظم نیست؛ زیرا در حالت مایع به دلیل زیادبودن انرژی جنبشی مولکول‌ها، پیوندهای هیدروژنی بین مولکول‌ها به طور دائمی شکسته و تشکیل می‌شوند.

۳) حالت جامد (یخ)

- ۱) برخلاف آب، ساختار یخ منظم است.
- ۲) در یخ هر اتم اکسیژن با دو اتم هیدروژن پیوند کووالانسی (اشتراکی) و با دو اتم هیدروژن دیگر پیوند هیدروژنی دارند.



- ۳) در یخ، مولکول‌ها در جاهای به نسبت ثابتی قرار دارند.

- ۴) در ساختار یخ، اتم‌های اکسیژن در رأس حلقه‌های شش‌ضلعی قرار داشته و شبکه‌ای مانند کندوی عسل به وجود می‌آورند. این حلقه‌های شش‌ضلعی مبنای تشکیل بلورهای زیبای دانه‌های زیبای برف هستند.

توجه

- بر اثر یخ‌زدن آب و تشکیل شبکه حلقه‌های شش‌ضلعی با داشتن فضاهای خالی منظم، حجم آب و حجم یاخته‌های دارای آب به طور غیرعادی افزایش یافته در نتیجه باعث تخریب دیواره یاخته می‌شود.
- با توجه به ثابت‌بودن جرم آب و افزایش حجم آن به هنگام یخ‌زدن، چگالی یخ نسبت به آب مایع کاهش و حجم آن افزایش می‌یابد.

– سه حلال غیرآبی و برخی ویژگی آن‌ها –

نام حلال	فرمول و ساختار شیمیایی	μ (D) و قطبیت	انحلال در آب	کاربرد
اتانول	C_2H_5OH $\begin{array}{c} H & H \\ & \\ H-C & -C-OH \\ & \\ H & H \end{array}$	$\mu > 0$ و قطبی	به هر نسبت در آب حل شده و نمی‌توان محلول سیرشده از آن تهیه کرد.	حلال در تهیه مواد دارویی، آرایشی و بهداشتی
استون	C_3H_6O $\begin{array}{c} O \\ \\ CH_3-C-CH_3 \end{array}$	$\mu > 0$ و قطبی	به هر نسبت در آب حل شده و نمی‌توان محلول سیرشده از آن تهیه کرد.	حلال چربی، رنگ و انواع لاک‌ها
هگزان	C_6H_{14} $\begin{array}{ccccccc} H & H & H & H & H & H \\ & & & & & \\ H-C & -C & -C & -C & -C & -C-H \\ & & & & & \\ H & H & H & H & H & H \end{array}$	$\mu = 0$ و ناقطبی	در آب حل نمی‌شود.	حلال مواد ناقطبی و رقیق‌کننده رنگ (تینر)

- بنزین، مخلوطی همگن از چند هیدروکربن با ۵ تا ۱۲ اتم کربن است. بنزین را می‌توان به طور میانگین C_8H_{18} (اواکتان) در نظر گرفت.
- در مخلوط‌های ناهمگن به حالت مایع مانند آب و هگزان، اجزای مخلوط به میزان ناچیزی در یکدیگر حل می‌شوند اما قابل چشم‌پوشی است.
- مخلوط‌های (آب و هگزان) و (آب و یخ)، ناهمگن بوده و حالت فیزیکی و ترکیب شیمیایی در مخلوط آن‌ها یکسان و یکنواخت نیست.

– شرایط حل شدن دو ماده در یکدیگر (شرط انحلال) –

- ۱) برخی حل‌شونده‌ها در برخی حلال‌ها حل می‌شوند و محلول تشکیل می‌دهند، در حالی که برخی دیگر مخلوط ناهمگن می‌سازند.
- ۲) در صورتی یک ماده می‌تواند در ماده دیگر حل شده و محلول ایجاد کند که شرط زیر برقرار باشد:
(میانگین جاذبه‌ها در حلال خالص و حل‌شونده خالص) < (جاذبه‌های حل‌شونده – حلال در محلول)



۳ اگر مولکول‌های حلال را با A و ذره‌های حل‌شونده را با B نمایش دهیم، می‌توان نیروهای جاذبه میان آن‌ها را در حالت خالص با $A \dots A$ و $B \dots B$ نشان داد. با این توصیف برای محلول B در A رابطه مقابل برقرار است:

$$(A \dots B) > \frac{(A \dots A) + (B \dots B)}{2}$$

۴ با توجه به عبارت «شبهه در شبیه خود حل می‌شود»، یعنی:

۱) اغلب (نه همه!) ترکیبات یونی و مواد قطبی در حلال‌های قطبی بهتر حل می‌شوند.

اما برخی ترکیب‌های یونی مانند AgCl ، Mg(OH)_2 ، $\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$ و BaSO_4 در آب (حلال قطبی) حل نمی‌شوند.

۲) مواد ناقطبی در حلال‌های ناقطبی بهتر حل می‌شوند؛ زیرا نیروهای جاذبه هر دوی آن‌ها شبیه به هم و از نوع وان‌دروالسی ضعیف است.

۳) موادی که دارای پیوند هیدروژنی هستند در حلال‌هایی که دارای پیوند هیدروژنی هستند بهتر حل می‌شوند؛ زیرا در اثر انحلال، پیوند هیدروژنی جدید و قوی‌تری تشکیل می‌شود.

مثال با توجه به این‌که منیزیم سولفات و باریم سولفات در دمای 25°C ، به ترتیب محلول و نامحلول در آب هستند، خواهیم داشت:

الف) نیروی جاذبه یون - دوقطبی در محلول $<$ میانگین نیروی پیوند یونی در MgSO_4 و پیوندهای هیدروژنی در آب

ب) نیروی جاذبه یون - دوقطبی در محلول $>$ میانگین نیروی پیوند یونی در BaSO_4 و پیوندهای هیدروژنی در آب

پ) نیروی جاذبه میان مولکول‌ها در محلول اتانول در آب $<$ میانگین جاذبه میان مولکول‌های آب خالص و اتانول خالص

انواع انحلال از نظر نوع حل‌شدن -

۱) انحلال مولکولی، انحلالی که در آن ماده حل‌شونده، به صورت مولکولی در حلال حل شده و به یون تبدیل نمی‌شود.

مثال ۱) انحلال مواد قطبی (به‌جز اسید و باز) در آب: اتانول در آب و ... ۲) انحلال مواد ناقطبی در حلال ناقطبی مانند ید در هگزان و ...

نکته ...

در انحلال مولکولی، ساختار مولکول‌های حل‌شونده تغییر نکرده و مولکول‌ها ماهیت خود را در محلول حفظ می‌کنند؛ گویی ساختار مولکول‌های حل‌شونده در محلول دچار تغییر نشده است.

۲) انحلال یونی، انحلالی که در آن ماده حل‌شونده، به صورت یونی در حلال حل شده و یون‌ها در محلول پخش می‌شوند.

مثال ۱) انحلال ترکیب‌های یونی در آب: NaCl و ... در آب ۲) انحلال اسیدهای قوی (ترکیب مولکولی) در آب: HCl و ... در آب

نکات مهم ...

۱) در انحلال یونی، ماده حل‌شونده پس از انحلال در آب به صورت یون‌های آبیوشیده در محلول پخش می‌شوند.

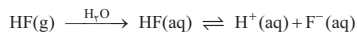
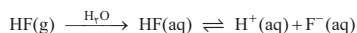
۲) در انحلال یونی، بین مولکول‌های حلال (آب) و یون‌ها، جاذبه یون - دوقطبی به وجود می‌آید.

۳) انحلال مولکولی - یونی، موادی که کمی به صورت یونی و بیشتر به صورت مولکولی در حلال حل می‌شوند.

مثال ۱) انحلال اسیدهای ضعیف در آب: HF و ... در آب ۲) انحلال بازهای ضعیف در آب: NH_3 ، آمین‌ها $(\text{CH}_3)_3\text{N}$ و ... در آب

● در انحلال مولکولی - یونی: در محلول هم مولکول و هم یون وجود دارد.

● انحلال مولکولی - یونی را هم با مولکول و هم با یون‌ها با فلش دوطرفه نشان می‌دهند.



- چگونگی انحلال نمک طعام در آب (انحلال یونی) -

سدیم کلرید یک ترکیب یونی با بلورهای مکعبی است که یون‌های Na^+ و Cl^- در آن با آرایش سه‌بعدی جای گرفته‌اند. اگر یک بلور کوچک سدیم کلرید را در آب بریزیم، مراحل:

۱) مولکول‌های آب از سرهای مخالف به یون‌های بیرونی بلور نزدیک شده و نیروی جاذبه بین آن‌ها برقرار می‌شود. این نیروی جاذبه، یون - دوقطبی نام دارد.

۲) آب از سر مثبت خود (اتم‌های H) به یون منفی نمک (Cl^-) و از سر منفی خود (اتم‌های O) به یون مثبت

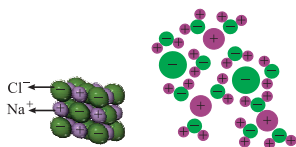
نمک (Na^+) نزدیک می‌شود.

۳) جاذبه یون - دوقطبی باعث جداسدن یون‌ها از شبکه بلور و پراکنده شدن در آب می‌شود که این یون‌ها توسط

لایه‌ای از مولکول‌های آب احاطه می‌شوند (آبیوشیده می‌شوند).

۴) یون‌های آبیوشیده در سرتاسر محلول پراکنده و پخش می‌شوند؛ به طوری که می‌توان محلول آب نمک را

محلولی محتوی یون‌های $\text{Na}^+(\text{aq})$ و $\text{Cl}^-(\text{aq})$ دانست.





عوامل مؤثر بر انحلال پذیری گازها در آب -

انحلال گازها در آب به نوع گاز، دمای آب، فشار گاز بالای سطح آب و میزان نمک موجود در آب بستگی دارد.

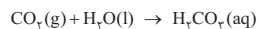
۱- نوع گاز: به طور کلی تشکیل پیوند هیدروژنی، قطبی بودن مولکول های گاز، داشتن جرم و حجم زیاد و واکنش شیمیایی با آب سبب افزایش انحلال پذیری گازها در آب می شود.

(الف) قطبی بودن مولکول های گاز: مولکول های آب قطبی می باشند؛ همان طور که در قسمت قبل خواندیم، «شبهه، شبهه را در خود حل می کند.» از این رو هر چه قطبیت مولکول های یک گاز بیشتر باشد، میزان انحلال پذیری آن در آب بیشتر خواهد بود. $NO > O_2$ انحلال پذیری در آب $\rightarrow NO > O_2$ قطبیت مولکول های گاز

(ب) جرم و حجم مولکول های گاز: به طور کلی هر چه جرم و حجم مولکول های یک گاز بیشتر باشد، امکان ایجاد نیروهای بین مولکولی قوی تر با آب وجود داشته و در نتیجه میزان انحلال پذیری آن در آب بیشتر خواهد بود. برای نمونه، در شرایط یکسان: $O_2 > N_2$ انحلال پذیری در آب $\rightarrow O_2 > N_2$ جرم و حجم مولکول های گاز

(پ) توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی با مولکول های آب، گازهایی که مولکول های آن ها می توانند با مولکول های آب پیوند هیدروژنی تشکیل دهند، انحلال پذیری زیادی در آب دارند. برای نمونه انحلال پذیری گاز آمونیاک در آب بسیار زیاد است.

(ت) واکنش شیمیایی با آب، اغلب اکسیدهای نافلزای گازی شکل مانند CO_2 ، SO_2 و ... با آب واکنش می دهند؛ از این رو انحلال پذیری نسبتاً زیادی در آب دارند. برای مثال:



مثال در فشار و دمای یکسان، انحلال پذیری گاز CO_2 از گاز NO بیشتر است؛ زیرا اگرچه مولکول های CO_2 ناقطبی هستند ولی به علت واکنش با مولکول های آب و داشتن حجم و جرم مولکولی بالاتر، انحلال پذیری بیشتری نسبت به NO دارد.

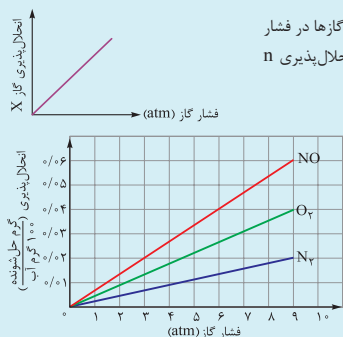
● مقایسه انحلال پذیری در آب:

N_2 (جرم مولی کم تر) $> O_2$ (جرم مولی بیشتر) $> NO$ (قطبی بودن) $> CO_2$ (واکنش شیمیایی با آب)

۲. اثر فشار بر انحلال پذیری گازها: در دمای ثابت، انحلال پذیری گازها با فشار گاز بالای محلول رابطه مستقیم دارد، یعنی با افزایش فشار، نفوذ مولکول های گاز در آب، بیشتر شده و انحلال پذیری گاز افزایش می یابد.

● قانون هنری، در دمای ثابت، انحلال پذیری گازها در آب با فشار گاز رابطه مستقیم دارد.

نکات مهم



۱) نمودار انحلال پذیری گازها برحسب فشار به صورت خط راست با شیب مثبت است. از طرفی انحلال پذیری گازها در فشار صفر اتمسفر برابر صفر است؛ از این رو می توان نتیجه گرفت که در دمای ثابت، با n برابر شدن فشار گاز، انحلال پذیری n برابر می شود.

۲) معادله کلی انحلال پذیری گازها برحسب فشار به صورت زیر می باشد:

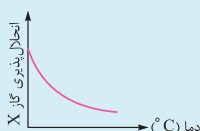
$$S = KP$$

S (انحلال پذیری گاز)، P (فشار گاز) و K (شیب نمودار انحلال پذیری است که به نوع گاز، دما و ... بستگی دارد).

۳) هر گازی که انحلال پذیری بیشتری در آب داشته باشد، تأثیر فشار نیز بر انحلال پذیری آن بیشتر است.

۳. اثر دما بر انحلال پذیری گازها: در فشار ثابت، انحلال پذیری گازها با دما رابطه عکس دارد؛ یعنی با افزایش دما، انحلال پذیری گازها در آب کاهش می یابد.

نکته



نمودار انحلال پذیری گازها برحسب دما در فشار ثابت به صورت یک منحنی نزولی غیرخطی می باشد و در فشار ثابت، با n برابر شدن دما انحلال پذیری $\frac{1}{n}$ برابر نمی شود.

نکات مهم

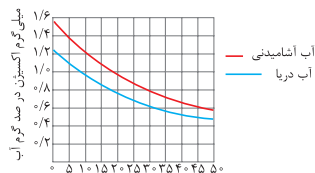
۱) در هوای گرم، به دلیل کم تر شدن انحلال پذیری گاز اکسیژن در آب، ماهی ها به سطح آب می آیند.

۲) انحلال گازها در آب، با تولید گرما (گرما ده) همراه است.



۴. اثر غلظت یون‌ها بر انحلال‌پذیری برخی گازهای ناقطبی مانند O_2 : انحلال‌پذیری گازهای ناقطبی با افزایش انحلال انواع نمک‌ها در آب، کاهش می‌یابد؛ زیرا با انحلال نمک‌ها در آب، بین یون‌های حاصل و مولکول‌های آب نیروی جاذبه یون - دوقطبی ایجاد می‌شود و تمایل مولکول‌های آب برای آبپوشی مولکول‌های گاز کم شده در نتیجه انحلال‌پذیری آن‌ها کاهش می‌یابد.

مثال نمودار انحلال‌پذیری گاز اکسیژن در آب آشامیدنی و آب دریا:



- الکترولیت‌های بدن -

- کنترل احساسات و حرکات ما هنگامی رخ می‌دهد که محیط شیمیایی مناسبی برای ایجاد و برقراری جریان الکتریکی فراهم شود.
- محیط شیمیایی موجود در بدن ما یک محلول آبی محتوی یون‌های گوناگون مانند Na^+ ، K^+ و Cl^- ... است.
- احساس خستگی پس از انجام یک فعالیت بدنی سنگین، ناشی از کاهش چشمگیر یون‌های Na^+ ، K^+ و Cl^- ... در مایع‌های بدن است، از این رو نوشیدن محلول‌هایی حاوی این یون‌ها ضروری است.
- یکی از مهم‌ترین یون‌ها در الکترولیت‌های بدن، یون پتاسیم (K^+) است؛ به طوری که نیاز روزانه بدن هر فرد بالغ به یون پتاسیم دو برابر یون سدیم است ولی از آن‌جا که بیشتر مواد غذایی حاوی یون پتاسیم هستند، کمبود آن به ندرت احساس می‌شود.
- وجود یون پتاسیم برای تنظیم و عملکرد مناسب دستگاه عصبی بسیار ضروری است به طوری که انتقال پیام‌های عصبی در عصب‌ها بدون وجود این یون امکان‌پذیر نیست و اختلال در حرکت این یون مانع از انتقال پیام‌های عصبی می‌شود و گاهی در موارد شدید منجر به مرگ می‌شود.

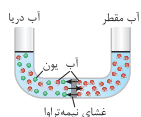
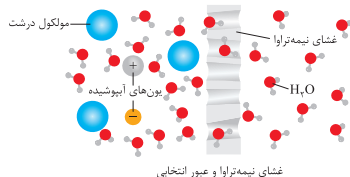
- ردپای آب در زندگی -

- روزانه هر فرد در حدود ۳۵۰ لیتر آب مصرف می‌کند که این مقدار آب افزون بر نوشیدن، شامل پخت‌وپز، شست‌وشوی لباس و ... می‌باشد. از طرفی مصرف آب به فعالیت‌های روزانه هر شخص محدود نمی‌شود؛ بلکه روزانه در صنایع گوناگون حجم بسیار زیادی آب استفاده می‌شود.
- در میان صنایع، کشاورزی بیشترین حجم آب مصرفی را به خود اختصاص داده است.
- بررسی‌ها نشان می‌دهد که برای تولید هر وسیله، کالا یا فرآورده مقدار معینی آب نیاز است.
- ردپای آب را نیز همانند ردپای کربن دی‌اکسید می‌توان برای هر فرد تعریف کرد. در واقع ردپای آب برای هر فرد نشان می‌دهد که آن فرد چه مقدار از آب قابل استفاده و دسترسی را مصرف می‌کند و در نتیجه چه مقدار از حجم منابع آبی کم می‌شود. این میزان، همه‌آبی را که در تولید کالاها، ارائه خدمات و فعالیت‌های گوناگون مصرف می‌شود، نشان می‌دهد.
- توجه** هر چه ردپای آب ایجاد شده سنگین‌تر باشد، منابع آب شیرین بیشتر مصرف می‌شوند و زودتر به پایان می‌رسند.
- میانگین ردپای آب برای هر فرد در یک سال در حدود یک میلیون لیتر (۱۰۰۰ متر مکعب) است.
- میزان مصرف آب برای تولید برخی مواد به صورت زیر است:

یک کیلوگرم گوجه‌فرنگی > یک کیلوگرم گندم > ۱۰۰ گرم شکلات > یک بلوز نخی > یک کیلوگرم چرم: میزان مصرف آب

- پدیده اسمز و اسمز معکوس -

- ۱. غشای نیمه‌تراوا:** دیواره‌ای است که دارای روزنه‌هایی می‌باشد که ذره‌های سازنده مواد می‌توانند از آن عبور کنند (دارای نفوذپذیری انتخابی)؛ به گونه‌ای که این روزنه‌ها فقط اجازهٔ گذر به برخی (نه همه!) از ذره‌ها و مولکول‌های کوچک مانند آب و یون‌ها را می‌دهند و از گذر مولکول‌های درشت‌تر جلوگیری می‌کنند.
- اگر مطابق شکل مقابل حجم‌های برابری از آب دریا و آب مقطر را به وسیلهٔ یک غشای نیمه‌تراوا که تنها اجازهٔ عبور مولکول‌های آب را می‌دهد جدا کنیم، مولکول‌های آب در هر دو جهت حرکت می‌کنند اما سرعت حرکت آن‌ها از سمت آب مقطر به سمت آب دریا بیشتر است.
- با گذشت زمان مولکول‌های آب به صورت خودبه‌خودی از آب مقطر (محلول رقیق) به آب دریا (محلول غلیظ) منتقل می‌شوند و در نتیجه حجم و ارتفاع آب مقطر کاهش و حجم و ارتفاع آب دریا افزایش می‌یابد و به این ترتیب غلظت آب دریا کاهش می‌یابد.
- با رقیق‌تر شدن محلول، به تدریج به جایی می‌رسیم که سرعت حرکت مولکول‌های آب در دو جهت برابر شده و به تعادل می‌رسد. در حالت تعادل، حرکت مولکول‌های آب درون غشا در هر دو جهت ادامه می‌یابد اما به دلیل برابری سرعت آن‌ها، غلظت و حجم محلول‌ها ثابت می‌ماند.



نکته مهم

هر چه غلظت محلول بیشتر ← اختلاف ارتفاع دو مایع در دو طرف غشا، بیشتر ← فشار اسمزی بیشتر

مثال هنگامی که میوه‌های خشک مانند موز و حبوبات درون آب قرار می‌گیرند، مولکول‌های آب، خودبه‌خود از محیط رقیق، با گذر از روزنه‌های دیوارهٔ سلولی، به محیط غلیظ (بافت میوه) می‌روند و در نتیجه میوه و حبوبات آبدار و متورم می‌شوند. در این فرایند برخی نمک‌ها، ویتامین‌ها و ... از بافت میوه به آب راه می‌یابد. این در حالی است که خیار در آب شور چروکیده می‌شود؛ زیرا آب به طور خودبه‌خودی از درون خیار (محیط رقیق) به درون آب شور (محیط غلیظ) انتقال می‌یابد.

۵ در فرایند اسمز، زمانی که تمایل آب به عبور از غشا با فشاری که ستون مایع وارد می‌کند، برابر شود، اسمز در ظاهر متوقف می‌شود. فشار لازم برای توقف ظاهری اسمز را فشار اسمزی می‌گویند.

نکته

در پدیده اسمز، کاری به جنس محلول نداریم! فقط C_M ذرات حل‌شونده در محلول‌ها را محاسبه می‌کنیم و اسمز زمانی متوقف می‌شود که C_M ذرات (یون‌ها و مولکول‌ها) برابر شوند.



۶ با توجه به توضیحات ارائه‌شده در بالا، به کمک فرایند اسمز نمی‌توان از آب دریا نمک‌زدایی کرد و آب شیرین به دست آورد.

۷ مطابق شکل، با اعمال نیرو بر سطح محلول غلیظ (آن‌قدر که فشار واردشده بر محلول بیشتر از فشار اسمزی باشد)، عکس فرایند اسمز رخ می‌دهد.

یعنی مولکول‌های آب از محلول غلیظ به سمت آب مقطر (یا محلول رقیق) مهاجرت می‌کنند؛ از این رو به این فرایند، اسمز وارونه (معکوس) می‌گویند.

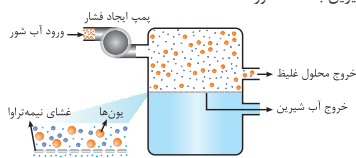
۸ در فرایند اسمز معکوس، با گذشت زمان، مولکول‌های آب به صورت غیرخودبه‌خودی (با اعمال نیرو بر سطح محلول غلیظ‌تر) از محلول خارج شده و به طرف دیگر غشای نیمه‌تراوا جابه‌جا می‌شوند. از این رو حجم و ارتفاع آب مقطر افزایش و حجم محلول کاهش می‌یابد و به این ترتیب غلظت محلول (غلظت) افزایش می‌یابد.

ویژگی	فرایند	اسمز	اسمز معکوس
جهت خالص انتقال مولکول‌های حلال (آب)	از محلول رقیق‌تر به محلول غلیظ‌تر	از محلول رقیق‌تر به محلول غلیظ‌تر	از محلول غلیظ‌تر به محلول رقیق‌تر
تغییر غلظت محلول‌ها با گذشت زمان	محلول رقیق	غلیظ‌تر می‌شود.	رقیق‌تر می‌شود.
	محلول غلیظ	رقیق‌تر می‌شود.	غلیظ‌تر می‌شود.
تغییر حجم و ارتفاع محلول‌ها با گذشت زمان	محلول رقیق	کاهش می‌یابد.	افزایش می‌یابد.
	محلول غلیظ	افزایش می‌یابد.	کاهش می‌یابد.
نوع فرایند	خودبه‌خودی	غیرخودبه‌خودی (اعمال فشار)	

۹ به کمک روش اسمز معکوس می‌توان از آب دریا که حاوی انواع حل‌شونده‌ها است، نمک‌زدایی کرد و آب شیرین به دست آورد.

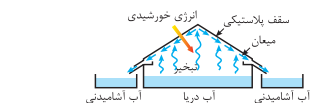
۱۰ از دستگاه مقابل برای تهیه آب شیرین از آب دریا به روش اسمز معکوس استفاده می‌شود. در این دستگاه با

استفاده از یک پمپ ایجاد فشار، به آب دریا فشار (بیشتر از فشار اسمزی) اعمال می‌کنند و آب با گذر از غشای نیمه‌تراوا در قسمت پایین دستگاه ذخیره شده و از دستگاه خارج می‌شود.

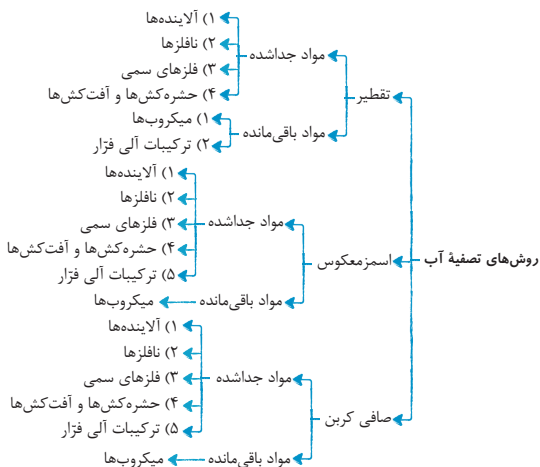


۱۱ یکی دیگر از روش‌های تهیه آب شیرین از آب دریا، روش تقطیر است. تقطیر عبارت است از تبخیر و

سپس میعان! (فرایندی کاملاً فیزیکی)



– بررسی برخی روش‌های تصفیه آب –





نکات مهم

- ۱) آب به دست آمده از روش‌های اسمز معکوس و صافی کربن نسبت به روش تقطیر، آلاینده کم‌تری دارد.
- ۲) از آن‌جا که به کمک هیچ‌یک از سه روش نمی‌توانیم میکروب‌های موجود در آب را از بین ببریم، آب تصفیه شده در این روش‌ها را باید پیش از مصرف کلرزنی کرد.

پایه دوازدهم

سلول‌های سوختی

- نوعی سلول گالوانی هستند که شیمی‌دان‌ها برای گذر از تنگنای تأمین انرژی و کاهش آلودگی محیط زیست، پیشنهاد می‌دهند. در سلول‌های سوختی به منظور تولید جریان برق، یک سوخت گازی شکل به آرامی اکسید می‌شود. فرایند تولید انرژی در این سلول‌ها تا زمانی ادامه پیدا می‌کند که تزریق سوخت به سلول در حال انجام شدن باشد.
- مزایای سلول سوختی: ۱) کارایی بیشتر نسبت به سوخت فسیلی ۲) کاهش ردپای CO_2 ۳) منبع انرژی سبز
- دو روش تبدیل انرژی شیمیایی موجود در یک سوخت به انرژی الکتریکی:
 - در روش سوزاندن سوخت‌های فسیلی در نیروگاه‌های حرارتی که ۴ مرحله دارد (شیمیایی ← گرمایی ← مکانیکی ← الکتریکی)، در مراحل ۳ و ۴ مقداری انرژی به شکل گرما هدر می‌رود ولی روش استفاده از سلول‌های سوختی، هم مراحل کم‌تری دارد و هم انرژی خیلی کم‌تری به صورت گرما هدر می‌رود، بنابراین کارایی بیشتری دارد.
 - سوزاندن گاز H_2 در موتور درون سوز، بازدهی نزدیک به ۲۰٪ دارد در حالی که اکسایش آن در سلول سوختی بازده را تا ۳ برابر افزایش می‌دهد.



سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن

- رایج‌ترین سلول سوختی، سلول هیدروژن - اکسیژن است.
- دستگاهی که در آن گاز هیدروژن با گاز اکسیژن به صورت کنترل شده واکنش می‌دهد و بخش قابل توجهی از انرژی شیمیایی به انرژی الکتریکی تبدیل می‌شود. در این سلول گاز هیدروژن به عنوان سوخت پیوسته وارد سلول می‌شود.

